Revista da Estrutura de Aço

REA

Volume 8 | Número 2

Agosto de 2019

CBCA

Centro Brasileiro da Construção em Aço

ARTIGOS

Revista da Estrutura de Aço - REA
Recebido: 04/04/2018
Aprovado: 12/10/2018
Volume 8. Número 2 (agosto/2019). p. 195-214 - ISSN 2238-9377
Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

Sobre os procedimentos de cálculo de conectores parafusos em pilares tubulares de aço preenchidos com concreto

Lucas Ribeiro dos Santos[1*], Rodrigo Barreto Caldas[2], Ricardo Hallal Fakury[2], Francisco Carlos Rodrigues[2] e Hermano de Sousa Cardoso[2]

[1*, 2] Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Av. Antônio Carlos, 6627 – Escola de Engenharia, Bloco I – 4º andar – Sala 4215 – Pampulha - Belo Horizonte - MG.
e-mail: luccasrsantos@gmail.com, rbcaldas@gmail.com, fakury@dees.ufmg.br, francisco@dees.ufmg.br, hermanocardoso@yahoo.com.br

About the design procedures of bolts connectors in concrete-filled steel tubular columns

Resumo
Neste trabalho foram realizados ensaios de cisalhamento na região de introdução de força dos pilares tubulares circulares de aço preenchidos com concreto para a avaliação do comportamento de conectores parafusos. A utilização desses conectores em pilares mistos tubulares preenchidos tem se demonstrado viável, uma vez que são de fácil instalação e de baixo custo. Os resultados dos ensaios foram analisados avaliando-se a rigidez, a força máxima e os modos de falha e comparados com aqueles fornecidos pelos procedimentos de cálculo encontrados na literatura, dentre eles, o da norma brasileira ABNT NBR 16239:2013. Foi possível constatar que os procedimentos de cálculo forneceram resultados significativamente inferiores aos dos ensaios para a capacidade resistente dos conectores, sendo que os menores valores foram os da ABNT NBR 16239:2013.

Palavras-chave*: conectores de cisalhamento, conectores parafusos, pilares mistos preenchidos com concreto, ensaios de cisalhamento.*

Abstract
In this study, push tests were performed in the load transfer region of concrete-filled steel tube for the evaluation the behavior of bolt connectors. The usage of these devices in composite columns has been regarded as a feasible design option, due to its easiness to be installed and for being a low-cost technology. The results tests were analyzed through the evaluation of the stiffness, ultimate load and failure modes. These results were also compared with those provided by the calculation procedures found in the literature, among them, the Brazilian standard ABNT NBR 16239:2013. It was possible to verify that the calculation procedures gave results significantly inferior to the tests for the resistant capacity of the connectors and that the lower values were those of ABNT NBR 16239: 2013.

Keywords*: shear connectors, bolts connectors, composite column, push-test.*

* autor correspondente

1 Introdução

1.1 Considerações Gerais

Nos pilares mistos é essencial que haja interação entre os componentes perfil de aço e concreto. Algumas vezes a aderência natural não é capaz de proporcionar a interação adequada, tornando necessária a utilização de dispositivos mecânicos, como os conectores de cisalhamento, para a transferência de forças entre os componentes.

Estudos recentes na Europa, entre os quais os de Starossek e Falah (2008), Athira (2016) e Younes *et al*. (2016), mostraram que os conectores de cisalhamento constituídos por parafusos (chamados aqui de conectores parafusos) são uma solução interessante para a ligação entre o tubo de aço e o núcleo de concreto nos pilares mistos preenchidos com concreto (PMPC). No Brasil, esses dispositivos têm sido estudados por alguns pesquisadores, com destaque para os trabalhos de Almeida (2012), Cardoso (2014), Santos *et al.* (2016a, 2016b), Santos (2017) e Ribeiro Neto e Sarmanho (2017). Também vale ressaltar que na norma brasileira ABNT NBR 16239:2013 foi introduzido o modelo de cálculo desses conectores nos PMPC.

Neste trabalho são apresentados ensaios de cisalhamento na região de introdução de força dos pilares tubulares circulares de aço preenchidos com concreto para a avaliação do comportamento estrutural de conectores parafusos. Os resultados desses ensaios foram analisados avaliando-se a rigidez, a força máxima e os modos de falha e, ainda, comparados com os resultados fornecidos por modelos de cálculo encontrados na literatura, dentre eles, o prescrito na ABNT NBR 16239:2013.

1.2 Caracterização dos Conectores

Considerando-se a rigidez inicial da curva força *versus* deslizamento entre o aço e o concreto, os conectores podem ser classificados como rígidos ou flexíveis (Almeida, 2012). Nas Figuras 1a e 1c têm-se exemplos de curvas força *versus* deslizamento obtidas com conectores rígidos, e nas Figuras 1b e 1d, com conectores flexíveis.

Segundo a norma EN 1994-1-1:2004, o conector pode ser tomado como dúctil se a capacidade característica de deslizamento (δ_{uk}), igual ao deslizamento (δ_u) reduzido em 10%, for maior ou igual a 6 mm.

O deslizamento (δ_u) é medido na parte descendente da curva, correspondente ao nível da força resistente característica (P_{Rk}), conforme se vê nas Figura 1e e 1f.

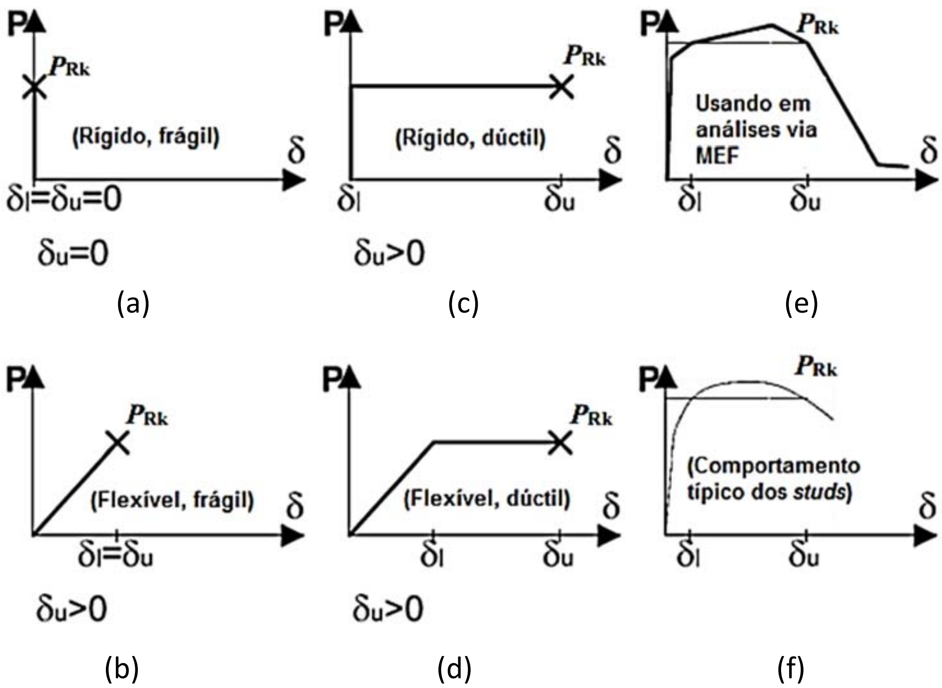


Figura 1 - Classificação dos conectores: (a) rígido e frágil; (b) flexível e frágil; (c) rígido e dúctil; (d) flexível e dúctil; (e) curva típica para análise via MEF; (f) comportamento típico de conectores *studs* (adaptado de Bartschi, 2005)

Almeida (2012) define que os conectores que possuem rigidez secante inferior ou igual a 200 kN/mm podem ser classificados como flexíveis, e os demais, como rígidos.

1.3 Procedimentos analíticos de cálculo

1.3.1 Considerações gerais

A única norma de projeto que contém um procedimento para cálculo de conectores parafusos em pilares mistos preenchidos com concreto é a brasileira ABNT NBR 16239:2013. Na literatura científica, merecem destaque os procedimentos de Starossek e Falah (2008) e Van-Long *et al.* (2015). Nos subitens seguintes esses procedimentos serão apresentados sucintamente.

1.3.2 Procedimento da ABNT NBR 16239:2013

O procedimento de cálculo da norma brasileira ABNT NBR 16239:2013 possui expressões que cobrem os três modos de falha possíveis para os conectores parafusos:

esmagamento do concreto; cisalhamento do parafuso; e, esmagamento da parede do tubo. Assim, a força resistente de cálculo dos conectores (V_{Rd}) corresponde ao menor valor entre os seguintes:

$$V_{Rd} = l_b \emptyset_b \sigma_{c,Rd,NBR} \leq 5{\emptyset_b}^2 \sigma_{c,Rd} \tag{1}$$

$$V_{Rd} = 0{,}4\pi \frac{{\emptyset_b}^2 f_{ub}}{\gamma_{a2}} \leq 2{,}4\emptyset_b t \frac{f_u}{\gamma_{a2}} \tag{2}$$

onde l_b e $\emptyset_b$ são o comprimento líquido (descontando-se a espessura do tubo de aço) e o diâmetro dos parafusos, respectivamente, t é a espessura da parede do tubo, f_u e f_{ub} são as resistências à ruptura do aço do tubo e do parafuso, respectivamente, e γ_{a2} é o coeficiente de ponderação da resistência do aço, igual a 1,35. Na Eq. (1), $\sigma_{c,Rd,NBR}$ é a tensão de compressão resistente de cálculo do concreto, dada por:

$$\sigma_{c,Rd,NBR} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c \gamma_n} \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq f_{ck} \tag{3}$$

onde A_1 é a área de concreto carregada (área de contato), A_2 é a área da seção transversal do concreto, f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto e γ_c e γ_n são coeficientes de ponderação da resistência e de comportamento do concreto, respectivamente, ambos iguais a 1,40. Conforme a ABNT NBR 16239:2013, a relação A_2/A_1deve ser tomada como igual a 4.

Nesse procedimento de cálculo, é fácil constatar que a Eq. (1) prevê o esmagamento do concreto e, a Eq. (2), simultaneamente o cisalhamento do conector parafuso e o esmagamento da parede do tubo.

1.3.3 Procedimento de Starossek e Falah (2008)

No procedimento de Starossek e Falah (2008) são previstas as falhas dos conectores parafusos por esmagamento do concreto e cisalhamento do parafuso, conforme, respectivamente, as seguintes expressões para a força resistente de cálculo:

$$V_{Rd} = \frac{A_1 f_{ck}}{\gamma_c}\sqrt{\frac{A_{c1}}{A_1}} \tag{4}$$

$$V_{Rd} = 0{,}8\pi\frac{{\emptyset_b}^2 f_{ub}}{4\gamma_v} \tag{5}$$

onde γ_v é um coeficiente de ponderação da resistência do parafuso, igual a 1,25. O valor de A_{c1} pode ser tomado como igual a:

$$A_{c1} = 2{,}25 l_b \emptyset_b \tag{6}$$

1.3.4 Procedimento de Van-Long *et al*. (2015)

No procedimento de Van-Long *et al*. (2015), da mesma forma que Starossek e Falah (2008), são previstas as falhas por esmagamento do concreto e cisalhamento do parafuso, cujas forças resistentes de cálculo são dadas, respectivamente, por:

$$V_{Rd} = 2{,}5{\emptyset_b}^2\sigma_{c,Rd,ENV} \tag{7}$$

$$V_{Rd} = \alpha_v\frac{A_b f_{ub}}{\gamma_v} \tag{8}$$

A Eq. (8) é proveniente da norma europeia EN 1993-1-8:2004 e, segundo essa norma, para o plano de cisalhamento passando na parte não roscada do fuste, α_v é igual a 0,6, f_{ub} é a resistência à ruptura do aço do parafuso, A_b é a área da seção transversal do fuste e γ_v é o coeficiente de ponderação da resistência do parafuso, igual a 1,25.

Esse procedimento analítico foi desenvolvido exclusivamente para obter a capacidade resistente relacionada à falha no núcleo de concreto com parafusos passantes (contínuos ao longo do diâmetro do tubo). Para levar em conta o confinamento do concreto, na região carregada pelos conectores, os autores adotaram a equação recomendada pela norma europeia EN 1994-1-1:2004 para definir o valor da tensão de compressão resistente de cálculo do concreto, conforme segue:

$$\sigma_{c,Rd,ENV} = f_{cd}\left(1 + n_{cL}\frac{t}{D}\frac{f_y}{f_{ck}}\right)\sqrt{\frac{A_c}{A_1}} \leq \frac{A_c f_{cd}}{A_1} \leq f_{yd} \tag{9}$$

onde n_{cL} é o fator de confinamento, igual a 4,9 para seções circulares, A_1 é a área de concreto carregada abaixo do fuste do parafuso (área de contato), A_c é a área da seção transversal do núcleo de concreto onde estão instalados os conectores, f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto não-confinado, f_{yd} é a resistência ao escoamento de cálculo do tubo de aço e f_{ck} é a resistência característica do concreto não-confinado. A razão A_c/A_1 deve ser tomada com valor inferior ou igual a 20.

2 Análise Experimental

2.1 Descrição Geral dos Ensaios

O ensaio de cisalhamento padrão – *standard push-test* – prescrito na norma EN 1994-1-1:2004 é indicado para vigas mistas com lajes de espessura uniforme ou com mísulas. Para outros casos, ensaios específicos devem ser utilizados. Neste estudo foi utilizado o método de ensaio desenvolvido por Cardoso *et al.* (2016) para caracterizar o comportamento de conectores sujeitos ao cisalhamento nos PMPC.

Duas séries foram testadas e analisadas neste trabalho, as séries E e F, representadas nas Figuras 2 e 3, respectivamente. Os modelos da série E possuíam altura de 1.000 mm com conectores parafusos instalados em dois níveis, com o primeiro nível na altura de 585 mm e o segundo nível na altura de 700 mm, conforme a Figura 2. Nos modelos da série F, quatro conectores foram instalados em um único nível na altura de 700 mm, como se observa na Figura 3. Nota-se que essas duas séries se distinguem entre si pela disposição dos conectores em um nível ou dois níveis, e foram assim idealizadas com o objetivo de avaliar as possíveis configurações de aplicação dos conectores, estudando a influência na capacidade resistente desses dispositivos nas duas configurações distintas.

Para minimizar a transferência de forças por aderência e atrito, foram aplicadas pintura e cera desmoldante na superfície interna dos tubos. Durante o ensaio, a força foi aplicada gradualmente com o auxílio de um atuador hidráulico MTS sobre a chapa de topo que, por sua vez, estava apoiada sobre o tubo de aço (Figuras 2, 3 e 4).

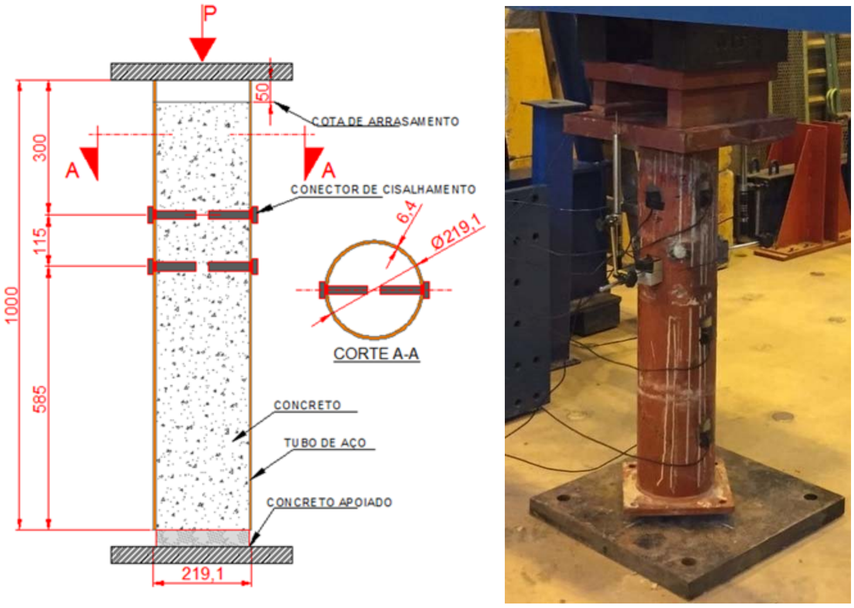


Figura 2 – série E: geometria dos modelos (dimensões em mm) e imagem do ensaio

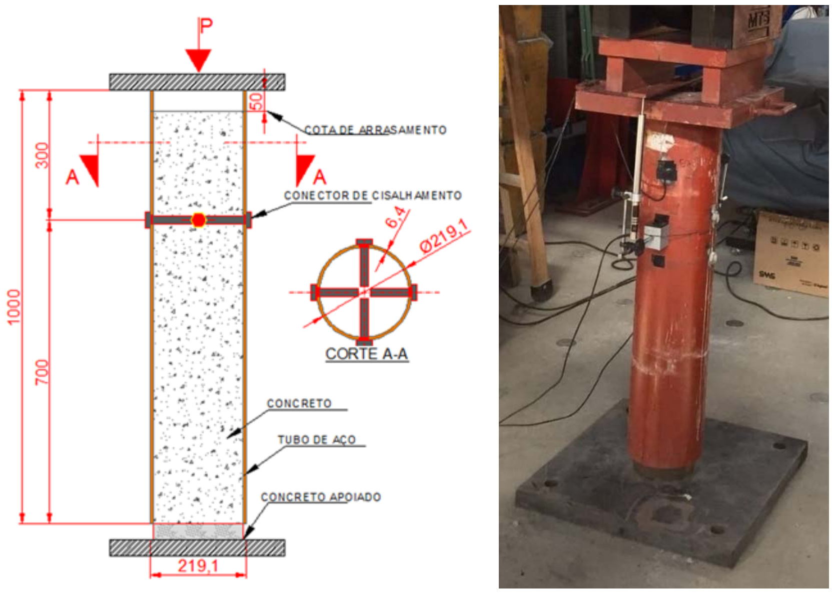


Figura 3 – série F: geometria dos modelos (dimensões em mm) e imagem do ensaio

Entre o núcleo de concreto e a chapa de topo havia uma folga de 50 mm garantindo que a força fosse aplicada somente no tubo de aço. Na base, apenas o núcleo de concreto foi apoiado com uma chapa de aço circular com diâmetro inferior ao diâmetro interno do tubo. Dessa forma, tem-se o cisalhamento na interface de contato entre os componentes tubo de aço e núcleo de concreto solicitando os conectores.

Os deslizamentos relativos entre o tubo de aço e o núcleo de concreto foram obtidos por meio de meio de transdutores de deslocamentos (DTs) verticais. Na Figura 4 observa-se que os DTs foram apoiados por uma base magnética no nível médio dos conectores e nivelados verticalmente até a chapa auxiliar fixada no topo do núcleo de concreto. A utilização dos DTs fixados lateralmente facilita a leitura do deslizamento relativo entre o tubo de aço e núcleo de concreto, eliminando possíveis interferências devidas às imperfeições (Cardoso *et al.*, 2016).

