Revista da Estrutura de Aço - REA Recebido: 10/06/2023 Aprovado: 18/02/2024 Volume 13. Número 1 (abril/2024). p.19-39 - ISSN 2238-9377



Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

Contribuição do atrito no apoio para o dimensionamento de lajes de telha-fôrma incorporada ao concreto

Mayara Lago de Matos Pereira¹, Delmário dos Santos Gomes Galvão ¹, Rodrigo Sernizon Costa^{1*}; Thaís Alves Tomita¹, Alberto Borges Vieira Junior¹, Armando Cesar Campos Lavall², Renata Gomes Lanna da Silva³ e Harley Francisco Viana³

¹Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Rua Prof. Aristides Novis nº 02 Federação, CEP: 40210-630 - Salvador - Bahia - Brasil, rodrigo.sernizon@ufba.br
²Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Antônio Carlos 6627, CEP. 31270-901 - Belo Horizonte, MG, - Brasil, lavall@dees.ufmg.br
³Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, Av.

Amazonas, 5.253, Nova Suíça, CEP: 30.421-169 - Belo Horizonte, MG, Brasil, renatalanna@cefetmg.br

Contribution of friction at the support for the design of steel decking incorporated into concrete

Resumo

Este trabalho tem como objetivo verificar a contribuição do atrito de apoio para o dimensionamento de laje composta por uma telha-fôrma específica com espessura de 0,65 mm incorporada ao concreto, a partir da comparação dos resultados obtidos sem a consideração do atrito. Para isso foram utilizados resultados de ensaios e os procedimentos para a verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas por meio do Método da Interação Parcial, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008 e a EN 1994-1-1:2004. O principal modo de ruptura desse sistema estrutural é por cisalhamento longitudinal, sendo seu estado crítico quando ocorre a falha entre a telha-fôrma e o concreto. Por fim, são realizados exemplos de aplicação em projetos de uma laje mista de aço e concreto para a verificação de sua resistência ao cisalhamento longitudinal com e sem atrito visando a comparação dos resultados.

Palavras-chave: Lajes mistas, Aço e Concreto, Cisalhamento longitudinal, Atrito, Método de Interação Parcial.

Abstract

This work aims to verify the contribution of support friction to the design of a slab composed of a specific steel decking with a thickness of 0.65 mm incorporated into the concrete, by comparing the results obtained without taking friction into account. For this, the test results and procedures were used to verify the longitudinal shear strength of composite slabs through the Partial Shear Connection according to ABNT NBR 8800:2008 and EN 1994-1-1:2004. The main failure mode of this structural system is by longitudinal shear, and its critical state is when a failure occurs between the steel deck and the concrete. Finally, examples of application in projects of a composite slab of steel and concrete are carried out to verify its strength to longitudinal shear with and without friction to compare the results.

Keywords: Composite slabs, Steel and Concrete, Longitudinal Shear, Friction, Partial Shear Connection.

1 Introdução

A procura por sistemas estruturais eficientes, que proporcionam maior rapidez na execução, a redução do peso próprio, a segurança para as pessoas e um bom custo agregado (Costa, 2021), tornou-se objeto de desejo para as empresas de construção civil que desejam ser mais competitivas no mercado nacional e internacional. Decorrente a esses fatores, surgiu a necessidade de utilizar estruturas mistas compostas por aço e concreto.

Nesse contexto, as lajes mistas são bastante utilizadas, sendo esse tipo de sistema estrutural constituído pela telha-fôrma metálica, que por conta da sua geometria e propriedades mecânicas funcionam como armadura positiva para a camada de concreto.

Em primeira instância, para realizar o estudo desses componentes leva-se em consideração o mecanismo de falha mais comum em lajes mistas, que é o de cisalhamento longitudinal, conforme é mencionado em normas e especificações técnicas. O comportamento misto desse sistema de lajes ocorre quando a fôrma de aço e o concreto endurecido combinam-se formando um único elemento estrutural, e para que essa vinculação seja efetiva, a fôrma de aço deve ser capaz de transmitir cisalhamento horizontal na respectiva área de interação com o concreto. A falha das mossas da telha-fôrma e o concreto se dá por colapso devido ao cisalhamento longitudinal, que resulta na perda da ação composta entre os elementos, conforme Ahmed (2019) e Ferraz (1999).

Embora as lajes mistas sejam elementos construtivos simples e econômicos, as verificações necessárias para o seu dimensionamento demandam um maior tempo, isso porque os métodos dependem dos resultados de testes laboratoriais (Crisinel & Marimon, 2004). Além disso, vários fatores são conhecidos por afetar a resistência ao cisalhamento longitudinal, como por exemplo o tipo e o nível de relevo das mossas, a deformação do aço e o comprimento do vão de cisalhamento, o que gera um maior desafio para a verificação da capacidade resistente de forma determinística para lajes mistas (Mohammed et al., 2017).

Para o dimensionamento da telha-fôrma incorporada ao concreto são utilizados dois métodos segundo a EN 1994-1-1 (2004): o método semiempírico m-k e o método de interação parcial (MIP). O primeiro método citado caracteriza-se pela utilização de dados obtidos experimentalmente, tratados por meio de regressão linear, para obter

20

uma reta que represente as resistências das lajes mistas (Sena, 2019). O MIP permite obter o grau de interação ao cisalhamento longitudinal entre a telha-fôrma e o concreto (Lavall et al., 2009; Figueiredo et al., 2021). O MIP explora melhor o comportamento dúctil das fôrmas de aço que compõem as lajes mistas por possuir um modelo analítico. Portanto, o MIP pode considerar a contribuição do atrito dos apoios, o efeito das armaduras adicionais e a ancoragem de extremidade na resistência ao cisalhamento, conforme Costa (2009), Cifuentes e Medina (2013).

Portanto, o principal objetivo deste trabalho é verificar a contribuição do atrito de apoio para o dimensionamento de laje composta por uma telha-fôrma de 0,65 mm de espessura incorporada ao concreto após a cura, a partir do método da Interação Parcial. Para se alcançar este objetivo foram utilizados os resultados obtidos de ensaios experimentais de modelos de lajes mistas para análise do seu comportamento. A partir desses dados foi possível comparar os resultados da resistência obtidos pelo Método da Interação Parcial incorporando o atrito de apoio em relação às resistências sem considerar esse atrito, por meio de exemplos práticos, verificando a aplicabilidade da metodologia de cálculo.

2 Metodologia

2.1 Características e dados dos modelos de ensaio

Para formulação da análise experimental foram utilizados os dados obtidos a partir de seis corpos de provas, cujas características nominais, dimensões e propriedades geométricas são descritas nas Tabelas 1 e 2. A Tabela 1 apresenta a espessura (t), a largura nominal da fôrma (b), o vão (L), altura total do modelo (h_t) e o vão de cisalhamento (L_s).

Modelo	<i>t</i> (mm)	<i>L</i> (mm)	h_t (mm)	<i>L_s</i> (mm)	<i>b</i> (mm)
F50-1A	0,65	1800	100	450	915
F50-1B	0,65	1800	100	450	915
F50-2A	0,65	1800	120	600	915
F50-2B	0,65	1800	120	600	915
F50-4A	0,65	3600	160	900	915
F50-4B	0,65	3600	160	900	915

Tabela 1 - Características nominais dos modelos ensaiados.

Fonte: elaborada pelos autores.

As dimensões e as propriedades geométricas da fôrma de aço conforme a ABNT NBR 16421:2015 são: a altura da telha-fôrma (h_f) igual a 52,12 mm, a área efetiva da telha-fôrma ($A_{F,ef}$) igual a 732 mm², a distância do centroide à face inferior da telhafôrma (y_{cg}) igual a 26,06 mm, o momento de inércia da telha-fôrma (I_{sf}) igual a 292.211 mm⁴e o peso próprio da telha-fôrma (pp_f) igual a 0,00682 kN/m².

As propriedades mecânicas da telha-fôrma de aço F-50 com espessura de 0,65 mm e do concreto são: a resistência ao escoamento (f_y) igual a 247 MPa, a resistência à tração na ruptura (f_u) igual a 323 MPa, o alongamento igual a 26 %, o módulo de elasticidade da telha-fôrma igual a 200.000 MPa e a resistência à compressão do concreto (f_{ck}) igual a 20 MPa. Para o controle das propriedades do concreto, foram seguidos todos os procedimentos da ABNT NBR 6118:2014.

Os modelos foram submetidos ao ensaio de flexão em quatro pontos (*full-scale test*), proposto pela EN 1994-1-1 (2004) como sendo a maneira mais adequada de avaliação da estrutura de laje mista, similar às condições reais de solicitações, conforme ilustra a Figura 1. O ensaio consiste na aplicação de carga concentrada por meio de um atuador hidráulico, que é distribuída por um aparato representado por três vigas metálicas, sendo que duas vigas são equidistantes em relação aos apoios da laje, formando os vãos de cisalhamento (L_s). O ensaio é configurado a partir dos modelos que são vinculados nas extremidades por "Apoio fixo - Apoio móvel" sobre dois blocos de concreto.

Para aquisição dos dados de deformação do aço, no meio do vão, foram instalados na face externa das mesas superior e inferior da telha-fôrma dois extensômetros elétricos de resistência (EER). Os deslocamentos verticais (flecha) e os relativos de extremidade (deslizamento), foram medidos por dois e quatro transdutores de deslocamentos (DT) posicionados no meio do vão da laje mista e em suas extremidades, respectivamente.

 L_2 L_2

Figura 1 - Configuração de ensaio experimental típico.

Fonte: adaptada de Costa (2009).

Assim, com os resultados dos ensaios foi possível analisar o comportamento das lajes quando submetidas ao carregamento, conforme é ilustrado na Figura 2 o gráfico Carga *versus* Flecha no meio do vão dos modelos. Todos os modelos alcançaram o estado limite último por cisalhamento longitudinal na região próxima aos apoios e após as primeiras fissuras e rompimento das aderências por adesão, por atrito e mecânica entre a fôrma e o concreto, causando deslizamento de extremidade final.





Fonte: elaborado pelos autores.

Na Tabela 2 são apresentados os dados dos modelos e resultados dos ensaios, em que *b* é a largura do modelo real e h_t é a altura total do modelo medidas em laboratório; d_f é altura efetiva da telha-fôrma, P_u é a força máxima aplicada na laje pelo atuador hidráulico, pp_{laje} é o peso próprio da laje mista por unidade de área, P_a é o peso do aparato (sistema de vigas para aplicação da carga em dois pontos) e $P_{des(0,1)}$ é a carga de deslizamento de extremidade para 0,1 mm.