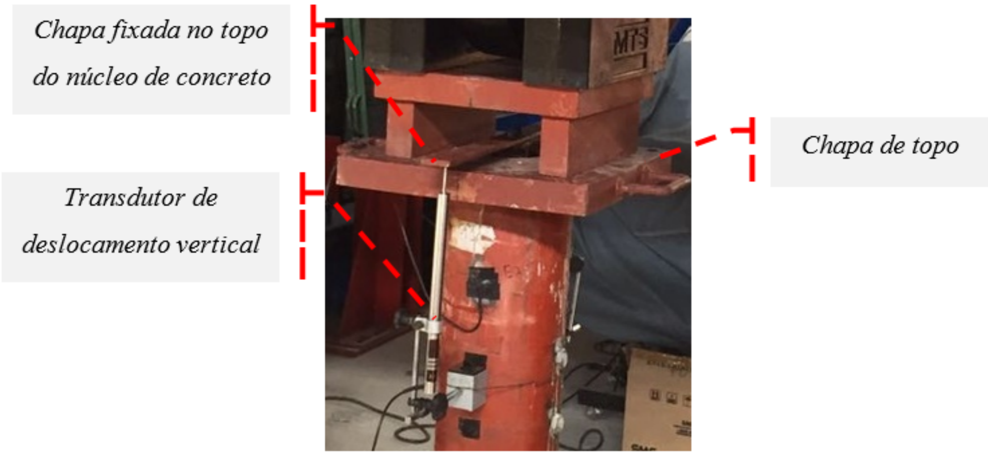


Figura 4 - Posição dos transdutores de deslocamentos durante os ensaios

Os perfis tubulares das séries E e F foram fabricados pela Vallourec Tubos do Brasil com aço VMB 350 e dimensões nominais de 219,1 mm e 6,4 mm para o diâmetro externo (D) e espessura (t), respectivamente. Para os conectores foram utilizados parafusos de alta resistência mecânica ASTM A325, fabricados pela CISER, com 19,05 mm (¾'') e 95,25 mm (3¾'') de diâmetro ($\emptyset_b$) e comprimento nominal (l_b), respectivamente.

As resistências ao escoamento e à ruptura do aço do tubo foram obtidas por meio de ensaios feitos pelo fabricante e encontram-se na Tabela 1. Nessa mesma tabela são mostrados também os valores das resistências ao escoamento e à ruptura do aço dos parafusos. Para os parafusos, somente a resistência a ruptura foi proveniente de ensaios de caracterização, sendo a resistência ao escoamento obtida por interpolação linear a partir da resistência à ruptura, conforme a norma ASTM A325-10$^{\varepsilon 1}$. Para o módulo de elasticidade (E) e o coeficiente Poisson (ν) desses produtos foram também considerados, neste estudo, os valores nominais, iguais a 200.000 MPa e 0,3, respectivamente.

Tabela 1 - Propriedades mecânicas dos tubos de aço e parafusos

Material	f_y	f_u
	$[MPa]$	$[MPa]$
Tubos de aço	415,00	569,50
Parafusos	723,51	940,00

O concreto utilizado foi proveniente da Empresa Lafarge Concreto S.A instalada em Belo Horizonte, MG. A concretagem foi realizada no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES) da UFMG. Foi utilizado concreto autoadensável com resistência média à compressão (f_{cm}) de 42,08 MPa e 41,87 MPa para as séries E e F, respectivamente. Esses valores foram obtidos por ensaio de caracterização realizado no LAEES. Nos subitens 2.2 e 2.3 são apresentados os resultados experimentais. A partir da curva força *versus* deslizamento relativo, os seguintes parâmetros foram obtidos:

- $P_{máx}$, definida como a força máxima obtida nas curvas;

- $P_{máx,con}$, igual à força máxima dividida pela quantidade de conectores;

- P_{Rk}, definida como a força resistente característica tomada como igual a $0{,}90P_{máx}$, com base no EN 1994-1-1:2004;

- k_{sc}, que é a rigidez secante medida a 70% de P_{Rk}, com base no EN 1994-1-1:2004.

2.2 Resultados da série E

Na Figura 5 são fornecidos os resultados da série E, constituída por dois modelos, HM1 e HM2. Observa-se que as curvas força *versus* deslizamento de ambos apresentaram um comportamento bem próximo no início da aplicação da força até alcançar um deslizamento relativo de aproximadamente 12 mm. Para esse deslizamento, também se verifica que o modelo HM2 atingiu a sua força máxima ($P_{máx}$). No entanto, o modelo HM1 alcançou $P_{máx}$ para um deslizamento relativo próximo de 25 mm. Ambos os ensaios foram finalizados para um deslizamento relativo de aproximadamente 34 mm.

A Tabela 2 apresenta a força máxima ($P_{máx}$), a força máxima por conector ($P_{máx,con}$), a força resistente característica (P_{Rk}) e a rigidez secante (k_{sc}) dos modelos. Nota-se que os conectores apresentaram k_{sc} inferior a 200 kN/mm e, dessa forma, podem ser classificados como flexíveis.

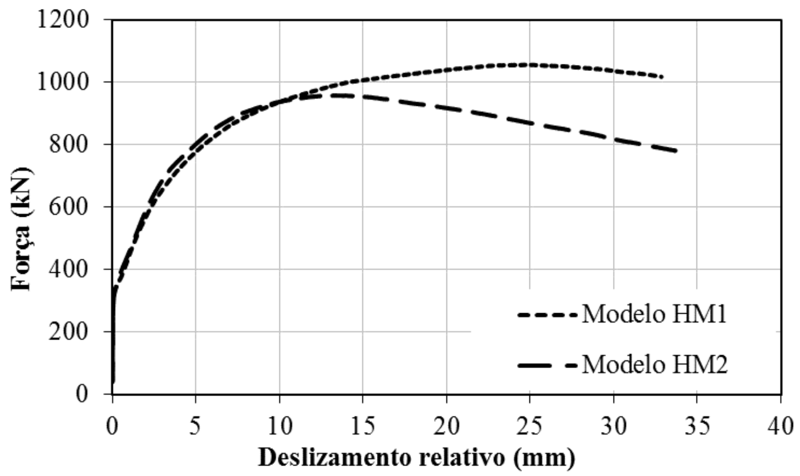


Figura 5 - Força *versus* deslizamento relativo dos modelos da série E

A rigidez k_{sc} dos conectores no modelo HM2 foi 33% superior a rigidez dos conectores no modelo HM1. Em relação a força máxima $P_{máx}$, observa-se que o modelo HM2 apresentou resultado apenas 10% inferior ao do modelo HM1, indicando que, em ambos os modelos, os conectores apresentaram valores de capacidade resistente próximos.

Tabela 2 - Valores de força e rigidez nos modelos da série E

Modelo	$P_{máx}$	$P_{máx,con}$	P_{Rk}	k_{sc}
-	[kN]	[kN]	[kN]	[kN/mm]
HM1	1.057,34	264,33	237,90	53,28
HM2	958,72	239,68	215,71	70,93
Média	1.008,03	252,01	226,80	62,10

Na Figura 6 mostram os conectores e o núcleo de concreto após o ensaio. O tubo de aço foi cortado e os parafusos recolocados (em apenas um dos modelos) para possibilitar a visualização do núcleo de concreto. Santos *et al*. (2016) verificaram que os modelos iniciaram a perda de rigidez devido ao processo de fissuração do núcleo de concreto. À medida que os conectores foram acionados, o concreto situado abaixo dos parafusos (próximo ao tubo de aço) foi submetido a tensões de compressão elevadas, o que resultou em seu esmagamento. Com a intensificação do carregamento, houve a propagação das fissuras no núcleo de concreto próximo dos conectores, e estes apresentaram deformações plásticas.

Houve maior concentração de fissuras no concreto em torno dos parafusos do nível superior (Figura 6). Supõe-se que esse fenômeno ocorreu porque o conector instalado nesse nível restringe o concreto acima dos conectores inferiores, contendo a fissuração no nível destes.

Figura 6 – Modelos da série E após o ensaio: visualização do núcleo de concreto e parafusos reposicionados após corte do tubo de aço

A Figura 7 apresenta a configuração deformada dos tubos e da cabeça dos conectores. Pode-se constatar a ocorrência de uma rotação significativa da cabeça dos conectores e de esmagamento local do tubo na região dos furos.

Figura 7 - Tubo de aço e cabeça dos conectores após o ensaio dos modelos da série E

2.3 Resultados da série F

A Figura 8 apresenta os resultados da série F. A curva força *versus* deslizamento do modelo HM3 fornece um valor de rigidez inicial inferior ao do modelo HM4. Dessa forma, o modelo HM3 apresentou forças inferiores até o deslizamento relativo de aproximadamente 6 mm. Em seguida, o modelo HM3 mostrou possuir maior capacidade resistente até o término do ensaio.

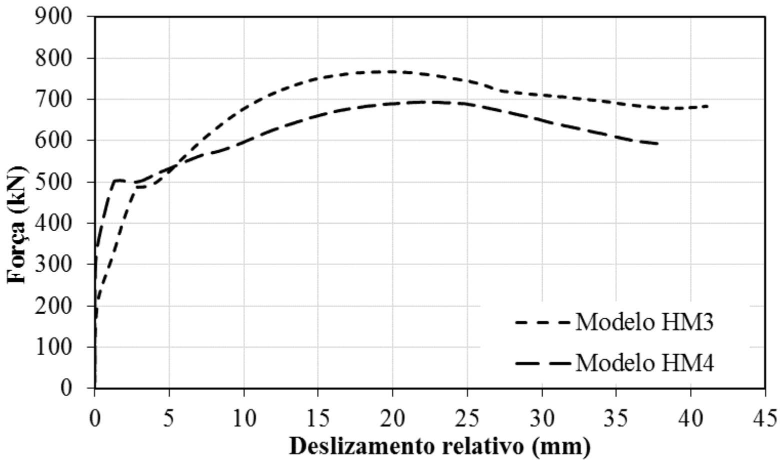


Figura 8 - Força *versus* deslizamento relativo dos modelos da série F

Na Tabela 3 observa-se que a rigidez k_{sc} dos conectores do modelo HM4 foi consideravelmente elevada em relação a rigidez do modelo HM3, com uma razão de 3,35. Também se observa que os conectores do modelo HM3 apresentaram uma capacidade resistente apenas 10% superior à do modelo HM4, ou seja, em ambos os modelos os conectores apresentaram capacidades resistentes próximas.

Tabela 3 - Valores de força e rigidez alcançados nos modelos da série F

Modelo	$P_{máx}$	$P_{máx,con}$	P_{Rk}	k_{sc}
-	[kN]	[kN]	[kN]	[kN/mm]
HM3	767,27	191,82	172,64	44,04
HM4	694,00	173,50	156,15	147,88
Média	730,63	182,66	164,39	95,96

Na Figura 9 tem-se um dos modelos da série F após o ensaio. Com a elevação da força aplicada, ocorreu o giro dos parafusos e o escoamento do tubo de aço na região do furo em contato com o conector.

A solicitação dos conectores provocou os seguintes fenômenos: o esmagamento do concreto na região abaixo dos parafusos e próxima ao tubo; e, a ruptura por tração do núcleo de concreto devido aos esforços de tração no nível da seção transversal que contém os conectores. (Santos *et al.*, 2016b).

Figura 9 - Modelo da série F após o ensaio

2.4 Comparação entre os resultados dos modelos das séries E e F

A Tabela 4 apresenta os valores médios de força dos modelos das séries E e F. Verifica-se que a capacidade resistente dos conectores foi influenciada pela sua disposição em um ou dois níveis, apesar de o número total de conectores permanecer o mesmo.

Tabela 4 - Comparação entre os valores de força dos modelos das séries E e F

séries	$P_{máx}$	$P_{máx,con}$	P_{Rk}
-	[kN]	[kN]	[kN]
E – 2N	1.008,03	252,01	226,80
F – 1N	730,63	182,66	164,39

A razão entre a força máxima $P_{máx}$ média dos modelos da série E (conectores em dois níveis) e a força média dos modelos da série F (conectores em um nível) foi de 1,37. Supõe-se que um dos fatores determinantes na elevação da capacidade resistente dos modelos da série E seja o confinamento do concreto abaixo do conector, na região próxima à parede do tubo (Santos, 2017). Nos modelos da série E tem-se uma maior razão entre a área da seção transversal de concreto (A_c) e a área solicitada pelo fuste do parafuso (A_1), em uma mesma seção, o que proporciona uma maior tensão resistente do concreto devido ao confinamento. Essa justificativa também pode ser confirmada quando se faz uma comparação entre a Eq. (3) e a Eq. (9), correspondentes às tensões de compressão resistentes das normas ABNT NBR 16239:2013, que não leva em conta o confinamento proporcionado pelo tubo, e EN 1994-1-1:2004, que leva em conta esse efeito.

3 Comparação dos Procedimentos de Projeto com os Modelos Experimentais

Na Tabela 5 são apresentados os resultados analíticos dos procedimentos de cálculo da norma ABNT NBR 16239:2013, de Starossek e Falah (2008) e de Van Long *et al*. (2015), sendo definidos pela Eq. (1), Eq. (7) e Eq. (9), respectivamente, considerando somente o mecanismo de falha no concreto. Na mesma tabela, esses resultados são comparados com os resultados obtidos na análise experimental pela razão $V_{Rk}/P_{máx}$. Os resultados apresentados correspondem ao valor da resistência de apenas um conector. Os coeficientes de ponderação da resistência foram considerados iguais a unidade. O coeficiente de comportamento do concreto γ_n da Eq. (3) foi mantido como igual a 1,40.

Tabela 5 – Razão entre os resultados dos procedimentos analíticos de cálculo e dos ensaios considerando somente a falha no concreto

Ensaios			**Procedimentos Analíticos**					
Modelo		$P_{máx}$	**ABNT NBR 16239:2013**		**Starossek e Falah (2008)**		**Van Long *et al.* (2015)**	
			V_{Rk}	$V_{Rk}/P_{máx}$	V_{Rk}	$V_{Rk}/P_{máx}$	V_{Rk}	$V_{Rk}/P_{máx}$
-		[kN]	[kN]	-	[kN]	-	[kN]	-
Série E	HM1	264,33	99,26	0,38	112,02	0,42	288,52	1,09
	HM2	239,68	99,26	0,41	112,02	0,47	288,52	1,20
Série F	HM3	191,82	98,77	0,51	112,58	0,59	376,36	1,96
	HM4	173,50	98,77	0,57	112,58	0,65	376,36	2,17
Média			-	0,47	-	0,53	-	1,61
COV*			-	0,19	-	0,20	-	0,34

* COV (Coeficiente de Variação) compara as medidas relativas de dispersão em torno da média.

Verifica-se que os procedimentos de cálculo da ABNT NBR 16239:2013 e de Starossek e Falah (2008) forneceram resultados próximos entre si, com os da norma brasileira inferiores em cerca de 13%. Entretanto, esses resultados estão bem abaixo dos experimentais obtidos. Em ambos os modelos de cálculo, houve uma pequena melhora na aproximação aos valores experimentais nos modelos HM3 e HM4 da série F, que apresentam apenas um nível de instalação dos conectores.

O confinamento que o tubo de aço fornece ao núcleo de concreto apresenta-se como um fator significativo para predição da capacidade resistente dos conectores parafusos. Essa hipótese foi comentada no subitem 2.4**,** e aqui ela surge novamente quando se avalia os valores extremos das médias apresentadas na Tabela 5, cujos valores são 0,47 e 1,61, para os modelos de cálculo da ABNT NBR 16239:2013 e Van-Long *et al.* (2015), respectivamente. O confinamento do concreto tende a ser maior ou menor, dependendo do fator de confinamento e da região parcialmente carregada considerada para o dimensionamento dos conectores. Esse comportamento está implícito nas equações correspondentes à falha do concreto desses modelos de cálculo. Ao avaliar a falha no concreto pela equação proposta por Van-Long *et al.* (2015), observa-se que esta foi a única que apresentou resultados não conservadores em relação aos experimentos, com uma média igual a 1,61 (Tabela 5).

A Tabela 6 compara os resultados considerando, agora, todos os possíveis modos de falha dos modelos de cálculo da norma ABNT NBR 1623:2013 utilizando-se a Eq. (1) a Eq. (2), de Starossek e Falah (2008) utilizando-se a Eq. (4) e Eq. (5), e de Van-Long *et al.* (2015) utilizando-se a Eq. (7) e Eq. (8).

Tabela 6 – Razão entre os resultados dos procedimentos analíticos de cálculo e dos ensaios considerando todos os modos de falha

Modelo	**Procedimentos Analíticos**								
	ABNT NBR 16239:2013			**Starossek e Falah (2008)**			**Van Long *et al.* (2015)**		
	V_{Rk}	***Falha***	$V_{Rk}/P_{máx}$	V_{Rk}	***Falha***	$V_{Rk}/P_{máx}$	V_{Rk}	***Falha***	$V_{Rk}/P_{máx}$
-	[kN]	-	-	[kN]	-	-	[kN]	-	-
HM1	99,26	Concreto*	0,38	112,02	Concreto*	0,42	160,69	Cisalhamento**	0,61
HM2	99,26	Concreto*	0,41	112,02	Concreto*	0,47	160,69	Cisalhamento**	0,67
HM3	98,77	Concreto*	0,51	112,58	Concreto*	0,59	160,69	Cisalhamento**	0,84
HM4	98,77	Concreto*	0,57	112,58	Concreto*	0,65	160,69	Cisalhamento**	0,93
Média	-		0,47	-		0,53	-		0,76
COV	-		0,19	-		0,20	-		0,19

* Falha por esmagamento do concreto; ** Falha por cisalhamento do parafuso.

No procedimento de cálculo da norma brasileira, a ruína em todos os modelos continuou ocorrendo por falha do concreto (a falha por cisalhamento do parafuso forneceu uma força resistente nominal igual a 107,13 kN), coerentemente com as observações experimentais. Entretanto, caso fossem considerados os coeficientes de ponderação das resistências (valores de cálculo), a média dos resultados da Tabela 6 seria alterada, podendo mudar, inclusive, o modo de falha predominante no modelo de cálculo.

O procedimento de cálculo de Starossek e Falah (2008) continuou mantendo como prevalecente a falha do concreto e proporcionou uma aproximação melhor com os ensaios do que o procedimento da norma brasileira e pior do que o modelo de Van-Long *et al.* (2015).

Por fim, o procedimento de cálculo de Van-Long *et al.* (2015), quando comparado com os demais, respondeu com uma melhor aproximação frente aos resultados experimentais, com média das razões igual a 0,76. No entanto, a falha predominante foi o cisalhamento nos parafusos, em ambas as séries, E e F, diferentemente do observado nos experimentos e, também, dos resultados dos demais procedimentos de cálculo.

Nas Figuras 10 e 11, respectivamente para as séries E e F, têm-se linhas horizontais indicando o valor de força máxima por conector obtida experimentalente $P_{máx,con}$ (média dos modelos de cada série) e, também, indicações dos valores previstos pelos procedimentos de cálculo (considerando todos os modos de falha previstos por cada modelo).

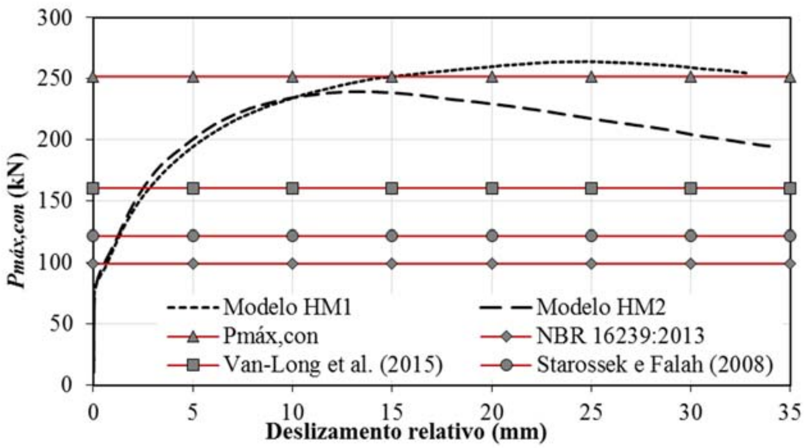


Figura 10 – Comparação entre as capacidades resistentes dos conectores da série E

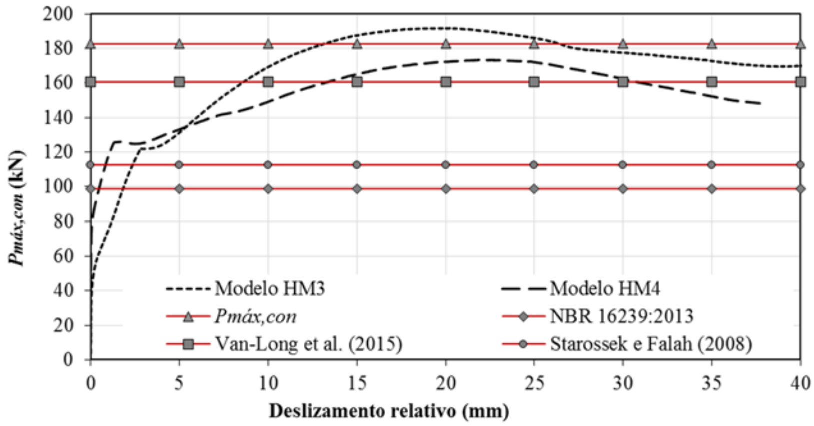


Figura 11 – Comparação das capacidades resistentes entre os conectores da série F

Os procedimentos de cálculo da ABNT NBR 16239:2013 e de Starossek e Falah (2008) forneceram uma razão igual a 0,88 e 0,87 para as séries E e F (99,26/112,02 e 98,77/112,58, respectivamente). Isso sinaliza que esses procedimentos fornecem resultados bem próximos, como esperado, devido à semelhança das suas equações. Em todos os casos, o procedimento de cálculo da norma brasileira apresentou os menores resultados frente aos resultados experimentais, denotando seu conservadorismo. Em relação ao procedimento de Van-Long *et al*. (2015), apesar dos seus resultados finais serem mais próximos do experimental ao considerar apenas a falha no concreto (Tabela 5), observada nos experimentos, nota-se que esses resultados podem estar contra a segurança.

4 Conclusões

Este estudo buscou analisar os conectores parafusos como dispositivos de transferência de forças nos PMPC. A análise experimental foi constituída por duas séries que possibilitaram analisar o comportamento dos conectores de cisalhamento por meio da rigidez, força máxima e os modos de falha observados. Os resultados experimentais foram comparados com aqueles fornecidos pelos procedimentos de cálculo de Starossek e Falah (2008), Van-Long *et al.* (2015) e da ABNT NBR 16239:2013.

Nos experimentos realizados observou-se que o concreto foi esmagado localmente na região carregada abaixo do fuste dos parafusos. Em particular na série F (conectores instalados em apenas um nível), o núcleo de concreto além de sofrer esmagamento localizado, foi submetido a esforços de tração pela ação das extremidades dos fustes dos parafusos. Essa ação contribuiu para a ruptura do núcleo de concreto por tração na seção transversal onde os conectores foram instalados.

Verificou-se que a disposição dos conectores na seção transversal dos PMPC foi um dos fatores determinantes na elevação de sua capacidade resistente, sendo esse ganho na ordem de 37%, quando se comparou os resultados dos conectores instalados em dois níveis em relação aos que foram instalados em apenas um nível. Posto isso, na fase de projeto, torna-se indispensável avaliar a disposição dos conectores na seção transversal dos PMPC. Essa avaliação deve ser realizada de modo a se obter um nível maior de confinamento na região parcialmente carregada pelo fuste, elevando-se, assim, a capacidade resistente dos conectores para a transferência de forças.

Ao se analisar os procedimentos analíticos de cálculo, concluiu-se que o procedimento da ABNT NBR 16239:2013, na amostragem avaliada nesse estudo, conduziu a resultados significativamente inferiores aos obtidos experimentalmente. A razão entre os seus resultados e os experimentais apresentou a média mais baixa entre todos os procedimentos de cálculo, igual a 0,47.

O procedimento de cálculo de Starossek e Falah (2008) forneceu resultados próximos dos da norma brasileira, mas um pouco superiores a estes e que, portanto, se aproximaram mais dos experimentais, embora se mantivessem ainda bastante conservadores. A razão entre esses resultados e os experimentais teve uma média igual a 0,53, e um coeficiente de variação ligeiramente pior em relação aos demais, igual a 0,20.

Por fim, observou-se que o procedimento de cálculo de Van-Long *et al.* (2015), mesmo sendo desenvolvido para parafusos passantes, respondeu com boa aproximação em relação aos resultados de ensaio quando foram avaliados todos os modos de falha. Todavia, ao se analisar a falha somente do concreto (observada experimentalmente), esse procedimento apresentou a pior aproximação, com uma média igual a 1,61, acima dos resultados dos ensaios.

Em linhas gerais, verifica-se que os resultados fornecidos pelos procedimentos de cálculo avaliados neste estudo ainda estão distantes da capacidade resistente dos conectores obtida experimentalmente. Além disso, no procedimento de Van-Long *et al.*

(2015), o modo de falha prevalecente (falha do conector) não correspondeu ao observado experimentalmente (falha do concreto). Dessa forma, faz-se necessário estudos que busquem propor novos procedimentos cálculos capazes de retratar com melhor aproximação o comportamento dos conectores parafusos como dispositivos de transferência de força entre o tubo de aço e o núcleo de concreto em pilares tubulares preenchidos com concreto.

5 Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais), à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e à Vallourec Tubos do Brasil S.A. pelo apoio.

6 Referências bibliográficas

ALMEIDA, Paulo Henrique Ferreira. Estudo numérico de um dispositivo de transferência de cargas em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. **Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas**, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015. (Dissertação de Mestrado)

ATHIRA, T. J. Study on Structural Behaviour of Concrete Filled Steel Tubular Columns with and without Shear Connectores. **International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology**, v. 5, p. 13364-13372, July 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800:2008**: Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16239:2013**: Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edificações com Perfis Tubulares. Rio de Janeiro, 2013.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM A325-10$^{\varepsilon 1}$**. Standard Specification for Structural Bolts, Steels, Heat Treated, 120/105 ksi Minimum Tensile Strength. West Conshohocken, 2013.

BÄRTSCHI, R. Load-Bearing Behavior of Composite Beams in Low Degrees of Partial Shear Connection. **Institute of Structural Engineering,** ETH Zurich, 2005. (Phd Thesis)

CARDOSO, Hermano de Sousa. Estudo Teórico Experimental de Parafusos Utilizados como Dispositivos de Transferência de Carga em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto. **Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas**, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014. (Dissertação de Mestrado)

CARDOSO, Hermano de Sousa; CALDAS, Rodrigo Barreto; FAKURY, Ricardo Hallal. Método de ensaio de cisalhamento utilizado em Pilares Mistos Tubulares de Aço Preenchidos com Concreto. **Revista Ciência & Engenharia (Science & Engineering Journal).** Uberlândia, v. 15, p. 29–38, 2016.

EN 1994-1-1:2004, **Eurocode 4:** Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings. European Committee for Standardization. Brussels, Belgium, 2004.

RIBEIRO NETO, J. G.; SARMANHO, A. M. Experimental analysis of a mechanical shear connector in concrete filled steel tube column. **Ibracon Structures and Material Journal**, v. 10, p. 592-625, 2017.

SANTOS, L. R.; CALDAS, R. B.; FAKURY, R. H.; RODRIGUES, F. C. Conectores parafusos instalados em dois níveis em pilares mistos preenchidos com concreto autoadensável. **Congresso Latino-Americano da Construção Metálica (CONSTRUMETAL)**, 7ª ed., São Paulo, 2016a.

SANTOS, L. R.; CALDAS, R. B.; CARDOSO, H. S.; PRATES, J.A. Pilares mistos preenchidos com concreto autoadensável utilizando parafusos de alta resistência mecânica como conectores de cisalhamento. **Anais do 58º Congresso Brasileiro do Concreto,** CBC2016-IBRACON, Belo Horizonte, 2016b.

SANTOS, L. R. Análise numérica de conectores parafusos em pilares mistos circulares preenchidos com concreto. **Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas**, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017. (Dissertação de Mestrado)

STAROSSEK, U.; FALAH, N. Force transfer in concrete-filled steel tube columns. Proceedings, **5th European Conference on Steel and Composite Structures – Eurosteel 2008**, Graz, Austria, 2008.

VAN LONG, Hoang; JEAN PIERRE, Jaspart; DEMONCEAU, Jean-François. Extended end-plate to concrete-filled rectangular column joint using long bolts. **Journal of Constructional Steel Research**, Belgium, v. 113, p. 156-168, 2015.

YOUNES, Sherif M.; RAMADAN, Hazem M.; MOURAD, Sherif A. Stiffening of short small-size circular composite steel-concrete columns with shear connectors. **Journal of Advanced Research**, v. 7, p. 525-538, 2016.

Revista da Estrutura de Aço - REA
Recebido: 01/06/2018
Aprovado: 03/11/2018
Volume 8. Número 2 (agosto/2019). p. 215-234 - ISSN 2238-9377
Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

Dimensionamento ótimo de pórtico de aço com ligações semirrígidas utilizando elementos finitos híbridos

Sérgio da Silva Ferreira Júnior[1*] e Gines Arturo Santos Falcón[2]

[1] Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Av. Alberto Lamego, 2000, 2803-602, Campos dos Goytacazes - RJ, ssferreira.jr@gmail.com
[2] Laboratório de Engenharia Civil, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Av. Alberto Lamego, 2000, 2803-602, Campos dos Goytacazes - RJ, gines@uenf.br

Optimum steel frame design with semi-rigid connections using hybrid finite elements

Resumo
Apresenta-se uma metodologia computacional para dimensionamento ótimo de pórticos planos de aço utilizados em edifícios multi-andares. O estudo visa a definição de pórticos planos de aço eficientes e econômicos. Considera-se o comportamento não linear geométrico da estrutura e o comportamento semirrígido das ligações viga-coluna. As variáveis de projeto são as rigidezes das ligações e os perfis comerciais nacionais, variáveis continuas e discretas, respectivamente. As restrições de projeto são adotadas em conformidade com normativas locais. Foram desenvolvidos dois módulos computacionais integralmente no ambiente computacional MATLAB. Para análise estrutural, baseado no Método dos Elementos Finitos, foi implementado um Elemento Finito Híbrido que adiciona elementos tipo mola rotacional nas extremidades do elemento viga clássico. Exemplos são apresentados para ilustrar a metodologia proposta.

Palavras-chave: *Pórtico de aço, Ligações semirrígidas, Otimização estrutural, Elemento Finito Híbrido.*

Abstract
It presents a computational methodology for optimal sizing of plane steel frames used in multi-storey buildings. The study aims at the definition of efficient and economical plane steel frames. It is considered the geometric non-linear behavior of the structure and the semi-rigid behavior of the beam-column connections. The design variables are the stiffness of the connections and commercial profiles available in the local market, continuous and discrete variables, respectively. The design constraints are adopted in accordance with local regulations. Two computational modules were developed integrally in the MATLAB computational environment. For structural analysis, based on Finite Element Method, was implemented a Hybrid Finite Element, which adds rotational spring elements at the ends of the classic beam element. Examples are presented to illustrate the proposed methodology.

Keywords: *Steel frame, Semi-rigid connections, Structural optimization, Hybrid finite element.*

* autor correspondente

1 Introdução

No projeto clássico de pórticos de aço são adotados dois modelos hipotéticos de comportamento para as ligações segundo a sua rigidez rotacional: articulado ou rígido. Esses modelos são adotados visando a simplificação da análise estrutural, desconsiderando desta forma, o comportamento semirrígido que realmente ocorre nas ligações, Freitas (2010).

Neste contexto, as ligações viga-coluna desempenham um papel determinante na distribuição de esforços internos e consequentemente no comportamento mecânico de pórticos de aço, como atestam diversos estudos realizados nas últimas décadas.

Muitos estudos numéricos e ensaios foram realizados para verificação do comportamento mecânico de ligações semirrígidas. Dentre outros, Mesquita (2002) apresentou um banco de dados, denominado SERICON II, onde diversos ensaios realizados na época encontram-se devidamente catalogados. Simões (1996) e Díaz (2011) apresentaram estudos para minimização do custo de fabricação de pórticos de aço com ligações semirrígidas. Em geral, os trabalhos revisados utilizam diversas técnicas de análise estrutural e algoritmos de otimização. Observa-se o grande potencial do Método dos Elementos Finitos e dos Algoritmos Genéticos na solução de complexos problemas de otimização estrutural.

De acordo com Díaz (2011), nos pórticos de aço a ligação articulada permite a rotação relativa entre a viga e o pilar, portanto não há transmissão de momentos fletores entre esses elementos. Já as ligações rígidas, não permitem a rotação relativa entre esses elementos, causando então, transferência de momentos fletores entre vigas e colunas. No entanto, a característica real de uma ligação apresenta um comportamento intermediário entre os casos citados, denominada semirrígida, conforme mostra a Figura 1, onde ϕ a rotação entre a viga e a coluna. Para cada rigidez rotacional inicial ($S_{ini,i}$) adotada, com o carregamento e o perfil inalterados, têm-se diferentes valores de rotação.

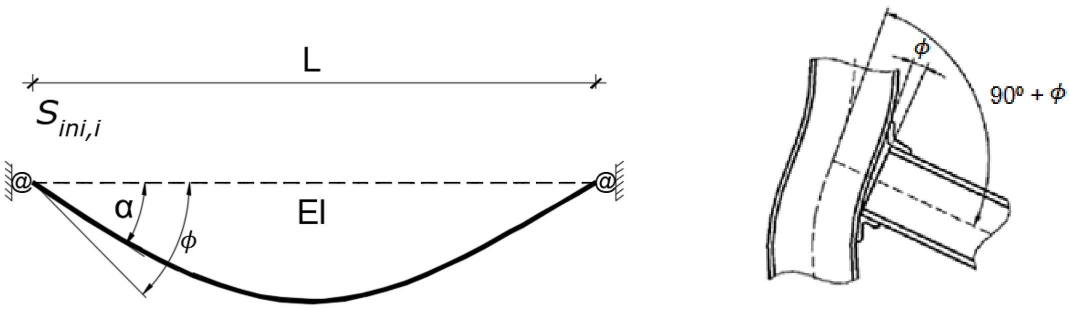


Figura 1 – Comportamento da ligação semirrígida.

A Figura 2 mostra o comportamento mecânico de uma ligação viga-coluna, em função do momento aplicado e da rotação relativa produzida por este momento, onde observa-se um trecho inicial linear elástico seguido de um trecho não linear. Nota-se que ligações articuladas representadas, por exemplo, pela ligação de cantoneira dupla, Figura 2 (a), apresenta elevadas rotações com pequenos momentos, diferente das ligações com significativa rigidez rotacional, representada, por exemplo, pela ligação de chapa de topo mostrada na Figura 2 (b), que se caracteriza por apresentar pequena deformação rotacional e ruptura frágil.

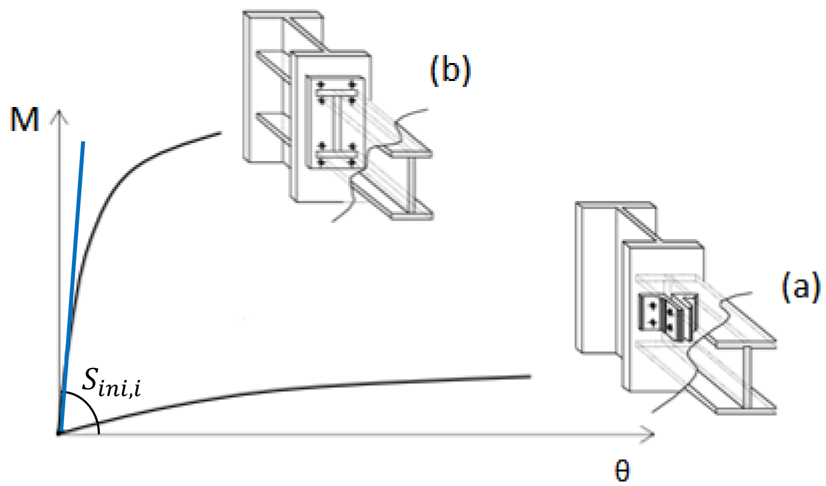


Figura 2 – Curva momento-rotação: (a) cantoneira dupla de alma; (b) placa de extremidade.

A característica da curva momento-rotação de uma ligação depende de suas propriedades de resistência à flexão, rigidez rotacional e capacidade de rotação (ductilidade). A rigidez rotacional inicial ($S_{ini,i}$) define a relação linear entre o momento fletor solicitante e a rotação relativa na etapa inicial de deformação da ligação. Em função deste parâmetro, a ABNT NBR 8800:2008 define limites inferiores e superiores para classificação das ligações semirrígidas, Equação (11).

Em virtude da influência significativa das ligações semirrígidas no comportamento dos pórticos de aço, principalmente em relação aos deslocamentos laterais, o presente estudo preocupa-se pela análise estrutural na sua posição deformada, isto é, análise não linear geométrica.

Assim, foram implementados dois módulos computacionais, um para análise do comportamento mecânico de pórticos planos de aço com ligações viga-coluna semirrígidas e outro para o dimensionamento ótimo, ambos os módulos implementados integralmente no ambiente computacional MATLAB.

O módulo computacional de análise estrutural foi implementado a partir do programa de domínio público CALFEM - "*Computer Aided Learning of Finite Element Method*" (Lund University, 2004). O CALFEM é um programa computacional utilizado em diversas universidades para o ensino de técnicas de elementos finitos. No entanto, o programa foi reformatado e aprimorado para seu uso automatizado no processo iterativo de otimização, utilizando interfaces baseada em arquivos de entrada de dados e saída de resultados. Desta forma, foram implementados uma versão para análise linear elástica e outra para análise não linear geométrica. O programa CALFEM foi adaptado para consideração das ligações semirrígidas no comportamento mecânico dos pórticos de aço através da inclusão de um elemento finito híbrido que aqui se propõe.

O modelo de otimização adotado objetiva reduzir o custo de fabricação de pórticos aço, considerando-se simultaneamente o custo dos perfis estruturais e o custo das ligações viga-coluna. As variáveis de projeto (VP) são os perfis estruturais (VP discretas) e o grau de rigidez rotacional das ligações (VP contínuas). Para o primeiro grupo de variáveis foi criado um banco de dados e suas interfaces computacionais, visando a definição automática da configuração estrutural no processo iterativo de otimização.

As restrições de projeto estão baseadas nas prescrições da ABNT NBR 8800:2008, com relação a deslocamentos e resistências mecânicas.

2 Análise estrutural do pórtico de aço

No módulo de análise estrutural desenvolvido, propõe-se um Elemento Finito Híbrido para simulação do efeito do grau de rigidez rotacional das ligações viga-coluna e também se considera o comportamento não linear geométrico de pórticos de aço planos.

Para simulação do comportamento rotacional das ligações viga-coluna, considera-se um modelo linear elástico simplificado, de acordo com as curvas momento-rotação das ligações viga-coluna usuais. A rigidez inicial da ligação, $S_{ini,i}$, é definida pela inclinação da curva mostrada na Figura 2. De acordo com Faella *et al.* (2000) a flexibilidade das ligações é medida pela rigidez rotacional inicial, $S_{ini,i}$.

São apresentados a seguir, os conceitos necessários para definição do Elemento Finito Híbrido, inicialmente para o problema de análise linear elástica e em seguida para análise não linear geométrica.

2.1 Elemento Finito Híbrido - formulação para análise linear

Para análise linear elástica a matriz de rigidez do elemento tipo viga plana com extremidades rígidas (K_i) é:

$$K_i = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \tag{1}$$

onde A é a área da seção transversal da barra, E é o módulo de elasticidade e L é o comprimento da barra.