Modelo	<i>b</i> (mm)	h_t (mm)	$d_f(mm)$	$P_u(kN)$	pp_{laje} (kN/m²)	$P_a(kN)$	$P_{des(0,1)}(kN)$
F50-1A	910,67	99,33	, 73,27	32,97		4,39	32,16
F50-1B	916,33	103,17	77,11	35,36	1,84	4.39	35,03
F50-2A	915,33	122,42	96,36	21,66	2 21	4.36	16,74
F50-2B	914,67	120,67	94,61	26,31	2,31	4.36	15,23
F50-4A	914,67	159,71	133,65	22,16	2.25	4.29	17,82
F50-4B	916,33	160,91	134,85	20,49	3,23	4.29	16,23

Tabela 2 - Dados dos modelos e resultados dos ensaios.

Fonte: elaborada pelos autores.

3 Modelo de Cálculo pelo Método da Interação Parcial

A partir da aplicação do MIP se torna possível dimensionar a laje mista para duas hipóteses de cálculo: a interação total e a interação parcial entre a fôrma de aço e o concreto. Essa interação irá depender da capacidade de transferência de esforços entre os elementos, a partir das mossas presentes na forma metálica.

O modelo analítico para o MIP pode ser melhor compreendido através do módulo típico da laje mista, conforme a Figura 3 (a). A distribuição de tensões normais considerando a interação parcial em que se observam duas linhas neutras, uma no concreto (LNP_c) e outra na fôrma metálica (LNP_f) é ilustrada na Figura 3(b), que é decomposta, por simplificação, nos diagramas ilustrados nas Figuras 3(c) e 3(d).

Figura 3 - Distribuição de tensões normais no módulo típico da laje mista.



3.1 Interação Total

Na interação total ocorre a transferência completa de esforços entre o aço e o concreto, o que resulta em uma única Linha Neutra Plástica (LNP). Se for considerado o caso da LNP no concreto, a partir do equilíbrio de forças na seção transversal, a compressão do concreto (N_{cf}) deve ser igual a força de escoamento à tração da fôrma de aço (N_{pa}), como descrito na equação (1).

$$N_{cf} = N_{pa} = f_y \cdot A_{f,ef} \tag{1}$$

em que, f_y é a resistência ao escoamento e a área efetiva da telha-fôrma é dada por $A_{F,ef}$.

Por meio da força normal de compressão (N_{cf}) igual a 180,81 kN, é possível calcular a altura do bloco de tensão do concreto (a), dada pela seguinte equação:

$$a = \frac{N_{cf}}{f_{cm} \cdot b} \tag{2}$$

onde f_{cm} é a resistência a compressão e b é a largura do modelo real medida no laboratório.

A hipótese leva em consideração a existência de uma única Linha Neutra (LN), portanto, define-se que e_p é a distância da linha neutra plástica da fôrma metálica à face externa da mesa inferior, *e* é a distância do centro de gravidade da área efetiva da fôrma metálica (à tração) à face externa da mesa inferior. Assim, o braço de alavanca (y) será dado por:

$$y = h_t - (0.5 \cdot a) - e_p \tag{3}$$

sendo h_t igual a altura total do modelo.

O momento plástico reduzido da fôrma (*M*_{pr}) é calculado a partir do momento plástico da fôrma segundo a equação 4, que será válida se o momento plástico reduzido da fôrma for menor ou igual ao momento plástico total, o que ocorre quando a LNP está na fôrma metálica para a interação total.

$$M_{pr} = 1.25 \cdot M_{pa} \left[1 - \left(\frac{N_{cf}}{f_y \cdot A_{f,ef}} \right) \right] \le M_{pa} \tag{4}$$

onde momento plástico da fôrma metálica (M_{pa}) igual a 2,77 kN.m.

O momento resistente da laje (M_R) é obtido a partir da equação (5), sendo que seus valores são apresentados na Tabela 3.

$$M_R = N_{cf} \cdot y + M_{pr}$$

Tabela 3 - Resultados das variáveis a, $y \in M_R$ para os modelos ensaiados.

(5)

Modelo	<i>a</i> (mm)	<i>y</i> (mm)	M_R (kNm)
F50-1A	9,31	68,62	12,41
F50-1B	9,25	72,48	13,11
F50-2A	9,26	91,73	16,59
F50-2B	9,27	89,97	16,27
F50-4A	10,14	128,58	23,25
F50-4B	10,12	129,79	23,47

Fonte: elaborada pelos autores.

3.2 Interação Parcial

Na interação parcial, ocorre a formação de duas linhas neutras, uma no concreto (LNP_c) e uma na fôrma (LNP_f), conforme ilustra a Figura 3. Isso ocorre devido ao deslizamento relativo de extremidade entre a telha-fôrma e o concreto.

Nessa hipótese o concreto apresenta a força N_c de compressão calculada a partir do grau de interação parcial (η), que é a razão entre a força de compressão da interação parcial e total dada pela equação (6).

$$\eta = \frac{N_c}{N_{cf}} \tag{6}$$

O dimensionamento da laje mista na hipótese de interação parcial segue a mesma lógica adotada para a interação total. No entanto, o valor de N_{cf} é substituído

por N_c para que possa ser obtido o momento fletor resistente nominal parcial ($M_{R\rho}$), dado pela seguinte equação:

$$M_{Rp} = N_c y + M_{pr} \tag{7}$$

3.3 Determinação do Grau de Interação

O cálculo para o dimensionamento da laje mista na interação parcial assemelhase a maneira realizada na interação completa. Contudo, o valor de N_{cf} é substituído por (N_c) obtida a partir do cálculo do grau de interação (η) dada pela equação (8).

$$\eta_{ens} = i \eta^2 + j \eta + k = 0 \tag{8}$$

onde η_{ens} é o grau de interação de cada modelo e *i*, *j*, *k* são constantes da equação de segundo grau, dadas pelas equações (11) a (16).