Segundo Simões (1996), a matriz de rigidez do elemento plano que inclui os efeitos das ligações semirrígidas (K_i^{SR}) pode ser obtida a partir da matriz de rigidez do elemento viga clássico, isto é, com extremidades rígidas, modificada por uma matriz de correção (C_i):

$$K_i^{SR} = K_i \cdot C_i \tag{2}$$

A matriz de correção (C_i) considera a alteração da flexibilidade da viga devido a utilização de ligações semirrígidas anexadas nas suas extremidades. Desta forma, alteram-se somente os valores de rigidez flexional, mantendo a rigidez axial inalterada.

De forma prática, utiliza-se o conceito de fator de rigidez (r), como sendo a relação entre a rotação da extremidade da viga devido à aplicação de um momento unitário, e a rotação deste mesmo momento acrescida da rotação devido à flexibilidade da própria ligação (Sánchez e Espín, 2013), Equação (3).

$$r_i = \frac{1}{1 + \frac{3EI}{S_{ini,i}L}} \quad (i = 1, 2) \tag{3}$$

Para ligações teoricamente flexíveis a rigidez rotacional é nula; assim, o valor do fator de rigidez é zero (r = 0). Enquanto que, para ligações engastadas, o fator de rigidez é unitário (r = 1). Assim sendo, uma ligação semirrígida pode ter um fator de rigidez variando entre zero e um (0 < r <1).

Desta maneira, de acordo com Simões (1996), a matriz de correção (C_i), é:

$$C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4r_2 - 2r_1 + r_1 r_2}{4 - r_1 r_2} & \frac{-2Lr_1(1 - r_2)}{4 - r_1 r_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6(r_1 - r_2)}{L(4 - r_1 r_2)} & \frac{3r_1(2 - r_2)}{4 - r_1 r_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4r_1 - 2r_2 + r_1 r_2}{4 - r_1 r_2} & \frac{2Lr_2(1 - r_1)}{4 - r_1 r_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6(r_1 - r_2)}{L(4 - r_1 r_2)} & \frac{3r_2(2 - r_1)}{4 - r_1 r_2} \end{bmatrix} \tag{4}$$

sendo L comprimento do elemento, r_1 o fator de rigidez da ligação do extremo inicial do elemento e r_2 o fator de rigidez da ligação do extremo final do elemento.

2.2 Elemento Finito Híbrido – formulação para análise não linear geométrica

Nos pórticos de aço são usualmente utilizados perfis estruturais de média ou grande esbeltez, consequentemente, os efeitos advindos do comportamento não linear geométrico da estrutura são significativos e devem ser considerados na análise.

Nesses casos, a variação dos deslocamentos laterais em função da altura da edificação e as ações gravitacionais em virtude do peso próprio e sobrecargas, causam momentos secundários que por sua vez provocam deslocamentos adicionais, Figura 3 (a). O Efeito P-Δ, corresponde ao acréscimo de momentos originados pela deformação estrutural, resultando na mudança do ponto de aplicação das cargas verticais, Figura 3 (b), enquanto que o Efeito P-δ é referente aos deslocamentos transversais ou flechas em cada elemento da estrutura, (Figura 3 (c)).

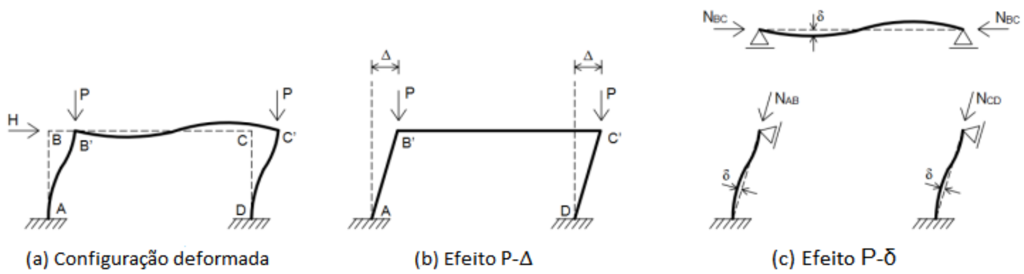


Figura 3 – Efeitos da análise nãolinear

Fonte: Silvestre (2007).

Na sequência, a matriz de rigidez do Elemento Finito Híbrido para a análise não linear geométrica de pórticos de aço (K_{gi}), foi obtida a partir da matriz de rigidez (K_i), definida na Equação (1). Para tal, consideram-se os efeitos de instabilidade estrutural devido ao comportamento não linear geométrico da estrutura. Desta forma, a matriz de rigidez do elemento (K_{gi}), é dada por:

$$K_{gi} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3}\phi_5 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & 0 & -\frac{12EI}{L^3}\phi_5 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{4EI}{L}\phi_3 & 0 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{2EI}{L}\phi_4 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3}\phi_5 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & 0 & \frac{12EI}{L^3}\phi_5 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{2EI}{L}\phi_4 & 0 & -\frac{6EI}{L^2}\phi_2 & \frac{4EI}{L}\phi_3 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Para força normal de compressão (N<0), tem-se:

$$\phi_1 = \frac{kL}{2} cot \frac{kL}{2}; \qquad \phi_2 = \frac{1k^2L^2}{12(1-\phi_1)}; \qquad \phi_3 = \frac{1}{4}\phi_1 + \frac{3}{4}\phi_2; \tag{6}$$

$$\phi_4 = -\frac{1}{2}\phi_1 + \frac{3}{2}\phi_2; \qquad \phi_5 = \phi_1\phi_2$$

sendo

$$k = \frac{\pi}{L}\sqrt{\rho};\;\; com \;\;\; \rho = -\frac{NL^2}{\pi^2 EI}$$

Enquanto que para força normal de tração (N>0), tem-se:

$$\phi_1 = \frac{kL}{2} coth \frac{kL}{2}; \qquad \phi_2 = -\frac{1k^2L^2}{12(1-\phi_1)}; \qquad \phi_3 = \frac{1}{4}\phi_1 + \frac{3}{4}\phi_2; \qquad (7)$$

$$\phi_4 = -\frac{1}{2}\phi_1 + \frac{3}{2}\,\phi_2; \qquad \phi_5 = \phi_1\phi_2$$

sendo

$$k = \frac{\pi}{L}\sqrt{-\rho};\;\; com \;\;\; \rho = -\frac{NL^2}{\pi^2 EI}$$

onde N é força normal que atua no elemento, L o comprimento do elemento, I o momento de inércia e E módulo de elasticidade.

Finalmente, para definição do elemento finito híbrido para o caso não linear geométrico, foram realizadas alterações análogas ao procedimento feito com a matriz de rigidez para o caso de análise linear, $K_{gi}^{SR} = K_{gi} \cdot C_i$, utilizando a matriz de correção (C_i), definida na Equação (4).

2.3 Validação do Elemento Finito Híbrido

Para a validação do elemento foram confrontados os resultados aqui obtidos com os disponíveis em outras publicações. Foram realizadas simulações computacionais visando quantificar os efeitos do fator de rigidez (r_i), na viga simplesmente apoiada de perfil VE 400X49, com carregamento uniformemente distribuído de 10 kN/m, como ilustrado na Figura 4. Foi adotado módulo de elasticidade do aço igual a 200 GPa. Considerou-se o comportamento não linear e também apoios com ligações flexíveis com fator de rigidez variando de 0 (ligação articulada) a 1 (ligação rígida).

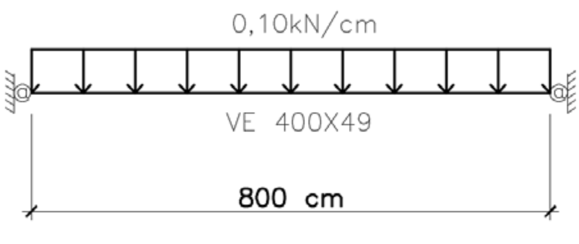


Figura 4 – Viga com ligações semirrígidas.

Utilizando o programa de análise estrutural desenvolvido, foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 1 e comparados com os resultados obtidos por Gomes (2010). Adicionalmente, nas figuras 5 e 6 são apresentadas as variações de rotação e flecha em função do grau de rigidez rotacional das extremidades.

Como pode ser observado na Tabela 1, os valores obtidos no presente trabalho são compatíveis com os estudos de Gomes (2010), onde também foi analisada a variação do fator de rigidez da ligação desde rotulada a rígida.

Tabela 1 – Momentos fletores na viga.

Fator de Rigidez (r)	Gomes (2010)		Presente Trabalho	
	M_{ext} (kNcm)	$M_{vão}$ (kNcm)	M_{ext} (kNcm)	$M_{vão}$ (kNcm)
Rotulada	0,0	7999,9	0,0	8000,0
0,1	761,2	7227,0	761,9	7238,1
0,2	1453,6	6538,3	1454,5	6545,5
0,3	2086,2	5908,4	2087,0	5913,0
0,4	2666,0	5330,4	2666,7	5333,3
0,5	3199,5	4798,2	3200,0	4800,0
0,6	3691,9	4306,7	3692,3	4307,7
0,7	4147,7	3851,4	4148,1	3851,9
0,8	4570,9	3428,6	4571,4	3428,6
0,9	4964,9	3034,9	4965,5	3034,5
Rígida	5332,6	2667,4	5333,3	2666,7

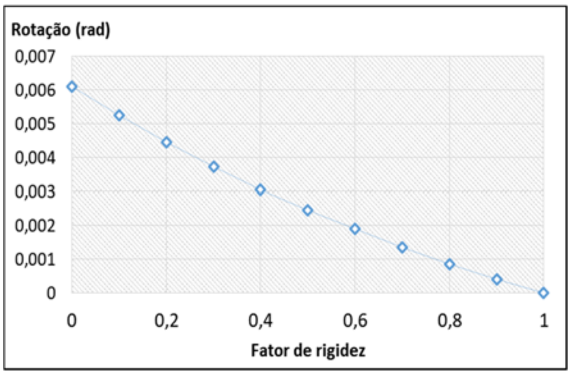


Figura 5 – Rotação nas extremidades da viga.

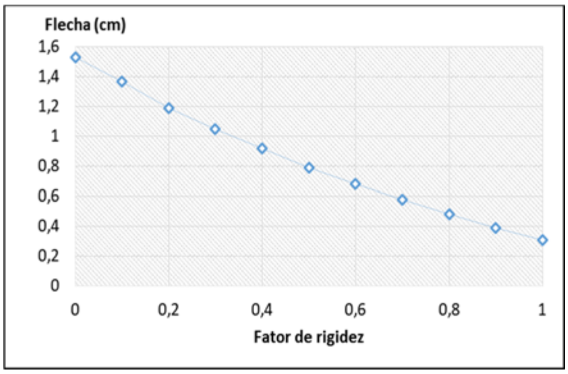


Figura 6 – Flecha no meio do vão da viga.

Observa-se também que o aumento do fator de rigidez da ligação provoca um aumento do momento nas extremidades da viga (M_{ext}) e, concomitantemente, uma diminuição do momento no meio do vão ($M_{vão}$) e que o emprego de ligações semirrígidas permite uma redistribuição de esforços entre os momentos nas extremidades e no meio do vão.

Examinando a Figura 5, verifica-se que as rotações nas extremidades da viga variam de $qL^3/24EI$ = 0,00612 rad, para ligação articulada (r = 0), até um valor nulo, para ligação rígida (r = 1).

Analisando a Figura 6, a flecha no meio do vão varia do valor $5qL^4/384EI$ = 1,53 cm, para ligação totalmente articulada (r = 0), a $qL^4/384EI$ = 0,306 cm, para ligação idealmente rígida (r = 1).

A luz dos resultados mostrados, pode-se afirmar que para uma viga rotulada, a utilização de uma ligação semirrígida possibilita a escolha de um perfil menos robusto, pois o crescimento de momentos nas extremidades da viga diminui a solicitação no meio do vão. E, em comparação a uma ligação rígida, uma ligação menos rígida requer menos detalhes de fabricação e montagem, portanto, mais econômica.

3 Formulação do problema de otimização

O modelo matemático para obtenção de pórticos de aço de custo de fabricação mínimo através da determinação de perfis e rigidezes das ligações viga-coluna ótimas, considerando as restrições da norma reguladora nacional, é obtida pela seguinte expressão:

Minimizar
$$C = C_{perfis} + C_{ligações} \tag{8}$$

Sujeito à
$$g_{\sigma,i} \leq 1,\ \ i = 1,2, \dots, n$$
$$g_{\delta,j} \leq 1, j = 1,2, \dots, m$$

onde C é o custo total da estrutura, C_{perfis} é o custo total dos perfis, $C_{ligações}$ é o custo total das ligações, g_{σ} representa as restrições associadas à resistência mecânica do elemento e g_{δ} representa os deslocamentos nodais, n e m são respectivamente os números de elementos e graus de liberdade restritos da estrutura.

A função objetivo considera o custo de fabricação total da estrutura, a qual deve ser minimizada. O custo total é calculado a partir do somatório do custo dos elementos (vigas e colunas) com o custo das ligações, sendo definido por:

$$C = c_s \left\{ \sum_{i=1}^{nc} (P_i L_i) + \sum_{i=nc+1}^{ne} \left[P_i L_i + \sum_{k=1,2} (m_{eq,k}) \right] \right\} \tag{9}$$

onde P_i é a massa do elemento (kg/m), L_i o comprimento do elemento, nc o número de colunas da estrutura, ne a quantidade total de elementos da estrutura e $m_{eq,k}$ a massa equivalente da extremidade k do elemento.

Para essa pesquisa foi escolhida a ligação com chapa de extremidade estendida sem enrijecedores de coluna para todas as ligações viga-coluna. Neste caso, de acordo com Sánchez e Espín (2013), a equação para a massa equivalente é dada por:

$$m_{eq,k} = 43{,}176 + 33{,}5 \times 10^{-5} \cdot R_k \tag{10}$$

3.1 Restrições de Projeto

Com a finalidade de projetar estruturas que tenham comportamento semirrígido, foram definidos os limites superior e inferior para rigidez inicial R_i (kNm/rad) das ligações viga-coluna. Em conformidade com a ABNT NBR 8800:2008, o limite inferior (quando a ligação é classificada articulada) e o limite superior (quando a ligação é considerada rígida), são definidas por:

$$0{,}5 \cdot E \cdot \frac{I_v}{L_v} \geq R_i \geq 25 \cdot E \cdot \frac{I_v}{L_v} \tag{11}$$

onde E é o módulo de elasticidade do aço, I_v é o momento de inércia da seção transversal da viga e L_v é o comprimento da viga.

Em geral, os elementos que compõem um sistema estrutural estão submetidos a flexo-compressão, combinação de esforços que deve ser verificada. A ABNT NBR 8800:2008 define as condições necessárias para que estes sistemas satisfaçam as condições do Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS).

Considerando os esforços internos referentes ao problema de flexo-compressão, força axial e momento fletor atuando simultaneamente, esta combinação é definida pelas seguintes inequações:

$$\frac{N_{sd}}{N_{Rd}} \geq 0{,}2; \qquad \frac{N_{sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9}\left(\frac{M_{sd}}{M_{Rd}}\right) \leq 1 \tag{12}$$

$$\frac{N_{sd}}{N_{Rd}} < 0{,}2; \qquad \frac{N_{sd}}{2N_{Rd}} + \frac{M_{sd}}{M_{Rd}} \leq 1 \tag{13}$$

onde N_{sd} é a força axial solicitante de cálculo no elemento, N_{Rd} é a força axial resistente de cálculo do elemento, M_{sd} é o momento fletor solicitante de cálculo no elemento e M_{Rd} é o momento fletor resistente de cálculo no elemento.

De acordo com a ABNT NBR 8800:2008, os deslocamentos máximos admissíveis para as vigas de piso são dados pela seguinte expressão:

$$\delta_v = \frac{L}{350} \tag{14}$$

onde δ_v é o deslocamento vertical máximo da viga.

Os deslocamentos horizontais máximo (δ_h) dos nós superiores da coluna em edificações de aço com mais de dois pavimentos, é limitado por:

$$\delta_h = \frac{H}{400} \tag{15}$$

onde H é a altura da coluna.

4 Módulo de Otimização

Na busca de mínimos globais com variáveis de projeto mistas, isto é, com variáveis discretas, continuas e funções de grande não linearidade, foi utilizado o algoritmo genético do Toolbox “*Global Optimization*” do MATLAB.

Os Algoritmos Genéticos (AGs) são técnicas heurísticas evolucionistas de otimização baseado na evolução das espécies, utilizando operadores inspirados no processo de evolução, Rao (2009). Esses algoritmos são adequados para problemas não lineares, tendo em vista que eles são capazes de avaliar grandes e complexas regiões de busca permitindo a escolha dos melhores indivíduos dentro de uma população de candidatos à solução, Diaz *et al.* (2011).

O princípio básico dos operadores genéticos é fazer a transformação da população através de sucessivas gerações, imitando o que acontece na natureza. Os operadores genéticos são necessários para a diversificação da população, mantendo as características de adaptação adquiridas nas gerações passadas.

5 Exemplos

Após inúmeras tentativas, os parâmetros da configuração do Algoritmo Genético de otimização para os exemplos aqui apresentados ficaram configurados da seguinte forma: população de 80 indivíduos, máximo de 100 gerações, fração de *crossover* de 0,85 e taxa de mutação de 10^{-2}. As especificações do computador LENOVO utilizado para o processamento são: Intel i5 2.4GHz, RAM 4 GB, AMD *Radeon Graphics*.

5.1 Exemplo 1

Esse exemplo foi estudado por Sanchéz & Espín (2013), e trata-se de um pórtico de dois pavimentos e três vãos. Foram definidos quatro grupos de elementos para a estrutura e mais quatro grupos para as ligações. A geometria da estrutura, os carregamentos e os grupos dos elementos estão representados na Figura 7**.**

Visando posterior comparação de resultados, para todos os elementos adotou-se o módulo de elasticidade E = 210 GPa, uma tensão de escoamento f_y = 250 MPa e o custo unitário do aço de 3,70 reais/kg.

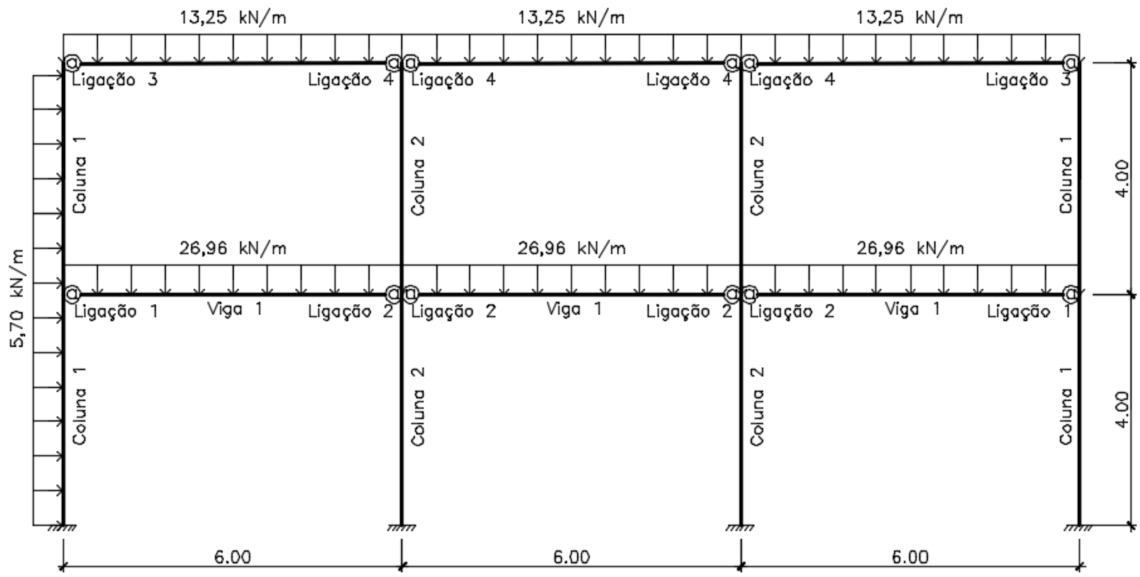


Figura 7 – Pórtico 2: 2 pavimentos e 3 vãos.

Para obtenção da configuração ótima, foram necessárias 48 gerações com um tempo de execução de 65 segundos. Na Figura 8 é apresentado o histórico do processo de otimização com a representação da massa da estrutura a cada iteração até atingir o critério de parada. Como resultado ótimo obteve-se uma massa de 2.327,60 kg, que equivale a um custo de R$ 10.476,11.

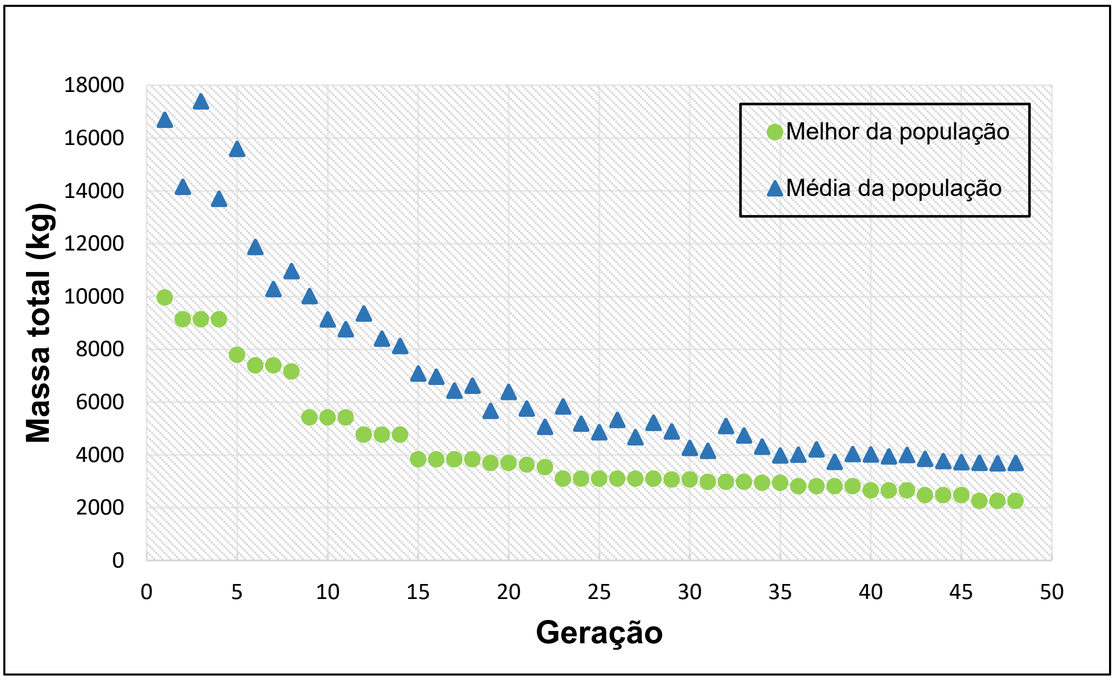


Figura 8 – Histórico do processo de otimização com ligações semirrígidas.

Os perfis estruturais e as rigidezes das ligações ótimas obtidas estão relacionadas na Tabela 2, onde também estão listados os resultados obtidos por Sanchéz e Espín (2013). Nela estão contidas a nomenclatura dos perfis comerciais com sua massa em kg/m em parênteses, como também os valores de rigidez rotacional da ligação e seu respectivo fator de rigidez.

Tabela 2 – Perfis ótimos para cada elemento do pórtico.

Variáveis de Projeto	Sánchez & Espín (2013)	Presente trabalho Semirrígida
Coluna 1	HEB 120 (26,7)	H 150 x 22,5
Coluna 2	HEB 160 (42,6)	H 200 x 35,9
Viga 1	IPE 300 (42,2)	I 310 x 38,7
Viga 2	IPE 240 (30,7)	I 310 x 38,7
Ligação 1 (kNm/rad)	14.900 (0,63)	10.211 (0,53)
Ligação 2 (kNm/rad)	20.500 (0,70)	12.037 (0,58)
Ligação 3 (kNm/rad)	7.000 (0,63)	30.077 (0,77)
Ligação 4 (kNm/rad)	16.300 (0,80)	16.148 (0,64)

Na Tabela 3 apresenta-se o custo final obtido. Observa-se que foi obtido um custo 4% menor comparado com os resultados de Sánchez & Espín (2013), mostrando que a metodologia que aqui se apresenta está condizente com os resultados obtidos na literatura. As rigidezes das ligações também são semelhantes, estando o fator de rigidez dentro do intervalo: 0,53 a 0,80, que corresponde a ligações semirrígidas.

A utilização dos perfis I ao invés dos perfis IPE (europeus) se deu pela criação do banco de dados com perfis comercializados neste país.

Tabela 3 – Custo total do pórtico.

Custo (R$)	Sánchez & Espín (2013)	Presente trabalho
Custo das ligações	2.153,76 (100%)	2.154,99 (100,1%)
Custo dos perfis	8.960,29 (104%)	8.612,12 (100%)
Custo total	11.114,05 (103%)	10.767,11 (100%)

A Figura 9 ilustra graficamente os valores das restrições para a configuração ótima obtida, onde $g(\sigma,1)$, $g(\delta,1)$, $g(\sigma,2)$ e $g(\delta,2)$ são, respectivamente, esforço interno e deslocamento horizontal máximo das colunas 1 e 2, $g(\sigma,3)$, $g(\delta,3)$, $g(\sigma,4)$ e $g(\delta,4)$ são, respectivamente, esforço interno e a flecha das vigas 1 e 2 e $g(\Delta)$ é a restrição associada ao deslocamento lateral máximo do pórtico. Na solução, as restrições de tensão, flecha e deslocamento lateral ficaram viáveis satisfazendo as normativas locais.

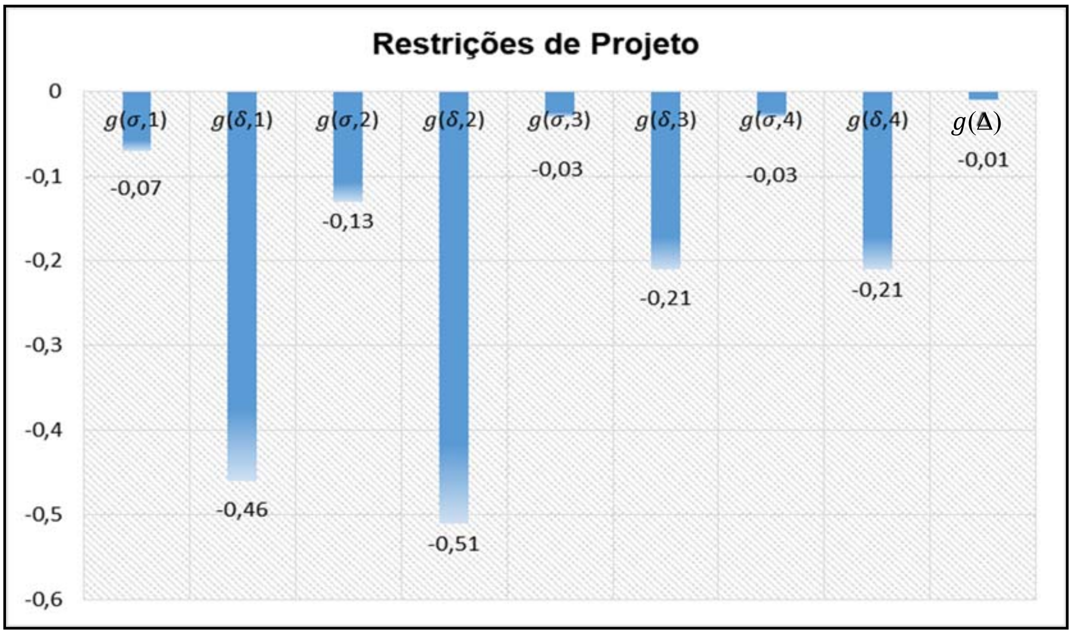


Figura 9 – Restrições de projeto.

Para esta configuração ótima, as restrições ativas, portanto limitadores do projeto, foram o deslocamento lateral máximo do pórtico $g(\Delta)$ e os esforços internos ($g(\sigma)$) nos elementos 3 e 4, que atingiram aproximadamente 100% da sua máxima capacidade prescrita em norma, configurando-se como restrições ativas desta aplicação.

5.2 Exemplo 2

Esse exemplo foi estudado por Simões (1996), e trata-se de um pórtico plano com 15 elementos, dispostos em três pavimentos e três vão. Foram definidos nove grupos de elementos da estrutura e mais três grupos para as ligações. A geometria, os carregamentos e os grupos dos elementos da estrutura estão representados na Figura 10.

Visando posterior comparação de resultados, para este caso são considerados a tensão de escoamento do aço f_y = 250 MPa, o módulo de elasticidade E = 206 GPa e o custo unitário do aço de 3,70 reais/kg.

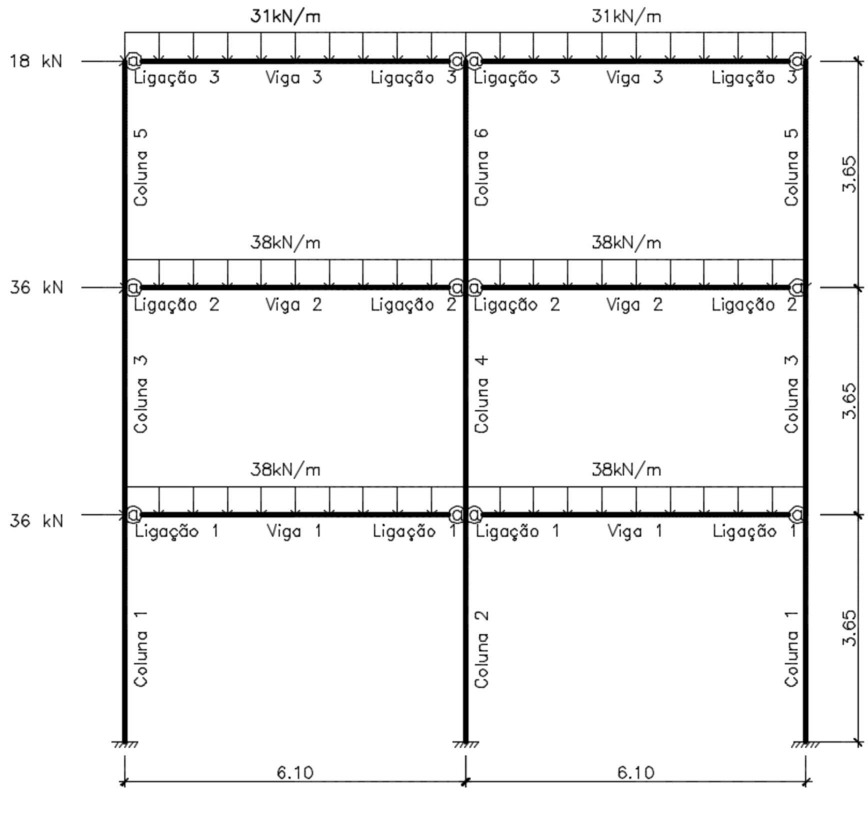


Figura 10 – Pórtico 3: 3 pavimentos e 3 vãos.

Para a convergência dos resultados foram necessárias 46 gerações com um tempo de execução de 62 segundos. Na Figura 11, é apresentado o histórico do processo de otimização com a representação da massa da estrutura a cada geração executada até atingir o critério de parada. Como resultado ótimo obteve-se uma massa de 3.998,75 kg, tendo um custo de R$ 14.795,38.

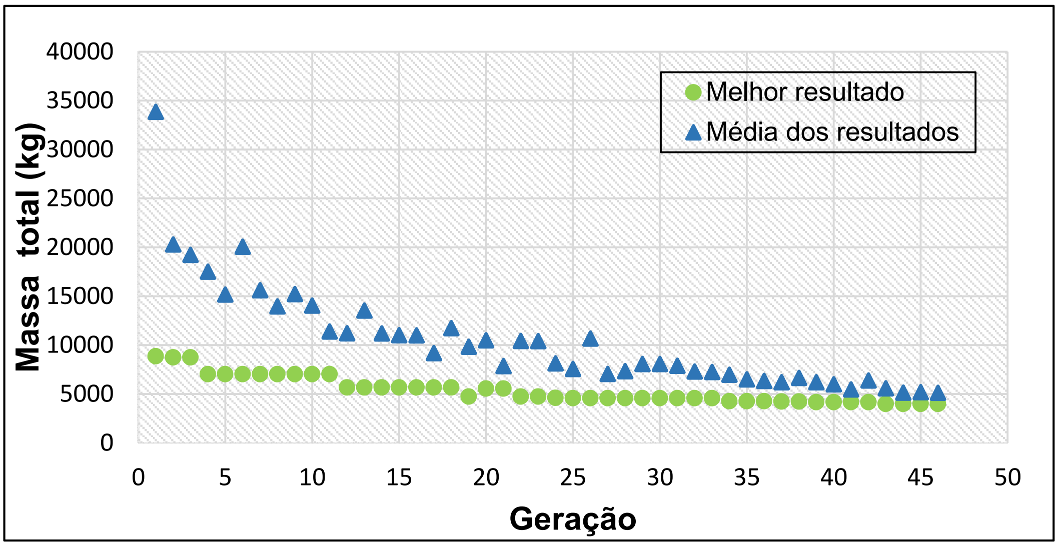


Figura 11 – Histórico do processo de otimização com ligações semirrígidas.

Os perfis da configuração ótima obtida bem como as rigidezes das ligações estão relacionados na Tabela 4, onde também estão listados os resultados obtidos por Simões (1996). Nela estão contidas a nomenclatura dos perfis comerciais com sua massa em kg/m em parênteses, como também os valores de rigidez rotacional da ligação e seu respectivo fator de rigidez.

Tabela 4 – Perfis ótimos para cada elemento do pórtico.

Variáveis de Projeto	Simões (1996)	Presente Trabalho
Coluna 1	IPE 360 (57,1)	I 360 x 44,6
Coluna 2	IPE 550 (105,0)	I 410 x 60,0
Coluna 3	IPE 330 (49,1)	H 150 x 24,0
Coluna 4	IPE 330 (49,1)	I 410 x 60,0
Coluna 5	IPE 300 (42,2)	I 310 x 32,7
Coluna 6	IPE 240 (30,7)	I 310 x 32,7
Viga 1	IPE 360 (57,1)	I 410 x 60,0
Viga 2	IPE 360 (57,1)	I 360 x 58,0
Viga 3	IPE 330 (49,1)	I 460 x 52,0
Ligação 1 (kNm/rad)	25000 (0,60)	12.037 (0,54)
Ligação 2 (kNm/rad)	22000 (0,575)	30.077 (0,58)
Ligação 3 (kNm/rad)	15000 (0,55)	16.148 (0,61)

O custo total do pórtico após a otimização está representado na Tabela 5. O cálculo do custo total da estrutura obtido por Simões (1996) é estimado segundo a Equação 9.

O custo da estrutura ótima obtido foi 9% menor comparado com os resultados de Simões (1996). Como também pode ser observado na tabela, os valores obtidos para as rigidezes das ligações são bem próximos dos resultados encontrados por Simões (1996).

Tabela 5 – Custo total do pórtico.

Custo (R$)	Simões (1996) (Semirrígida)	Presente trabalho (Semirrígida)
Custo das ligações	2.224,40 (100%)	2.323,23 (104%)
Custo dos perfis	13.875,37 (111%)	12.472,15 (100%)
Custo total	16.099,77 (109%)	14.795,38 (100%)

A Figura 12 apresenta graficamente os valores das restrições para a configuração ótima obtida, em que $g(\sigma\_1)$ a $g(\sigma\_6)$ são os esforços internos das colunas, $g(\delta\_1)$ a $g(\delta\_6)$ são os deslocamentos horizontais máximo das colunas, $g(\sigma\_7)$ a $g(\sigma\_9)$ são os esforços internos das vigas e $g(\delta\_7)$ a $g(\delta\_9)$ são as flechas das vigas e $g(\Delta)$ é o deslocamento lateral máximo do pórtico. Na configuração ótima obtida, todas as restrições de projeto são atendidas (g<0). No entanto, as restrições ativas ($g < 0{,}1$) que limitam a redução da função objetivo são os esforços internos das colunas do primeiro pavimento ($g(\sigma\_1)$ e $g(\sigma\_2)$), a flecha das vigas do terceiro pavimento ($g(\sigma\_9)$) e o deslocamento lateral máximo do pórtico $g(\Delta)$.

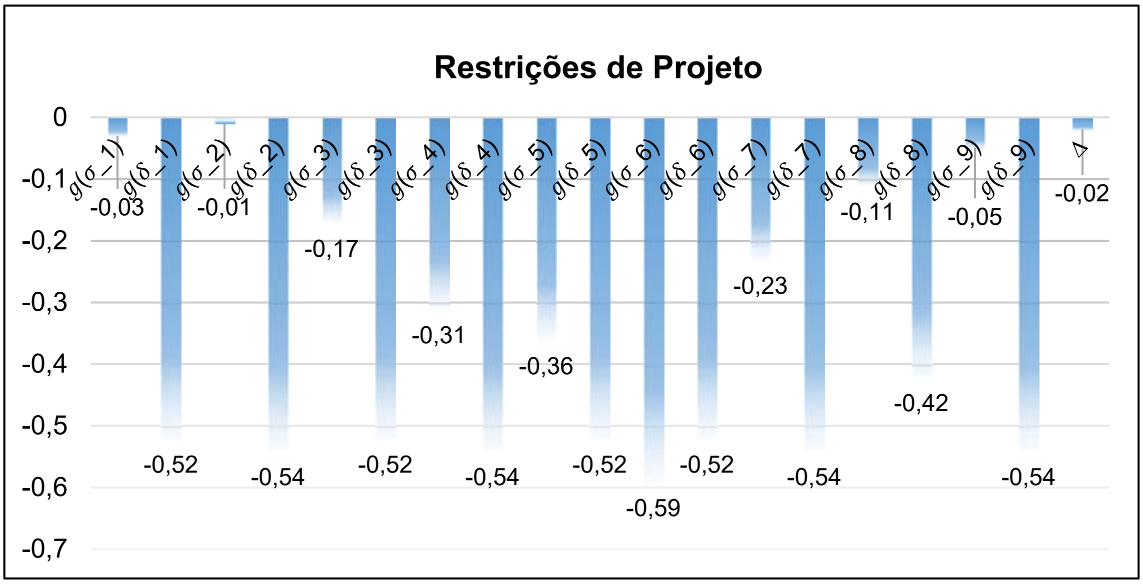


Figura 12 – Restrições de projeto.

6 Conclusões

O estudo mostra a importância do uso de ferramentas computacionais modernas para o dimensionamento ótimo de edificações estruturadas em aço. Foram desenvolvidos dois módulos computacionais para análise e projeto estrutural, integralmente na linguagem computacional MATLAB. Os módulos são independentes, porém integradas entre si de forma harmoniosa através de interfaces computacionais.

A consideração do comportamento semirrígido real das ligações viga-coluna possibilita o aproveitamento mais eficiente dos elementos estruturais, resultando em projetos de menor custo do que quando as ligações são idealizadas como sendo totalmente articuladas ou rígidas, como atualmente ainda é feito.

No módulo de Análise Estrutural foi proposto um Elemento Finito Híbrido a partir do elemento de viga clássico e elementos de mola rotacionais. Verificou-se que o elemento finito proposto representa adequadamente diferentes comportamentos rotacionais das ligações viga-coluna, desta forma atende satisfatoriamente as expectativas da presente pesquisa, apresentando valores coerentes quando comparado com as soluções de outros autores.