Para o cálculo do grau de interação é necessário determinar momento de ensaio (M_{ens}) que depende da força cortante última (V_{ut}) dadas pelas equações (9) e (10) com seus valores apresentados na Tabela 4.

$$V_{ut} = \frac{P_{ut}}{2} = \frac{P_u + P_a + (L \cdot b \cdot pp_{laje})}{2}$$
(9)

onde *P*_{ut} é a força total aplicada na laje.

$$M_{ens} = (V_{ut} \cdot L_s) - \frac{p p_{laje} \cdot L_s^2}{2}$$
(10)

Tabela 4 - Resultados V_{ut} e M_{ens} .

Modelo	V_{ut} (kN)	<i>M_{ens}</i> (kNm)
F50-1A	16,15	7,10
F50-1B	17,12	7,53
F50-2A	14,92	8,57
F50-2B	17,24	9,96
F50-4A	18,58	15,52
F50-4B	17,75	14,77

Fonte: elaborada pelos autores.

A partir dos valores obtidos dos parâmetros é possível determinar o grau de interação (η) para cada modelo, conforme são apresentados na Tabela 5, considerando duas situações:

Para os casos em que $\eta \ge 0,2$:

$$i = N_{cf}^{2} \left(\frac{e_{p} - e}{N_{pa}} - \frac{0.5}{b \cdot f_{cm}} \right)$$
(11)

$$j = N_{cf} \left[\left(h_t - e_p \right) - \frac{1,25 \cdot M_{pa}}{N_{pa}} \right]$$
(12)

$$k = (1.25 \cdot M_{pa}) - M_{ens} \tag{13}$$

Para os casos em que $\eta < 0,2$:

$$i = N_{cf}^{2} \left(\frac{e_{p} - e}{N_{pa}} - \frac{0.5}{b \cdot f_{cm}} \right)$$
(14)

$$j = N_{cf} \left(h_t - e_p \right) \tag{15}$$

$$k = M_{pa} - M_{ens} \tag{16}$$

Tabela 5 - Grau de Interação parcial dos modelos ensaiados.

Modelo	$\eta \ge 0,2$	$\eta < 0,2$
F50-1A	0,384	0,334
F50-1B	0,401	0,349
F50-2A	0,374	0,338
F50-2B	0,491	0,429
F50-4A	0,598	0,538
F50-4B	0,554	0,502

Fonte: elaborada pelos autores.

3.4 Resistência última característica ao cisalhamento longitudinal

Com a obtenção do grau de interação, torna-se possível calcular a resistência ao cisalhamento a partir da força de compressão no concreto considerando a interação parcial dada por:

$$N_c = \eta_{ens} \cdot N_{cf} \tag{17}$$

A determinação da resistência última ao cisalhamento (τ_u) sem considerar o atrito de apoio e da resistência última característica ao cisalhamento longitudinal ($\tau_{u,Rk}$) será dada pelas equações (18) e (19), respectivamente, sendo que os resultados são apresentados na Tabela 6.

$$\tau_u = \frac{N_c}{b \cdot (L_s + L_0)} \tag{18}$$

onde a distância do apoio à extremidade do modelo é o L₀.

$$\tau_{u,Rk} = \tau_{u,m} - (t \cdot s) \tag{19}$$

em que, $\tau_{u,m}$ é a tensão última média ao cisalhamento longitudinal, *t* é a distribuição *t* de *Student* (2,015) e *s* é o desvio padrão, que foram obtidos a partir dos valores da tensão última de cisalhamento longitudinal, conforme EN 1990:2002.

Modelo	η_{ens}	N_c (kN)	$ au_u$ (MPa)	$ au_{u,m}$ (MPa)	S	$ au_{u,Rk}$ (MPa)
F50-1A	0,384	69,46	0,1525			
F50-1B	0,401	72,52	0,1583			
F50-2A	0,374	67,63	0,1137	0 1256	0 0 2 0 1	0.0051
F50-2B	0,491	88,80	0,1494	0,1550	0,0201	0,0951
F50-4A	0,598	108,13	0,1244			
F50-4B	0,554	100,16	0,1151			

Tabela 6 - Determinação da tensão última de cisalhamento longitudinal sem o atrito.

Fonte: elaborada pelos autores.

Segundo Costa (2017), Souza Neto (2001), Ferraz (1999), Tenhovuori (1996) e Veljkovic' (1993), em modelos com L_s pequenos, o atrito nos apoios é importante na obtenção do cisalhamento longitudinal. Entretanto, para L_s longos o atrito não é significante. A força de atrito (F_{at}) surge pela força vertical do apoio, que será concentrada entre a telha-fôrma e o concreto e pode ser considerada proporcional à reação do apoio, conforme ilustra a Figura 4.

Figura 4 - Força de atrito no apoio da laje mista.



Fonte: Costa (2009).