Os resultados dos exemplos aqui apresentados indicam que foi possível a redução significativa de custos de fabricação de pórticos planos de aço, principalmente devido a consideração da semirrigidez das ligações viga-coluna notadamente quando comparado com pórticos com ligações rígidas. Assim, foram obtidas configurações ótimas com elementos estruturais mecanicamente mais eficientes.

A metodologia de otimização aqui proposta fornece também uma formulação prática para cálculo do custo dos elementos estruturais e o custo das suas ligações viga-coluna, este último calculado através do conceito de massa equivalente.

Nos resultados obtidos foi observado que a redução de custo de fabricação do pórtico está relacionada tanto à redução dos custos associados aos perfis estruturais mais leves decorrente da consideração do comportamento real das ligações semirrígidas como também da utilização de ligações viga-coluna semirrígidas, que são mais econômicas que as ligações rígidas.

7 Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPERJ (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro).

8 Referências bibliográficas

ABNT, NBR 8800:2008. Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações, **Associação Brasileira de Normas Técnicas**, Rio de Janeiro. 2008.

CALFEM: A Finite Element Toolbox, Versão 3.4. **Lund University**, Lund, v. 4, 2004.

DÍAZ, Concepción; MARTÍ, Pascual; VICTORIA, Mariano. Review on the Modelling of Joint Behavior in Steel Frames. **Journal of Constructional Steel Research**, Cartagena, v. 67, 2011.

Faella, C; Piluso, V e Rizzano, G. Structural Steel Semi-rigid Connections: Theory, Design and Software. **CRC Publisher**, Florida, v. 1, p. 36, 2000.

FREITAS, J. P. **Dimensionamento ótimo de pórticos de aço considerando ligações semirrígidas e a instabilidade estrutural**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, p.113, 2010.

GOMES, Renata. **Análise inelástica avançada de pórticos planos de aço considerando as influências do cisalhamento e de ligações semirrígidas**. Tese de Doutorado – Universidade Federal de Minas Gerais. Minas Gerais, p. 143, 2010.

MATLAB. Software Documentation, Versão R2015b. **MathWorks**, 2015.

MESQUITA, A. C. B. **Caracterização e Sistematização do Comportamento Experimental de Ligações Metálicas e Mistas**. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Portugal, 2002.

RAO, Singiresu. Engineering Optimization: Theory and Practice. **John Wiley & Sons, Inc**., v. 4, 2009.

SÁNCHEZ, Gregorio; ESPÍN, Antonio Tomás. Design of Planar Semi-Rigid Steel Frames Using Genetic Algorithms and Component Method. **Journal of Constructional Steel Research**, Cartagena, v. 88, p. 267, 2013.

SILVESTRE, Nuno; CAMOTIM, Dinar. Elastic buckling and second-order behaviour of pitched-roof steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, Lisboa, v. 63, p. 804, 2007.

SIMÕES, Luis Miguel. Optimization of Frames with Semi-Rigid Connections. **Computer & Structures**, Coimbra, v. 60, p. 531-539, 1996.

Revista da Estrutura de Aço - REA
Recebido: 21/09/2017
Aprovado: 14/11/2018
Volume 8. Número 2 (agosto/2019). p. 235-255 - ISSN 2238-9377
CBCA
Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

Formulação geometricamente exata de estruturas de cabos de aço com a configuração parabólica

Rodrigo Sernizon Costa [1*]; Armando Cesar Campos Lavall[2*]; Renata Gomes Lanna da Silva[3]; Ricardo Hallal Fakury[4]
[1*] Escola Politécnica; Universidade Federal da Bahia; Rua Prof. Aristides Novis, 02, Federação - Salvador, CEP 40210-630, Bahia, Brasil; rodrigo.sernizon@ufba.br
[2*] Escola de Engenharia; Universidade Federal de Minas Gerais; Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha - Belo Horizonte, CEP 31270-901, Minas Gerais, Brasil; lavall@dees.ufmg.br
[3] Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; Av. Amazonas, 5.253, Nova Suíça, Belo Horizonte, MG, Brasil. CEP: 30.421-169, Minas Gerais, Brasil; rglanna.silva@gmail.com
[4] Escola de Engenharia; Universidade Federal de Minas Gerais; Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha - Belo Horizonte, CEP 31270-901, Minas Gerais, Brasil; fakury@dees.ufmg.br

Geometrically exact formulation of steel cables structures with parabolic configuration

Resumo
Este trabalho tem por objetivo apresentar uma formulação geometricamente exata para análise estática de estruturas de cabos de aço suspensos, via método dos elementos finitos, considerando a configuração inicial parabólica do cabo. Para isso, foram consideradas ambas as não linearidades, geométrica e do material, para o elemento de cabo. Na formulação numérica tridimensional foi considerada uma rigorosa formulação Lagrangiana atualizada, que utiliza a técnica corrotacional para a dedução consistente da matriz de rigidez tangente do elemento de cabo. Por fim, são apresentados exemplos da literatura cujos resultados são comparados com aqueles obtidos pelo software desenvolvido com base na formulação apresentada, visando demonstrar a consistência e eficiência da formulação.

Palavra-chave: Formulação geometricamente exata, Estruturas de cabos de aço suspensos, Cabo parabólico, Análise elastoplástica.

Abstract
The objective of this work is to present a geometrically exact formulation for the static analysis of suspended steel cables structures, using the finite element method, considering the initial parabolic configuration of the cable. For this, both geometric and material nonlinearities, were considered for the cable element. In the three-dimensional numerical formulation an accurate updated Lagrangian formulation was considered, which uses the corrotational technique for the consistent deduction of the tangent stiffness matrix of the cable element. Finally, examples of the literature are presented, whose results are compared with those obtained by the software developed based on the presented formulation, aiming to demonstrate the consistency and efficiency of the formulation.

Keywords: *Geometrically exact formulation, Suspended steel cables structures, Parabolic cable, Elastoplastic analysis.*

* autor correspondente

1 Introdução

Cabos são elementos estruturais de grande utilização na engenharia, como por exemplo, em linhas de transmissão de energia elétrica, torres estaiadas, teleféricos, coberturas e pontes penseis e estaiadas. O seu comportamento é relativamente complexo quando comparados aos demais elementos estruturais.

Os cabos apresentam comportamento geométrico altamente não linear, como também afirmam Kim et al. (2015) e Abad et al. (2013), são extremamente flexíveis e capazes de resistir a forças normais de tração. Teoricamente, considera-se que as forças normais de compressão, as forças cortantes, os momentos fletores e os momentos de torção não são resistidos por um cabo ideal.

O comportamento não linear geométrico do cabo é obtido utilizando uma análise que considera o seu equilíbrio na sua posição deslocada, através de uma análise geometricamente exata. Além disso, os cabos possuem um comportamento não linear material devido a própria não linearidade da sua lei constitutiva. Dessa forma, o estudo do cabo, além de envolver o desenvolvimento das relações não lineares entre forças e deslocamentos, exige a complexa tarefa de se obter a configuração geométrica inicial das estruturas de cabos.

Portanto, este trabalho tem como objetivo desenvolver uma formulação numérica geometricamente exata via método dos elementos finitos, visando à realização de uma análise estática de estruturas de cabos suspensos parabólicos. Nessa análise consideram-se as não linearidades, geométrica e material, e a obtenção da configuração inicial do cabo admitindo-a, inicialmente, parabólica.

2 Formulação analítica para os cabos suspensos

Inicialmente, será apresentada uma formulação analítica para os cabos suspensos, considerando-se a hipótese que o cabo seja perfeitamente flexível, dessa forma, não oferecendo resistência à flexão e, consequentemente, a força normal de tração atuante será sempre tangente à sua geometria, sendo, portanto, variável ao longo de seu comprimento. Será considerada também a hipótese de que o cabo seja inextensível, isto é, o cabo apresenta o mesmo comprimento antes e depois da aplicação da carga. Portanto, uma vez aplicadas as ações externas, a geometria deformada permanece inalterada e o cabo, ou cada segmento do cabo, pode ser tratado como corpo rígido.

Essa formulação analítica é adotada apenas para a determinação, de forma aproximada, da configuração inicial do cabo, que dependendo do carregamento externo, o cabo pode assumir diferentes configurações.

Os tipos de carregamentos podem ser feitos por meio de cargas concentradas, cargas uniformemente distribuídas ao longo do vão do cabo e carga uniformemente distribuída ao longo do comprimento do cabo (peso próprio). Nessas duas últimas situações de carregamentos obtêm-se as configurações iniciais de equilíbrio, parabólica e em forma de catenária, respectivamente, onde a catenária é utilizada por Abad et al. (2013). Quando o carregamento distribuído ao longo do vão é muito maior do que o peso próprio do cabo, o efeito da catenária pode ser desprezado na análise.

Um estudo analítico dos cabos suspensos considerando-se as hipóteses citadas, conforme fazem Irvine (1975) e (1981), Leonard (1988), Beer et al. (2006), Hibbeler (2011) e Costa (2014), será apresentado a seguir, visando à implementação computacional para obtenção da configuração inicial parabólica de equilíbrio do cabo.

2.1 Cabo parabólico

Um cabo suspenso por dois pontos *A* e *B*, é ilustrado na Figura 1. São identificados nessa figura o vão do cabo *L*, a distância do ponto *A* ao vértice da curva do cabo x_v, os ângulos de inclinação do cabo θ_A e θ_B nos pontos *A* e *B*, respectivamente, a flecha máxima no vértice da curva f_v e o desnível *h* entre os pontos de fixação do cabo.

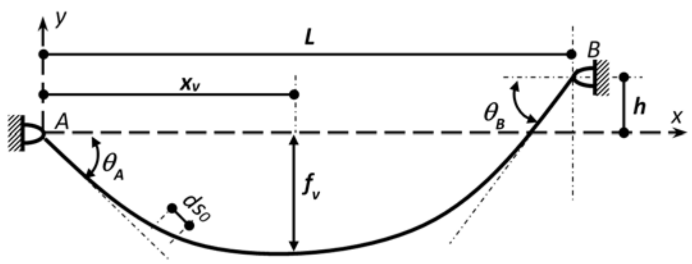


Figura 1 - Configuração inicial do cabo suspenso

Admitindo-se que o cabo está submetido a um carregamento uniformemente distribuído, *w* (*x*), ao logo do seu vão *L*, a Figura 2 ilustra o diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimal do cabo com comprimento dS_0 na sua posição de equilíbrio. Também são ilustradas as forças horizontais H_0 e $H_0 + dH_0$, as forças verticais V_0 e $V_0 + dV_0$ nas extremidades *j* e *k*, bem como o ângulo de inclinação θ do elemento de cabo.

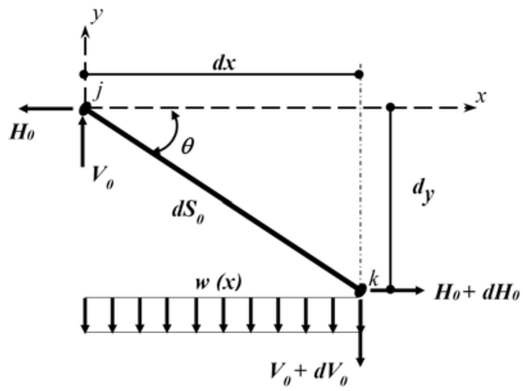


Figura 2 - Elemento infinitesimal de cabo sujeito a um carregamento uniformemente distribuído

Aplicando-se as equações de equilíbrio no elemento, desprezando-se os termos de ordem superior, chega-se às seguintes expressões:

$$\Sigma H = 0 \rightarrow dH_0 = 0 \tag{1}$$

$$\sum V = 0 \rightarrow dV_0 = -wdx \tag{2}$$

$$\sum M_k = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} = y' = \frac{V_0}{H_0} \tag{3}$$

Sendo dH_0 = 0, pode-se concluir que a componente horizontal H_0 de força no cabo é constante. Derivando-se a Eq. (3) e com auxílio da Eq. (2), tem-se a Eq. (4), que representa a equação diferencial do elemento de cabo na sua posição de equilíbrio.

$$y'' = -\frac{w}{H_0} \tag{4}$$

Integrando-se a Eq. (4) tem-se a tangente à curva do cabo ou rotação θ, dada pela expressão:

$$y' = -\frac{w}{H_0}x + C_1 \tag{5}$$

Integrando-se a Eq. (5), chega-se na equação da curva do cabo, que é representada por uma parábola, dada pela Eq. (6).

$$y = -\frac{w}{2H_0}x^2 + C_1 x + C_2 \tag{6}$$

onde as constantes C_1 e C_2 dependem das condições de contorno da estrutura.

Aplicando-se as condições de contorno da estrutura ilustrada na Figura 1, onde se tem para $x = 0 \rightarrow y'_A = tan(\theta_A)$ e para $x = 0 \rightarrow y_A = 0$, determinam-se as constantes C_1 e C_2, dadas respectivamente, por:

$$C_1 = tan(\theta_A) \tag{7}$$

$$C_2 = 0 \tag{8}$$

Substituindo-se os valores das constantes C_1 e C_2 nas Eqs. (5) e (6), encontram-se a equação da tangente à curva do cabo, Eq. (9) e a equação da configuração de equilíbrio do cabo, dada pela equação da parábola, Eq. (10).

$$y' = -\frac{w}{H_0}x + \tan(\theta_A) \tag{9}$$

$$y = -\frac{w}{2H_0}x^2 + \tan(\theta_A)\, x \tag{10}$$

Para se calcular a componente **horizontal** $\boldsymbol{H_0}$ da força de tração no cabo é necessário aplicar as seguintes condições de contorno: para $x = L \rightarrow y_B = h$, que substituindo na Eq. (10) tem-se:

$$H_0 = \frac{wL^2}{2[L\tan(\theta_A) - h]} \tag{11}$$

Com auxílio da Figura 2, o **comprimento do cabo**, $\boldsymbol{S_0}$, pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$dS_0 = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \left(\sqrt{1 + (y')^2}\right)dx \tag{12}$$

Substituindo-se a Eq. (9) na Eq. (12) e integrando-a, obtém-se a equação do comprimento do cabo, Eq. (13).

$$S_0 = -\frac{H_0}{2w}\left\{\left[-\frac{wL}{H_0} + tan(\theta_A)\right]\sqrt{\left[-\frac{wL}{H_0} + tan(\theta_A)\right]^2 + 1} - tan(\theta_A)\,sec(\theta_A) + sinh^{-1}\left[-\frac{wL}{H_0} + tan(\theta_A)\right] - sinh^{-1}[tan(\theta_A)]\right\} \tag{13}$$

Quando não se necessita de grande exatidão, pode-se utilizar a aproximação $\sqrt{1+a} \cong 1 + \frac{a}{2}$, se a é um valor muito pequeno. Então, a Eq. (13) fica:

$$S_0 \cong L\left\{1 + \frac{w^2L^2}{6{H_0}^2} - \frac{\tan(\theta_A)}{2}\left[\frac{wL}{H_0} - \tan(\theta_A)\right]\right\} \tag{14}$$

A **força de tração no cabo**, ***T***, tendo-se em vista as suas componentes H_0 e V_0 da Figura 2, onde H_0 é constante, pode ser escrita por:

$$\mathrm{T} = \frac{H_0}{\cos\theta} \tag{15}$$

Sabendo-se que $\cos\theta = \frac{dx}{dS_0}$, com o auxílio das Eqs. (12) e (9), obtém-se à força de tração no cabo que varia continuamente em intensidade e direção ao longo de toda a sua extensão.

$$T = H_0\sqrt{1 + \left[-\frac{w}{H_0}x + \tan(\theta_A)\right]^2} \tag{16}$$

A Eq. (16) mostra que a força de tração no cabo (T) é função, além do carregamento uniforme distribuído (w), dos parâmetros H_0 e $tan(\theta_A)$.

Voltando-se à Figura 1, supondo-se que não se conheça o ângulo θ_A, mas se conheça a abscissa do vértice (x_v), substitui-se na Eq. (9) a condição de contorno em que para $x = x_v \rightarrow y' = 0$, e na Eq. (10) a condição em que para $x = L \rightarrow y_B = h$, obtendo-se:

$$\tan(\theta_A) = \frac{w}{H_0} x_v \tag{17}$$

$$H_0 = -\frac{wL}{2h}(L - 2x_v) \tag{18}$$

Levando-se a Eq. (18) na Eq. (17) encontra-se a expressão da tangente de θ_A em função dos dados do problema, dada por:

$$\tan(\theta_A) = -\frac{2hx_v}{L(L-2x_v)} \tag{19}$$

Analogamente, voltando-se à Figura 1, supondo-se que a variável conhecida seja a flecha do vértice (f_v) e substituindo-se na Eq. (10) a condição de contorno em que para $x = x_v \rightarrow y = f_v$, e com o auxílio da Eq. (17), obtém-se:

$$f_v = \frac{H_0}{2w} \tan^2(\theta_A) \tag{20}$$

Levando-se a Eq. (11) na Eq. (20) obtém-se:

$$\tan(\theta_A) = \frac{2f_v}{L}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{h}{f_v}}\right) \tag{21}$$

Levando-se a Eq. (21) na Eq. (11) encontra-se uma nova expressão da força horizontal, H_0, em função dos dados do problema, dada por:

$$H_0 = \frac{wL^2}{2f_v\left(1+\sqrt{1-\frac{h}{f_v}}\right)^2} \tag{22}$$

3 Formulação numérica para os cabos suspensos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é utilizado para análise não linear com intuito de estudar as estruturas de cabos considerando o sistema tridimensional. A teoria é desenvolvida através de uma rigorosa formulação Lagrangiana atualizada que utiliza a técnica corrotacional para a dedução consistente das matrizes de rigidez dos elementos de cabo espacial.

A formulação apresentada, baseada, principalmente, nos trabalhos de Pimenta (1989), Lavall (1996), Fábio (2000) e Costa (2014), pretende ser a mais geral possível, permitindo que os nós sofram grandes deslocamentos e os elementos de cabos sofram grandes alongamentos e, além disso, esses elementos podem ser constituídos de material elastoplástico e considerar tanto o comportamento não linear geométrico (NLG) quanto não linear do material (NLM).

3.1 Deformações e tensões

Em mecânica dos sólidos para que uma análise teórica seja consistente, as medidas de deformações e tensões devem ser conjugadas e objetivas, conforme Bathe (1982, 1996) e Pai e Nayfeh (1994). As deformações de engenharia formam um par conjugado com as tensões de engenharia ou nominais. Ao se adotar o sistema local de coordenadas corrotacionais no desenvolvimento da formulação, pode-se garantir que as deformações e tensões de engenharia são, também, pares de medidas de deformações e tensões objetivas e, dessa forma, as deformações e tensões de engenharia serão utilizadas como referência neste trabalho, sendo designadas, respectivamente, por:

$$\varepsilon = \frac{l_c - l_r}{l_r} \tag{23}$$

$$\sigma_N = \frac{N}{A_r} \tag{24}$$

onde l_r é o comprimento do elemento na configuração de referência, l_c é o comprimento do elemento na configuração corrigida; N é a força normal e A_r é a área da seção transversal do elemento.

3.2 Sistema de coordenadas e graus de liberdade

Fundamentando-se o desenvolvimento teórico em uma formulação Lagrangiana, o sistema de referência global adotado neste trabalho é o sistema de coordenadas cartesiano (X, Y, Z), conforme ilustra a Figura 3. Para o sistema local adotou-se o sistema de coordenadas corrotacionais (x, y, z), diferente do sistema global de referência. Esse sistema está ligado ao elemento, no qual os deslocamentos generalizados são medidos em relação a uma configuração deformada. Trata-se, portanto, de um sistema de referência móvel que acompanha a estrutura deformada.