Sendo assim, é adicionada a contribuição do atrito para o cálculo da tensão última de cisalhamento, como mostra a Equação (20).

$$\tau_u = \frac{N_c - \mu V_{ut}}{b \cdot (L_s + L_0)} \tag{20}$$

onde V_{ut} é a força cortante última e o μ é o coeficiente de atrito.

Substituindo os valores obtidos da equação (9) na expressão (20), têm-se os resultados apresentados na Tabela 7.

Modelo	η_{ens}	<i>N_c</i> (N)	$ au_u$ (MPa)	$ au_{u,m}$ (MPa)	S	$ au_{u,Rk}$ (MPa)
F50-1A	0,384	69,46	0,1348			
F50-1B	0,401	72,52	0,1396			
F50-2A	0,374	67,63	0,1011	0 1 2 1 5	0.0160	0.0974
F50-2B	0,491	88,80	0,1349	0,1215	0,0109	0,0874
F50-4A	0,598	108,13	0,1137			
F50-4B	0,554	100,16	0,1049			

Tabela 7 - Determinação da tensão última de cisalhamento longitudinal com o atrito.

Fonte: elaborada pelos autores.

3.5 Obtenção da Resistência de Cálculo

Para obtenção da resistência de cálculo, é necessário recalcular os parâmetros da força de compressão (N_c), altura do bloco de tensão (a) e do braço de alavanca (y). A força de compressão (N'_c) irá depender da tensão última característica ao cisalhamento longitudinal, como mostrado na equação (21):

$$N_{c}' = \tau_{u,Rk} \cdot b (L_{s} + L_{0})$$
⁽²¹⁾

A contribuição da força de atrito é considerada adicionando uma parcela na equação (21), conforme apresentado na expressão (22).

$$N_{c}' = \tau_{u,Rk} \cdot b (L_{s} + L_{0}) + \mu V_{ut}$$
(22)

onde V_{ut} é a força cortante última e o μ é o coeficiente de atrito.

A dimensão do bloco de tensão é definida pela equação seguinte:

$$a' = \frac{N_{c'}}{f_{cm} \cdot b} \tag{23}$$

sendo que f_{cm} é igual a resistência a compressão.

$$y' = h_t - (0.5 \cdot a') - e_p \tag{24}$$

A obtenção da força cortante nominal ($V_{l,R}$) é realizada pelas equações (25) e (26):

$$M_{pr} = 1.25 \cdot M_{pa} \left[1 - \left(\frac{N_{C'}}{N_{pa}} \right) \right]$$
⁽²⁵⁾

$$V_{l,R} = \frac{N'_c \cdot y + M_{pr}}{L_s} + p p_{laje} \cdot b \cdot \frac{L_s}{2}$$
(26)

A partir dos resultados de ensaio experimental obtém-se a carga de deslizamento (P_{des}), para um deslocamento relativo de extremidade igual a 0,5 mm. Com essa carga, determina-se a força de deslizamento de extremidade (V_{des}), conforme a equação (27).

$$V_{des(0,5)} = \frac{P_{des(0,5)} + P_a + pp_{laje} \cdot b \cdot L}{2}$$
(27)

A Tabela 8 apresenta os parâmetros definidos para a obtenção da resistência de cálculo do cisalhamento longitudinal da telha-fôrma incorporada ao concreto.

Madala	ç	Sem atrito		Com atrito		
would -	N_c' (kN)	<i>a</i> ′(mm)	<i>y</i> ′(mm)	N_c' (kN)	<i>a</i> ′ (mm)	<i>y</i> ′ (mm)
F50-1A	43,29	2,23	72,16	47,86	2,46	72,04
F50-1B	43,56	2,23	75,99	48,59	2,49	75,86
F50-2A	56,57	2,90	94,91	59,44	3,04	94,83
F50-2B	56,53	2,90	93,16	60,56	3,10	93,05
F50-4A	82,62	4,63	131,33	85,21	4,78	131,26
F50-4B	82,78	4,63	132,53	84,93	4,75	132,47

Tabela 8 - Parâmetros da resistência ao cisalhamento longitudinal de cálculo.

Fonte: elaborada pelos autores.

Para a obtenção da tensão última ao cisalhamento longitudinal de cálculo ($\tau_{u,Rd}$), é importante verificar o fator de ponderação de cisalhamento longitudinal (γ_{sl}), conforme Costa (2017) e recomendação da EN 1994-1-1:2004. A Tabela 9 apresenta os valores da análise dos fatores de ponderação para cada modelo, que devem ser maiores ou iguais a 1,25, conforme indica a EN 1994-1-1:2004. Portanto, a tensão última ao cisalhamento longitudinal de cálculo é dada pela equação (28), e o fator de ponderação (γ_{sl}) adotado foi igual a 1,25.

$$\tau_{u,Rd} = \frac{\tau_{u,Rk}}{\gamma_{sl}}$$

Tabela 9 - Resultados de $V_{l,R}$, $\gamma_{sl} \in \tau_{u,Rd}$ para os modelos.

(28)

Modelo	$V_{\rm M} \sim r_{\rm N} (\rm kN)$		Sem atrito		Com atrito		
WIGGEIG	V des(0,5)(KIN) =	$V_{l,R}$ (kN)	Υsl	$ au_{u,Rd}$ (MPa)	$V_{l,R}$ (kN)	Υ _{sl}	$ au_{u,Rd}$ (MPa)
F50-1A	19,01	13,17	0,5941		13,70	0,6178	
F50-1B	21,39	13,58	0,5440		14,20	0,5688	
F50-2A	12,11	13,55	0,9589	0.0761	13,90	0,9841	0.0600
F50-2B	14,59	13,38	0,7859	0,0761	13,86	0,8145	0,0099
F50-4A	13,36	15,48	0,9936		15,80	1,0139	
F50-4B	14,47	15,61	0,9252		15,88	0,9410	

Fonte: elaborada pelos autores.

4 Dimensionamento da Laje Mista

Com a finalidade de analisar e comparar os resultados da resistência ao cisalhamento sem e com a consideração do atrito das regiões de apoio por meio do MIP em situação de projeto, será considerada uma laje que utiliza a telha-fôrma F50 com espessura de 0,65 mm incorporada com o concreto com largura (*b*) igual a 1.000 mm.

Serão avaliadas as situações em que se considera uma laje com carregamento uniformemente distribuído e outra com duas cargas concentradas equidistantes dos apoios. A Figura 5 ilustra a planta do modelo utilizado com suas dimensões apresentadas em milímetros e a Tabela 10 mostra os dados da respectiva laje.



Figura 5 - Plano da laje mista.



Para as duas análises será necessário calcular os parâmetros de força normal de compressão no concreto (N_c), altura do bloco de tensão do concreto (a), braço de alavanca (y) e momento plástico reduzido da fôrma (M_{pr}). A força normal no concreto (N_{cf}) e a força à tração da telha-fôrma (N_{pa}) dependerão da resistência de cálculo do concreto (f_{cd}) e da resistência ao escoamento de cálculo do aço (f_{yd}).

Tabela 10 – Dados da laje m	iista de aço e concreto.
-----------------------------	--------------------------

	<i>t</i> (mm)	0,65	$e = e_p = y_{cg}$ (mm)	25	μ	0,50
	$A'_{F,ef}$ (mm²/m)	800	$f_{\mathcal{Y}}$ (MPa)	230	γ_c	1,40
	<i>b</i> ′ (mm)	1.000	f_{ck} (MPa)	20	Ya	1,10
	pp_{laje} (N/mm²)	0,00184	h_t (mm)	100	γ_{sl} (MIP)	1,25
	<i>L</i> (mm)	1.800	d_F (mm)	75	γ_f	1,40
τ	_{u,Rd} (MPa) – sem atrito	0,0761	$ au_{u,Rd}$ (MPa) – com atrito	0,0699		

Fonte: elaborada pelos autores.

onde f_{ck} é a resistência característica do concreto, γ_c é o coeficiente de ponderação do concreto, f_y a resistência ao escoamento do aço e γ_a o coeficiente de ponderação do aço. Com os dados da Tabela 10, obtêm-se:

$$N_{pa\prime} = f_{yd} \cdot A'_{f,ef} \tag{29}$$

$$N_{cf'} = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot t_c \cdot b' \tag{30}$$

sendo t_c a espessura de concreto da laje mista.

Para ocorrer a interação completa da fôrma de aço com o concreto o comprimento mínimo (L_{sf}) é dado por:

$$L_{sf} = N/\tau_{u,Rd} \cdot b' \tag{31}$$

sendo que N será o menor valor entre as equações (29) e (30).

Para determinação do momento plástico reduzido da fôrma (M_{pr}), equação (25), utilizam-se as equações (29) e (32).

$$N_{c''} = \tau_{u,Rd} \cdot b' \cdot L_x \tag{32}$$

Altura do bloco de tensão do concreto será dada por:

$$a'' = \frac{N_{c''}}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b'}$$
(33)

O braço de alavanca é dado por:

$$y'' = d_F - (0.5 \cdot a'') \tag{34}$$

O momento fletor resistente de cálculo (M_{Rd}) será determinado pela equação:

$$M_{Rd} = N_{c\prime\prime} \cdot y + M_{pr} \tag{35}$$

4.1 Carga Uniformemente Distribuída

Considerando o carregamento uniformemente distribuído em uma laje mista de aço e concreto (Figura 6), será obtida a carga sobreposta máxima (w_{sp}).

Figura 6 – Carga uniformemente distribuída.



Fonte: Costa (2021).

4.1.1 MIP sem Atrito

O caso do carregamento da viga biapoiada com carga distribuída, é composto pelo peso próprio da estrutura e por uma carga distribuída sobreposta (w_{sp}), que é demonstrada pela equação (36).

$$W_{sp} = (N_{c''} \cdot y + M_{pr}) - \left[\frac{\gamma_f}{2} \cdot pp_{laje} \cdot b \cdot L_x \cdot (L - Lx)\right]$$
(36)

em que γ_f é o coeficiente de ponderação das ações.

A partir da carga uniforme distribuída encontrada nos trechos compreendidos do vão do modelo, determina-se o momento fletor solicitante de cálculo, dado por:

$$M_{sd} = \left[\frac{\gamma_f}{2} \cdot L_x \cdot (L - Lx) \cdot W_{sp}\right] + \left[\frac{\gamma_f}{2} \cdot pp_{laje} \cdot b \cdot L_x \cdot (L - Lx)\right]$$
(37)

Portanto, a carga uniformemente distribuída sobreposta máxima (w_{sp}) suportada pela laje mista é igual a 9,72 KN/m² e o comprimento mínimo (L_{sf}), para uma interação completa é igual a 2.199,15 mm, estando fora do domínio intervalar da estrutura (vão), sendo que o colapso da laje é considerado por cisalhamento longitudinal. Na Figura 7 é possível identificar o w_{sp} máximo pela interseção das curvas de momento resistente (M_{Rd}) e momento fletor de projeto (M_{sd}), onde L_x é igual a 648 mm.