Considerando-se as coordenadas corrotacionais de referência (x_r, y_r, z_r) com origem no centro do elemento de cabo, os ângulos φ_{rz}, φ_{rx} e φ_{ry} são formados entre o eixo do elemento e os eixos os globais (X, Y, Z), respectivamente. Após um carregamento qualquer o elemento passa para uma nova posição com coordenadas corrotacionais corrigidas (x_c, y_c, z_c), formando-se novos ângulos φ_{cz}, φ_{cx} e φ_{cy} entre o eixo do elemento de cabo e os eixos de referência global (X, Y, Z). Um elemento de cabo apresenta somente deformação longitudinal, assim, o grau de liberdade natural ou corrotacional ($q_\alpha = q_1$) associado a essa deformação pode ser definido por:

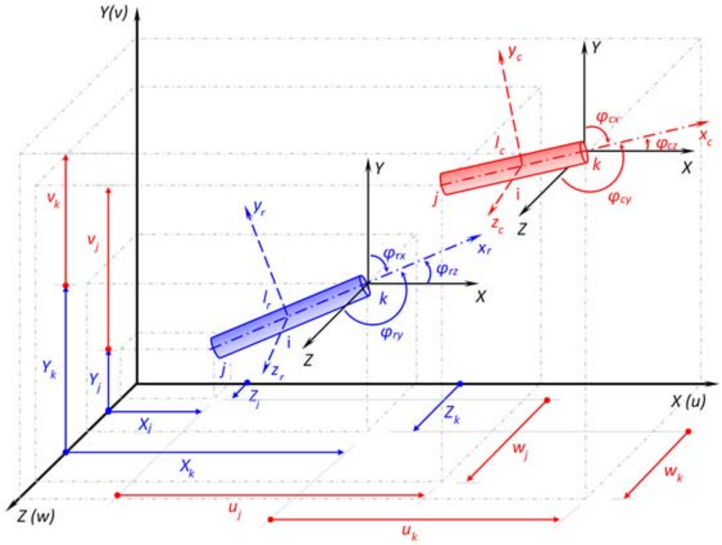


Figura 3 - Elemento de cabo nas configurações de referência e corrigida

$$q_1 = l_c - l_r \tag{25}$$

Os graus de liberdade cartesianos p_n (n = 1 a 6) podem ser definidos pelo vetor de deslocamentos nodais do elemento de extremidade *j* e *k*, dado por:

$$\boldsymbol{p}_n^{\boldsymbol{T}} = \{u_j \quad v_j \quad w_j \quad u_k \quad v_k \quad w_k\} \tag{26}$$

Considerando a Fig.3, o grau de liberdade em coordenadas corrotacionais q_α, e os graus de liberdade em coordenadas globais cartesianas p_n, podem ser relacionados conforme as expressões a seguir:

$$l_r = \sqrt{(\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2)} \tag{27}$$

$$l_r = \sqrt{[(\Delta X + \Delta u)^2 + (\Delta Y + \Delta v)^2 + (\Delta Z + \Delta w)^2]} \tag{28}$$

sendo, $\Delta X = X_k - X_j$; $\Delta Y = Y_k - Y_j$; $\Delta Z = Z_k - Z_j$; $\Delta u = u_k - u_j = p_4 - p_1$; $\Delta v = v_k - v_j = p_5 - p_2$; $\Delta w = w_k - w_j = p_6 - p_3$, onde X_j, X_k, Y_j, Y_k, Z_j *e* Z_k são as coordenadas dos elementos na configuração global de referência.

Substituindo os valores das Eqs. (27) e (28) na Eq. (25) e derivando-se as coordenadas locais corrotacionais, $\boldsymbol{q}_\alpha$, em relação às coordenadas globais cartesianas, $\boldsymbol{p}_n$, conforme Costa (2014), obtém-se a matriz $\boldsymbol{B}_{1x6}$, ou seja, $\partial q_\alpha/\partial p_n$, que pode ser escrita também na forma indicial por $\boldsymbol{q}_{\alpha,n}$.

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{q}_{\alpha,n} = [-\cos\varphi_{cz} \quad -\cos\varphi_{cx} \quad -\cos\varphi_{cy} \quad \cos\varphi_{cz} \quad \cos\varphi_{cx} \quad \cos\varphi_{cz}] \tag{29}$$

onde $\boldsymbol{B}$ é uma matriz de mudança de coordenadas que relaciona as taxas de deslocamentos nas coordenadas locais corrotacionais com as taxas de deslocamentos nas coordenadas globais cartesianas.

Derivadas de segunda ordem de $\boldsymbol{q}_\alpha$ em relação a $\boldsymbol{p}_n$, ou seja, $\partial^2 q_\alpha/\partial p_n \partial p_m$, ($\alpha$ = 1, n = m = 1 a 6) ou $\boldsymbol{q}_{\alpha,nm}$, são também necessárias e podem ser reunidas em uma matriz simétrica $\boldsymbol{G}_{\alpha(6x6)}$, dada por:

$$\boldsymbol{G}_\alpha = \frac{1}{l_c}\begin{bmatrix} sin^2\,\varphi_{cz} & -\cos\varphi_{cz}\cos\varphi_{cx} & -\cos\varphi_{cz}\cos\varphi_{cy} & -sin^2\,\varphi_{cz} & \cos\varphi_{cz}\cos\varphi_{cx} & \cos\varphi_{cz}\cos\varphi_{cy} \\ & sin^2\,\varphi_{cx} & -\cos\varphi_{cx}\cos\varphi_{cy} & \cos\varphi_{cz}\cos\varphi_{cx} & -sin^2\,\varphi_{cx} & \cos\varphi_{cx}\cos\varphi_{cy} \\ & & sin^2\,\varphi_{cy} & \cos\varphi_{cz}\cos\varphi_{cy} & \cos\varphi_{cx}\cos\varphi_{cy} & -sin^2\,\varphi_{cy} \\ & & & sin^2\,\varphi_{cz} & -\cos\varphi_{cz}\cos\varphi_{cx} & -\cos\varphi_{cz}\cos\varphi_{cy} \\ & SIMÉTRICA & & & sin^2\,\varphi_{cx} & -\cos\varphi_{cx}\cos\varphi_{cy} \\ & & & & & sin^2\,\varphi_{cy} \end{bmatrix} \quad (30)$$

3.3 Equilíbrio do elemento

Observa-se das Eqs. (23), (27) e (28) que o campo de deformação pode ser descrito em função dos graus de liberdade naturais, dado por:

$$\varepsilon = f[q_\alpha(p_n)] \quad (31)$$

Conhecido esse campo de deformação, obtém-se o equilíbrio do elemento por meio do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). O trabalho virtual interno de um elemento resulta em:

$$\delta w_{int} = \int_{V_r} \sigma \delta\varepsilon \, dV_r \quad (32)$$

sendo σ a tensão normal de um elemento, $\delta\varepsilon$ a deformação virtual desse elemento, dV_r o elemento de volume na configuração de referência.

A deformação virtual é obtida utilizando-se a regra da cadeia e pode ser escrita por:

$$\delta\varepsilon = \varepsilon_{,\alpha} q_{\alpha,n} \delta p_n \quad (33)$$

onde δp_n o vetor dos deslocamentos nodais virtuais do elemento.

As forças nodais internas P_n, oriundas das ações externas, são definidas de maneira que:

$$\delta w_{int} = P_n \delta p_n \quad (34)$$

Igualando-se a Eq. (32) e a Eq. (34) com auxílio da Eq. (33), obtém-se a equação de equilíbrio dado por:

$$P_n = \int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha} q_{\alpha,n} \, dV_r \quad (35)$$

Definindo-se os esforços internos nas coordenadas corrotacionais ou naturais, Q_α, por:

$$Q_\alpha = \int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha} \, dV_r \quad (36)$$

A equação de equilíbrio do elemento, escrita em notação indicial, é dada por:

$$P_i = Q_\alpha q_{\alpha,n} \quad (37)$$

Escrevendo a Eq. (37) na forma matricial tem-se:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{B^T Q} \quad (38)$$

onde $\boldsymbol{P}$ são as forças nodais internas nas coordenadas cartesianas e $\boldsymbol{Q}$ são os esforços internos nas coordenadas corrotacionais.

3.4 Matriz de rigidez tangente do elemento

A matriz de rigidez tangente do elemento, k_t, nas coordenadas cartesianas, definida pela derivada dos esforços nodais internos P_n , Eq. (37), em relação aos deslocamentos nodais do elemento p_m, é dada por:

$$\boldsymbol{k_t} = \frac{\partial P_n}{\partial p_m} \tag{39}$$

A Eq. (39) pode ser escrita em notação matricial, como:

$$\dot{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{k_t}\dot{\boldsymbol{p}} \tag{40}$$

Realizando as devidas operações matemáticas obtém-se a matriz de rigidez tangente do elemento dada pela seguinte expressão:

$$k_{nm} = q_{\alpha,n}D_{\alpha\beta}q_{\beta,m} + q_{\alpha,n}H_{\alpha\beta}q_{\beta,m} + Q_\alpha q_{\alpha,nm} \tag{41}$$

Observa-se na Eq. (41) a parcela constitutiva representada por $q_{\alpha,n}D_{\alpha\beta}q_{\beta,m}$, e as parcelas geométricas representadas por $(q_{\alpha,n}H_{\alpha\beta}q_{\beta,m})$ e $(Q_\alpha q_{\alpha,nm})$ que consideram os conhecidos efeitos "*P-δ*" e "*P-Δ*", respectivamente.

A forma matricial da Eq. (41) é dada por:

$$\boldsymbol{k_t} = \boldsymbol{B^T DB} + \boldsymbol{B^T HB} + Q_\alpha \boldsymbol{G_\alpha} \tag{42}$$

4 Aspectos da implementação computacional

O programa desenvolvido em Costa (2014) foi adaptado de Lavall (1996) e escrito na linguagem *FORTRAN 90* utilizando a plataforma *Microsoft Visual Studio 2008*. Este programa, nomeado como ***A***dvanced ***STR***uctural ***A***nalysis ***S***ystem (***ASTRAS***), permite realizar análises estáticas não lineares, geométrica e material, de estruturas.

Visando à solução de problemas não lineares de estruturas, foi utilizado o Método de Newton Raphson que considera incrementos de cargas com iterações de equilíbrio realizadas dentro de cada passo. Neste trabalho foram implementados os critérios de convergência em deslocamento e forças, simultaneamente, podendo-se também verificar a convergência somente no deslocamento ou na força, sendo o fator de tolerância igual a 0,1%, em quaisquer dos casos citados.

4.1 Implementação da configuração inicial de equilíbrio do cabo suspenso

Para geração dos nós e elementos das estruturas de cabos é necessária a implementação da configuração inicial de equilíbrio do cabo. Para atingir o objetivo desse estudo foi implementada no programa *ASTRAS*, a configuração inicial de equilíbrio do cabo sujeito a um carregamento uniformemente distribuído (cabo parábola).

A configuração inicial de equilíbrio do cabo é dada pela equação da parábola, Eq. (10), que depende do cálculo da componente horizontal, H_0, da força de tração do cabo para geração dos nós e elementos da estrutura. No estudo desenvolvido na seção 2.1, a componente horizontal (H_0) do cabo parábola é dada pela Eq. (11) ou Eq (18) ou Eq. (22).

4.2 Análise incremental das tensões e deformações no comportamento elastoplástico de estruturas de cabos de aço suspensos

Conforme Costa (2014), neste trabalho propõe-se um diagrama tensão (σ) *versus* deformação (ε) que, dividido em seis trechos lineares, torna possível a simulação numérica do comportamento elastoplástico das estruturas de cabos de aço, conforme ilustrado na Figura 4.

Considerando que os elementos de cabo não resistem à compressão, o trecho **I** corresponde às tensões e deformações nulas. O trecho **II** é definido pela lei de Hooke, atribuindo ao material a rigidez elástica (E). Os trechos de **III** a **VI**, simulam o comportamento elastoplástico, com módulo de rigidez tangente (E_{ti}) e parâmetro de encruamento (H_i), com i variando de 1 a 4.

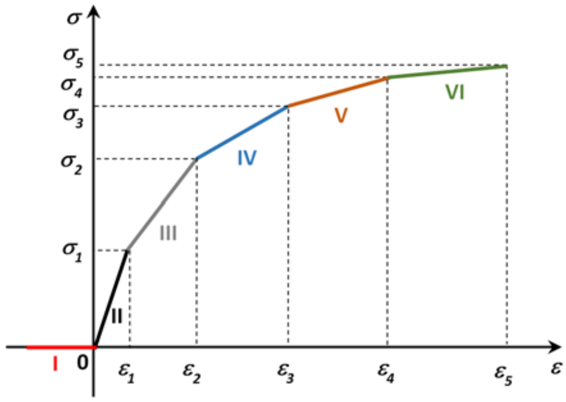


Figura 4 - Diagrama multilinear tensão *versus* deformação

5 Aplicação em exemplos numéricos

Nessa seção são apresentados exemplos numéricos com o objetivo de avaliar a eficiência da formulação, bem como a precisão dos resultados obtidos pelo programa *ASTRAS*, quando comparados com resultados teóricos da literatura. O primeiro exemplo considera apenas a não linearidade geométrica para um cabo suspenso sujeito à cargas concentradas e distribuída ao longo do vão. O segundo exemplo considera as análises não lineares, geométrica e material, de uma estrutura formada por três cabos.

5.1 Análise não linear geométrica

O cabo da Figura 5 está sujeito às forças concentradas P_C = 200 kN e P_D = 100 kN aplicadas às distâncias L_1 = 4.000 cm e L_2 = 8.000 cm do apoio A, respectivamente, além do carregamento uniformemente distribuído $q(x)$ = 0,05 kN/cm ao longo do vão L = 10.000 cm.

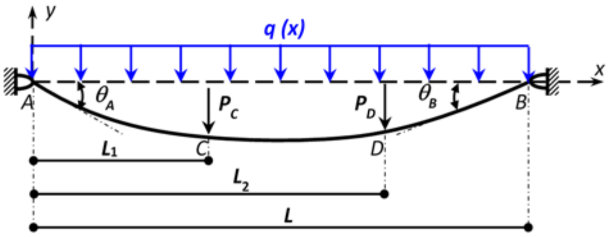


Figura 5 - Cabo suspenso sujeito à carga uniformemente distribuída e à forças concentradas

Para a análise numérica o cabo *AB* foi dividido em 20 elementos contendo um total de 21 nós, sendo que os trechos *AC*, *CD* e *DB* contêm 8, 8 e 4 elementos, respectivamente. Admitiu-se uma configuração inicial de equilíbrio obtida pela equação da parábola, Eq. (10), com uma flecha inicial f = 1.005 cm e peso próprio w = 0,001 kN/cm. O cabo tem seção transversal circular com diâmetro d = 3,57 cm e módulo de elasticidade E = 165.000 MPa.

A Tabela 1 apresenta os resultados do comprimento (S_0), da flecha máxima ($f_{máx}$), dos ângulos θ_A e θ_B, da tração máxima no cabo ($T_{máx}$) e das reações de apoio H_A, V_A, H_B e V_B, visando à comparação entre o processo analítico de Süssekind (1987) e o programa *ASTRAS*.

Os valores numéricos foram obtidos aplicando-se 100 incrementos de carga do peso próprio do cabo para o posicionamento inicial de equilíbrio e 100 incrementos referentes às forças concentradas e ao carregamento uniformemente distribuído. A convergência em deslocamentos e forças, para uma tolerância de 0,1%, necessitou apenas de três iterações. O processamento computacional foi de cinquenta segundos utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

Tabela 1 – Resultados analíticos (Süssekind, 1987) e numéricos (*ASTRAS*)

Variáveis	**Süssekind (1987)[a]**	***ASTRAS*[b]**	**Erro relativo ([a]-[b])/[a](%)**
S_0 (cm)	10.328,00	10.327,45	0,0053
$f_{máx}$ (cm)	1.160,00	1.158,41	0,1371
θ_A (graus)	21,31	20,74	2,6748
θ_B (graus)	22,29	21,70	2,6469
$T_{máx}$ (kN)	1.080,80	1.087,15	-0,5875
H_A (kN)	1.000,00	1.010,10	-1,0100
H_B (kN)	1.000,00	1.010,10	-1,0100
V_A (kN)	390,00	395,25	-1,3461
V_B (kN)	410,00	414,75	-1,1585

Observando-se a Tabela 1, verifica-se que os resultados analíticos e numéricos têm boa correlação. Nota-se que os resultados referentes à geometria da estrutura (S_0, $f_{máx}$, θ_A e θ_B), obtidos da formulação proposta (programa *ASTRAS*), são menores do que os resultados obtidos da formulção analítica (Sussekind). Isto ocorre porque a parcela da matriz de rigidez global da estrutura de cabo, obtida através da formulação proposta, referente à matriz de rigidez geométrica, contribui para aumentar a rigidez da estrutura, uma vez que a força normal atuante no cabo é de tração. Isto forma o sistema estrutural mais rígido, levando a menores deslocamentos da estrutura. Consequentemente, isto implica em um aumento nos valores das forças atuantes ($T_{máx}$, H_A, H_B, V_A, V_B). Apesar dos deslocamentos envolvidos neste exemplo serem pequenos, os resultados alcançados mostram claramente a contribuição da matriz de rigidez geométrica na análise, o que não ocorre na formulação analítica, validando a análise não linear geométrica proposta.

A Figura 6 ilustra as configurações inicial e final do cabo após o carregamento. Observa-se claramente a configuração inicial parabólica do cabo e a configuração final onde os segmentos *AC*, *CD* e *DB* não são retos, conforme se considera no processo analítico de resolução de estruturas de cabo.

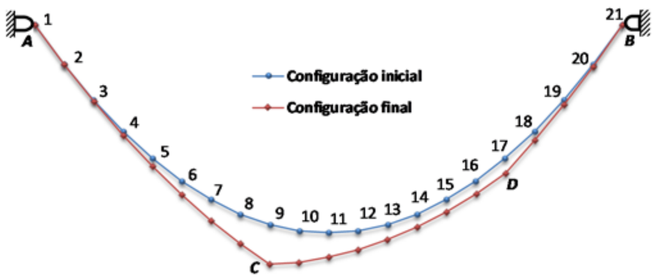


Figura 6 - Configurações inicial e final da estrutura de cabo

5.2 Análise não linear material e geométrica

Este exemplo tem como objetivo avaliar os efeitos das não linearidades, geométrica e material, da estrutura formada por três cabos, conforme mostra a Figura 7. Duas leis constitutivas para o material dos cabos de aço serão estudadas, conforme as Figuras 8 e 10, para a avaliação da análise incremental de tensões e deformações apresentadas na seção 4.2.

Considere nessa estrutura que os cabos $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{BD}}$ e $\overline{\mathrm{CD}}$ têm os mesmos módulos de elasticidade longitudinal do aço E = 20.000 kN/cm^2, a mesma tensão limite de escoamento σ_y = 34,50 kN/cm^2 e a mesma seção transversal circular com diâmetro d = 4,0 cm, sendo fornecido o comprimento L = 200 cm e a carga aplicada no ponto D, P = 1.050 kN.