Figura 7 – Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal sem atrito.

4.1.2 MIP com Atrito

A partir das informações da aplicação usando o MIP sem atrito, é possível realizar os cálculos de forma semelhante, considerando a influência do atrito nos apoios. Sendo que, para encontrar os resultados são utilizadas as equações (7), (10), (36) e (37). Na Figura 8 é possível identificar o w_{sp} máximo pela interseção das curvas de momento resistente (M_{Rd}) e momento fletor de projeto (M_{sd}).

Portanto, a máxima carga uniformemente distribuída sobreposta (w_{sp}) suportada pela laje mista é igual a 10,02 kN/m² e o comprimento mínimo (L_{sf}) para interação completa é igual a 2.286,24 mm maior que L_x igual a 684 mm, sendo o colapso da laje caracterizado por cisalhamento longitudinal.



Figura 8 – Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal com atrito.

4.2 Duas Cargas Concentradas

Para essa configuração de carregamento é avaliada a resistência ao cisalhamento longitudinal da laje mista de aço e concreto com a atuação de duas cargas concentradas sobrepostas (P_{sp}), simetricamente dispostas a uma distância de L_s igual a 450 mm dos apoios A e B, como ilustra a Figura 9. O estudo é realizado a partir dos trechos em que a solicitação ao longo da laje sofre alteração, A-C, A-D e A-B. Desse modo, é possível determinar os momentos solicitantes para cada seção do sistema misto, usando a equação (38).





Fonte: Costa (2021).

$$M_{sd} = \left(V_{l,Rd} \cdot L_x\right) - \left(\gamma_f \cdot pp_{laje} \cdot b \cdot \frac{L_x^2}{2}\right) - \left[\gamma_f \cdot P_{sp} + (L_x - L + L_s)\right]$$
(38)

em que M_{sd} o momento fletor solicitante de cálculo por trecho, $V_{l,Rd}$ a força cortante resistente de cálculo e o vão de cisalhamento representado por L_s .

A partir de $V_{l,Rd}$ dada pela equação (39), determina-se os momentos solicitantes (M_{sd}) para cada trecho da laje mista.

$$V_{l,Rd} = \gamma_f \cdot \left[P_{sp} + \left(pp_{laje} \cdot b \cdot \frac{L}{2} \right) \right]$$
(39)

4.2.1 MIP sem Atrito

O resultado encontrado pelo dimensionamento realizado foi (P_{sp}) igual a 7,21 kN e L_{sf} calculado igual a 2.199,15 mm. Como L_{sf} calculado é maior que L_x igual a 468 mm, o colapso da laje mista é caracterizado por cisalhamento longitudinal, conforme ilustra a Figura 10.



Figura 10 – Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal sem atrito.

Duas Cargas Concentradas equidistantes dos Apoios

Fonte: elaborada pelos autores.

4.2.2 MIP com Atrito

Da mesma forma do MIP sem atrito é possível realizar os cálculos, de forma semelhante, considerando a influência do atrito nos apoios. Para encontrar os resultados são utilizadas as equações (7) e (38) a (39). Portanto, a carga sobreposta

máxima (P_{sp}) suportada pela laje mista é igual a 7,47 kN e o comprimento mínimo (L_{sf}) para interação completa é igual 2.301,79 mm. Como L_{sf} é maior que L_x igual a 468 mm, o colapso da laje mista é caracterizado por cisalhamento longitudinal. Na Figura 11 é possível identificar o P_{sp} máximo pela interseção das curvas de momento resistente (M_{Rd}) e momento fletor de projeto (M_{sd}).





Fonte: elaborada pelos autores.

4.3 Comentário

A Tabela 11 apresenta o resumo dos resultados quanto à verificação à resistência ao cisalhamento longitudinal realizadas nos exemplos para a carga w_{sp} e duas cargas concentradas P_{sp} .

Carga máxima	Sem atrito	Com atrito	Contribuição do atrito (%)
w _{sp} (kN/m²)	9,72	10,02	3,1
P _{sp} (kN)	7,21	7,47	3,6

Tabela 11 – Resultados de cargas máximas obtidas através do MIP.

Fonte: elaborada pelos autores.

Verificando a Tabela 11, pode-se observar que para os casos analisados, a contribuição do atrito mesmo que pequena, proporcionou um aumento na capacidade de cargas que a estrutura de laje mista de aço e concreto irá suportar nas regiões dos apoios. Essa situação para o dimensionamento de qualquer tipo de elemento estrutural é muito importante, porque oferece um ganho na resistência da estrutura sem a alteração em suas dimensões, evitando-se custos adicionais para o projeto. Portanto,

considerar a contribuição do atrito que acontece nos apoios na resistência da laje mista, é relevante na obtenção de um projeto otimizado em relação ao uso dos materiais que constituem o sistema estrutural.

5 Conclusões

O MIP é uma opção ao método semiempírico m-k para obtenção da resistência ao cisalhamento longitudinal de lajes mistas. Por meio de ensaios experimentais foi possível realizar o estudo do comportamento das lajes mistas de aço e concreto utilizando MIP visando o cálculo da tensão de cisalhamento, além da análise do fator de ponderação para o dimensionamento desse sistema estrutural.

Nesse contexto, foi realizado um comparativo dos parâmetros da capacidade de carga das lajes mistas em duas situações: sem a incorporação do atrito e considerando o atrito nos apoios, de forma que fosse possível identificar a influência desse mecanismo nos resultados a partir dos ensaios experimentais. Com base nisso, foram elaborados os exemplos de aplicação em projeto considerando uma laje mista com carregamento uniformemente distribuído e com duas cargas concentradas aplicadas equidistantes dos apoios. Essa aplicação prática tinha como objetivo estabelecer o valor menos conservador e mais próximo da realidade empregado a esse sistema estrutural, que para o projeto em análise, foi incorporar o atrito da região dos apoios na determinação da força resistente de cálculo.

Portanto, foi possível averiguar que a consideração do atrito na localidade dos apoios para o modelo de laje com a telha-fôrma F50 incorporada ao concreto, apresentou uma contribuição média de 3,4% em sua resistência a partir da análise dos resultados realizados de forma consistente.

Por fim, entende-se que, com o crescimento da utilização das lajes mistas de aço e concreto, faz-se necessária a consolidação das metodologias de cálculo para o entendimento do comportamento desses elementos estruturais, a partir da determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal e garantia de atendimento dos estados limites, visando a realização de projetos mais otimizados com a devida segurança.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica da Universidade Federal da Bahia (PIBIC) pelo apoio para a realização dessa pesquisa.

37

Referências bibliográficas

AHMED, S. M. Prediction of longitudinal shear resistance of steel-concrete composite slabs. **Engineering Structures**, v. 193, p. 295–300, ago. 2019.

ASSOCIAÇÃO BRAISLEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8800**: Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRAISLEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRAISLEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 16421**: Telha-Fôrma de Aço Colaborante para Laje Mista de Aço e Concreto - Requisitos e Ensaios. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.

CANADIAN SHEET STEEL BUILDING INSTITUTE. **CSSBI S2:** Criteria for the testing of Composite Slabs. Willodale, Ontario, Canada, 2008.

CIFUENTES, H.; MEDINA, F. Experimental study on shear bond behavior of composite slabs according to Eurocode 4. Journal of Constructional Steel Research, v. 82, p. 99–110, mar. 2013.

COSTA, R. S. Análise de um Sistema de Lajes Mistas considerando a Influência do Atrito dos Apoios e a Avaliação do Momento de Inércia Efetivo. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

COSTA, R. S.; LAVALL, A.C.C.; SILVA, R.G.L.; RODRIGUES, F. C. Experimental study of the influence of friction at the supports on longitudinal shear resistance of composite slabs. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 10, n. 5, p. 1075–1086, set. 2017.

COSTA, R. S., LAVALL, A.C.C.; SILVA, R.G.L.; VIANA, H.F.; RODRIGUES, F. C.; ANDRADE, E. L. New equations to establish the effective moment of inertia of composite slabs with profiled steel sheeting for deflection calculation. **Journal of Building Engineering**, v. 37, p. 102-135, 2021.

CRISINEL, M.; MARIMON, F. A new simplified method for the design of composite slabs. **Journal** of Constructional Steel Research, v. 60, n. 3, p. 481–491, 1 mar. 2004.

European Committee for Standardization - CEN - EN 1990. Basic Structural Design, 2002.

European Committee for Standardization - CEN - EN 1994-1-1. Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part 1-1, General rules and rules for building, 2004.

FERRAZ, C.B. **Análise do comportamento e da resistência do sistema de lajes mista**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1999.

FIGUEIREDO, G.M.M., COSTA, R. S., BARBOSA, M.V., LAVALL, A.C.C., SILVA, R.G.L., VIANA, H.F., PEREIRA, M.L.M., GALVÃO, D.S.G. **Determination of composite slabs resistance by the partial shear connection method considering friction at the support**. CILAMCE-PANACM-2021 Proceedings of the joint XLII Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering and III Pan-American Congress on Computational Mechanics, ABMEC-IACM, Rio de Janeiro, Brasil, 2021.

MOHAMMED, K.; KARIM, I. A.; HAMMOOD, R. A. Composite slab strength determination approach through reliability analysis. **Journal of Building Engineering**, v. 9, p. 1–9, jan. 2017.

SENA, R. O., COSTA, R. S., LAVALL, A. C. C., SILVA, R. G. L. **Determination of strength of a composite slab system of steel and concrete by semi-empirical m-k method**. CILAMCE-2019 Proceedings of the XL Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC, Natal, Brasil, 2019.

SOUZA NETO, A.S. Análise do Comportamento e da Resistência de um Sistema de Lajes Mistas com ancoragem de extremidade com considerações sobre a fôrma de aço isolada e o atrito nos apoios. 211 p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

TENHOVUORI, A. & LESKELÄ, M. V. Various Tests for Defining the Behaviour of Composite Slabs, pg. 543-548, 1996.

VELJKOVIC', M. Development of a New Sheeting Profile for Composite Floor. Experimental Study and Interpretation - Research Report, Division of Steel Structures - Luleå University of Technology, Tuleå – Swedish, 1993.