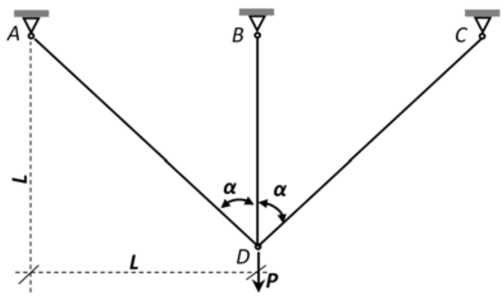


Figura 7 - Estrutura hiperestática plana de 3 cabos

Através dos conceitos da mecânica dos sólidos aplicando-se o Método da Forças, tem-se, na fase elástica:

$$F_{AD} = F_{CD} = \frac{P_i \, cos^2(\alpha)}{1+2\,cos^3(\alpha)} \tag{43}$$

$$F_{BD} = \frac{P_i}{1+2\,cos^3(\alpha)} \tag{44}$$

$$\delta_D = \frac{(P_i - F_{BD})L}{2EA\,cos^3(\alpha)} = \frac{F_{BD}L}{EA} \tag{45}$$

$$P_y = \sigma_y A[1 + 2\,cos^3(\alpha)] \tag{46}$$

onde, P_i é a carga no incremento *i*; α é o ângulo entre os elementos $\overline{\mathrm{AD}}$ e $\overline{\mathrm{BD}}$, e $\overline{\mathrm{CD}}$ e $\overline{\mathrm{BD}}$, que neste caso vale α = 45°; F_{AD} e F_{CD} são os esforços que atuam nos cabos $\overline{\mathrm{AD}}$ e $\overline{\mathrm{CD}}$, respectivamente; F_{BD} é o esforço que atua no cabo $\overline{\mathrm{BD}}$; δ_D é o deslocamento vertical no ponto *D*, *A* é a área da seção transversal e P_y é a carga que provoca o escoamento do elemento de cabo $\overline{\mathrm{BD}}$.

Após o escoamento do elemento de cabo $\overline{\mathrm{BD}}$, os esforços nos elementos e o deslocamento no ponto *D* serão calculados pelas seguintes expressões:

$$F_{AD} = F_{CD} = \frac{P_i - \sigma_y A}{2\,cos(\alpha)} \tag{47}$$

$$F_{BD} = \sigma_y A \tag{48}$$

$$\delta_D = \frac{(P_i - P_y)L}{2EA\,cos^3(\alpha)} + \frac{F_{BD}L}{EA} \tag{49}$$

A estrutura entrará em colapso quando se atingir a carga última, P_u, dada por:

$$P_u = \sigma_y A[1 + 2\,cos(\alpha)] \tag{50}$$

A) Lei Constitutiva 1

A lei constitutiva 1, conforme a diagrama de tensões *versus* deformações da Figura 8, considera o comportamento elastoplástico perfeito, sendo compreendido pelo trecho **I**, no qual consideram-se tensões nulas quando as deformações são de compressão, pelo trecho **II** que é elástico e pelo trecho **III** plástico, sendo σ_y e ε_y a resistência e a deformação no início do escoamento, respectivamente.

Aplicando-se cargas incrementais, P_i, em 11 incrementos conforme os percentuais acumulados do fator de carga, f_c, indicados na Tabela 2, até o carregamento máximo P = 1.050 kN, utilizaram-se as Eqs. (43) a (50) para obtenção dos resultados analíticos também mostrados na Tabela 2. Na Tabela 3 são fornecidos os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS*.

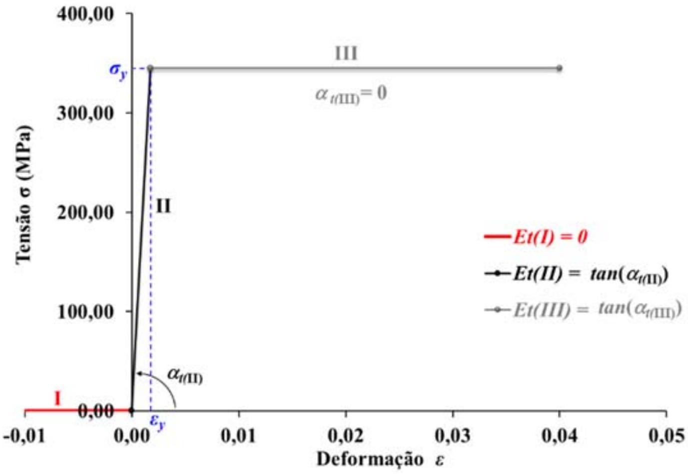


Figura 8 - Comportamento elastoplástico perfeito (lei constitutiva 1)

Tabela 2 – Resultados analíticos da análise referente à lei constitutiva 1

P_y (kN)	P_u (kN)	i	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	F_{AD} (kN)	F_{BD} (kN)	F_{CD} (kN)	δ_D (cm)
740,10	1.046,66	1	20,00	210,00	61,508	123,015	61,508	0,098
		2	40,00	420,00	123,015	246,030	123,015	0,196
		3	60,00	630,00	184,523	369,045	184,523	0,294
		4	70,49	740,10	216,768	433,536	216,768	0,345
		5	75,00	787,50	250,288	433,540	250,288	0,398
		6	80,00	840,00	287,411	433,540	287,411	0,457
		7	85,00	892,50	324,534	433,540	324,534	0,517
		8	90,00	945,00	361,657	433,540	361,657	0,576
		9	95,00	997,50	398,780	433,540	398,780	0,635
		10	99,68	1.046,65	433,530	433,540	433,530	0,690
		11	100,00	1.050,00	Colapso da estrutura			

Observa-se nas Tabelas 2 e 3 que os esforços nos elementos de cabo, assim como os valores dos deslocamentos, mostram uma excelente precisão entre os resultados analíticos e numéricos. Até 70,49 % do carregamento (P_4 = 740,10 kN) todos os elementos de cabo trabalham em regime elástico contribuindo para a rigidez do sistema.

A partir desta carga, pode-se verificar pela força F_{BD} que o elemento $\overline{\mathrm{BD}}$ escoa, permanecendo com esforço constante, (F_{BD} = 433,54 kN), deixando de contribuir para a rigidez da estrutura. Neste momento apenas os elementos $\overline{\mathrm{AD}}$ e $\overline{\mathrm{CD}}$ resistem aos esforços adicionais e a rigidez do sistema diminui, conforme indica a mudança de inclinação da curva da Figura 9.

Tabela 3 – Resultados numéricos da análise referente à lei constitutiva 1

P_y (kN)	P_u (kN)	i	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	F_{AD} (kN)	F_{BD} (kN)	F_{CD} (kN)	δ_D (cm)
740,10	1.050,00	1	20,00	210,00	61,506	122,996	61,506	0,098
		2	40,00	420,00	123,008	245,956	123,008	0,196
		3	60,00	630,00	184,506	368,877	184,506	0,294
		4	70,49	740,10	216,745	433,304	215,254	0,345
		5	75,00	787,50	250,039	433,540	250,039	0,398
		6	80,00	840,00	287,084	433,540	287,084	0,457
		7	85,00	892,50	324,117	433,540	324,117	0,516
		8	90,00	945,00	361,140	433,540	361,14	0,574
		9	95,00	997,50	398,151	433,540	398,151	0,633
		10	99,68	1.046,65	432,792	433,540	432,792	0,688
		11	100,00	1.050,00	433,540	433,540	433,540	2,199

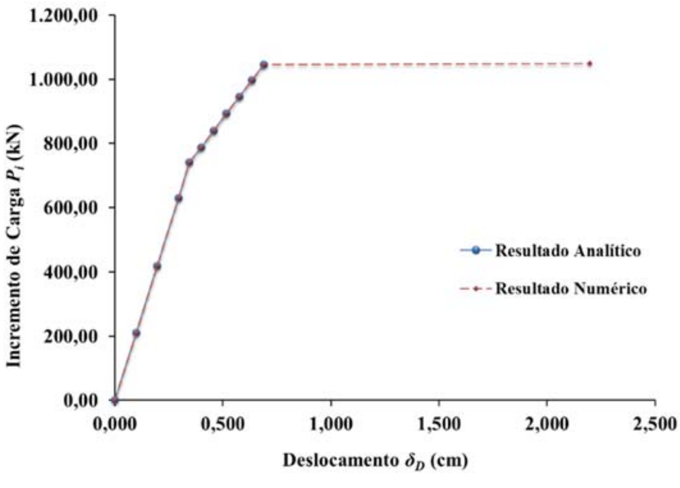


Figura 9 - Curva carga *versus* deslocamento vertical em *D* (δ_D) (lei constitutiva 1)

No décimo primeiro incremento (P_u = 1.050,00 kN) pode-se verificar que ocorre o colapso da estrutura, sendo que no processo numérico é possível determinar as forças de tração nos elementos $\overline{\mathrm{AD}}$ e $\overline{\mathrm{CD}}$, bem como o deslocamento vertical final no ponto *D* (δ_D = 2,199 cm). Dessa forma, observa-se que ao se utilizar a formulação teórica desenvolvida neste trabalho é possível estudar o equilíbrio da estrutura em sua nova posição, devido à contribuição da parcela da rigidez geométrica na análise (não linearidade geométrica).

Para este caso, foram necessárias no máximo cinco iterações para a convergência da solução e o tempo de processamento computacional total foi de dois segundos, utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

B) Lei Constitutiva 2

Para estrutura da Figura 7, será adotada agora a lei constitutiva 2 com comportamento elastoplástico conforme diagrama tensão (σ) *versus* deformação (ε) apresentada na Figura 10, onde σ_y é a resistência ao escoamento.

Os valores limites das tensões (σ) e deformações (ε) que definem cada trecho do comportamento do material e os seus respectivos módulos tangentes (E_t) estão apresentados na Tabela 4.

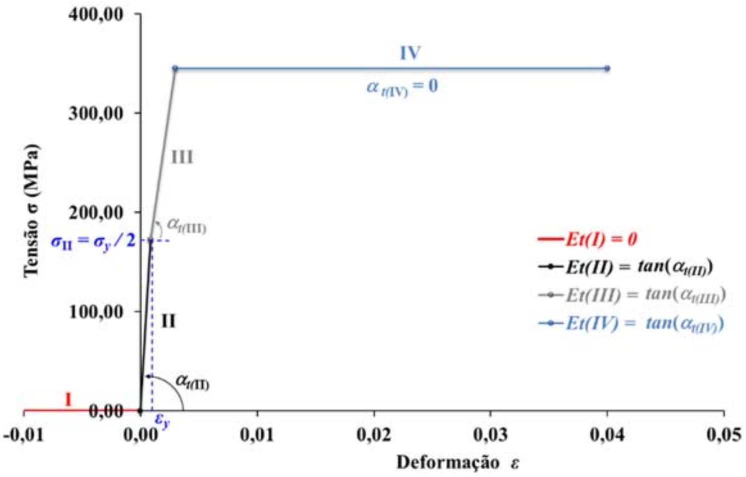


Figura 10 - Comportamento elastoplástico - lei constitutiva 2

Tabela 4 – Tensões, deformações e módulo tangente da lei constitutiva 2

Trecho	Comportamento	σ (MPa)	ε	E_t (MPa)
I	-	0,00	0,00	0,00
II	Elástico	172,50	0,0008625	200.000
III	Elastoplástico	345,00	0,0029661	82.000
IV	Plástico	345,00	0,04	0,00

A Tabela 5 fornece os resultados obtidos pelo programa *ASTRAS* utilizando a lei constitutiva 2, sendo f_c o fator de carga, ε_{t1} a deformação total dos cabos $\overline{AD}$ e $\overline{CD}$ e ε_{t2}

a deformação total do cabo $\overline{BD}$. A Figura 11 ilustra a curva da carga *versus* deslocamentos verticais no ponto *D*, referente às análises segundo a lei constitutiva 2 em comparação com a lei constitutiva 1.

Tabela 5 – Resultados numéricos da análise referentes a lei constitutiva 2

i	Σf_c (%)	ΣP_i (kN)	F_{AD} (kN)	F_{BD} (kN)	F_{CD} (kN)	δ_D (cm)	ε_{t1}	ε_{t2}
1	20,00	210,00	61,506	122,996	61,506	0,098	0,000245	0,000489
2	35,00	367,50	107,633	215,219	107,633	0,171	0,000428	0,000856
3	60,00	630,00	221,923	315,867	221,923	0,365	0,000913	0,001824
4	70,48	740,09	254,144	380,239	254,144	0,490	0,001225	0,002449
5	75,00	787,50	268,018	407,951	268,018	0,544	0,001360	0,002718
6	80,00	840,00	286,969	433,540	286,969	0,617	0,001544	0,003085
7	85,00	892,50	323,920	433,540	323,920	0,760	0,001902	0,003801
8	90,00	945,00	360,845	433,540	360,845	0,903	0,002261	0,004516
9	95,00	997,50	397,744	433,540	397,744	1,046	0,002619	0,005231
10	99,68	1.046,65	432,265	433,540	432,265	1,180	0,002954	0,005899
11	100,00	1.050,00	433,540	433,540	433,540	2,199	0,005511	0,010993

Analisando a Tabela 5 e a Figura 11 podem-se distinguir três etapas do comportamento da estrutura em sua análise considerando a lei constitutiva 2. A primeira etapa corresponde ao início do processo incremental até o segundo incremento (*i*) de carga. Nesta etapa, todos os cabos estão em regime elástico e contribuem para a rigidez da estrutura.

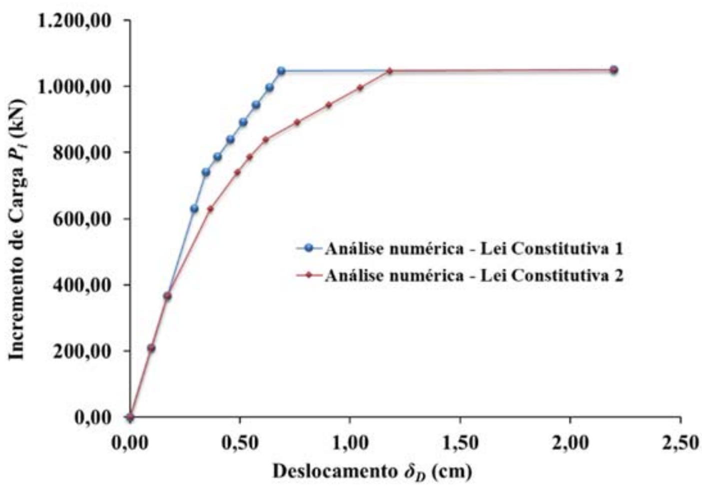


Figura 11 - Curva carga *versus* deslocamento vertical em *D* (δ_D) (lei constitutiva 1 e 2)

A segunda etapa, compreende o trecho entre o terceiro incremento até o quinto incremento. Nesta etapa, todos os cabos estão no trecho elastoplástico e as deformações são maiores para os mesmos incrementos de carga em relação à análise pela lei constitutiva 1, ou seja, a rigidez do sistema diminui.

Na terceira etapa, que compreende o trecho entre o sexto incremento até o colapso, o cabo $\overline{\mathrm{BD}}$ escoa e a rigidez do sistema continua diminuindo, já que neste caso, apenas os cabos $\overline{\mathrm{AD}}$ e $\overline{\mathrm{CD}}$ contribuem para a rigidez do sistema. No décimo primeiro incremento os cabos $\overline{\mathrm{AD}}$ e $\overline{\mathrm{CD}}$ também escoam e acontece o colapso da estrutura. Observa-se que, mesmo com o escoamento dos três cabos, há o equilíbrio da estrutura em uma nova posição, com δ_D = 2,199 cm, devido à contribuição da parcela geométrica da rigidez da estrutura na análise.

Da análise conclui-se que, o colapso da estrutura ocorre com a mesma carga limite P_u = 1.050,00 kN, porém com maiores deslocamentos a cada incremento de carga quando comparada com a análise feita considerando a lei constitutiva 1. Nesta carga de 1.050,00 kN os deslocamentos são os mesmos para as leis contitutiva 1 e 2. Para a convergência da solução foram necessários no máximo quatro iterações e o tempo de processamento computacional total foi de dois segundos, utilizando o mesmo computador citado anteriormente.

6 Conclusões

O objetivo deste trabalho foi apresentar uma formulação teórica, geometricamente exata, para a análise não linear, geométrica e material, de estruturas de cabos de aço suspensos admitindo a sua configuração inicial parabólica, através do método dos elementos finitos, implementando-a em um software para executar a análise tanto elástica quanto elastoplástica dessas estruturas.

Na formulação do elemento finito, as equações de equilíbrio foram obtidas a partir do princípio dos trabalhos virtuais, considerando-se o equilíbrio do elemento na posição deslocada, tanto na fase elástica quanto na fase elastoplástica. O programa *ASTRAS* desenvolvido, mostrou-se eficiente na análise dos exemplos apresentados, confirmando a expectativa da potencialidade da formulação adotada.

A adoção da equação da parábola para a definição da configuração inicial de equilíbrio da estrutura, mostrou-se eficiente na geração da malha de elementos finitos e na determinação da geometria final do cabo e das forças envolvidas no problema. Os exemplos apresentaram excelente correlação entre os resultados analíticos e numéricos ao se considerar as configurações iniciais das estruturas de cabos como parábola.

Os exemplos apresentados, considerando a análise não linear geométrica e análises não linear material e geométrica, apesar dos pequenos deslocamentos envolvidos nos problemas, permitiram verificar claramente a contribuição da matriz de rigidez geométrica no deslocamento final das estruturas, além de permitir estender de forma mais realista o comportamento do cabo, desde a fase inicial até o colapso, considerando o comportamento elastoplástico perfeito e o comportamento elastoplástico dos cabos.

Nos exemplos apresentados, o programa executou entre três e cinco iterações para a resolução dos problemas com vários tipos de malhas para o completo processamento computacional, utilizando-se um computador DELL XPS com processador Intel core i5, CPU de 1,80 GHz, memória RAM de 8GB e 256 GB de SSD.

Finalmente, a aplicação do programa *ASTRAS* na análise das estruturas de cabos suspensos, confirma a consistência e a eficiência da formulação desenvolvida e sua aplicabilidade em casos práticos.

7 Agradecimentos

Os autores são gratos à CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo apoio recebido para a realização deste trabalho de pesquisa.

8 Referências bibliográficas

Abad, M. S. A.; Shooshtari, A.; Esmaeili, V.; Riabi, A. N. Nonlinear analysis of cable structures under general loadings. **Finite Elements in Analysis and Design**, v.73, p.11-19, 2013.

Bathe, K. J. **Finite element procedures in engineering analysis**. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1982.

Beer, F. P.; Johnston, E. R; Elliot R. E., 2006. **Mecânica Vetorial para Engenheiros - Estática**. 7ªed. Rio de Janeiro. McGraw-Hill Interamericana do Brasil.

Costa, R. S., 2014. **Formulação para a Análise Avançada de Sistemas Estruturais Formados por Cabos e Treliças Espaciais Visando à Aplicação em Torres Estaiadas para Linhas de Transmissão**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Hibbeler, R. C., 2011. **Estática: Mecânica para Engenharia**. 12ª ed. São Paulo. Pearson Prentice Hall.

Irvine, H. M., 1975. Statics of suspend cables. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 101, nº 3, pp. 187-205.

Irvine, H. M., 1981. **Cable structures**. Cambridge Ma./London, The MIT Press.

Kim, S. ; Won, D. H.; Lee, K.; Kang, Y. J. Structural Stability of cable-stayed bridges. **International Journal of Steel Structures**, v.15(3), p.743-760, 2015.

Lavall, A. C. C., 1996. **Uma Formulação Teórica Consistente para a Análise Não linear de Pórticos Planos pelo Método dos Elementos Finitos Considerando Barras com Imperfeições Iniciais e Tensões Residuais nas Seções Transversais**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

Leite, F. N., 2000. **Formulação Teórica Consistente para Análise Não Linear de Estruturas Treliçadas Espaciais**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Leonard, J.W., 1988. **Tension Structures: behavior and analysis of cable structures**. New York. McGraw Hill.

Pai, P. F., Nayfeh, A. H. A new method for the modeling of geometric nonlinearities in structures. **Computer and Structures**, v. 53, n ° 4, p. 877-895, 1994.

Pimenta, P. M., 1989. **Derivation of Tangent Stiffness Matrices of Simple Finite Elements - I. Straight Bar Elements**. Boletim Técnico do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, 8912. São Paulo, EPUSP.

Süssekind, J. C., 1987. **Curso de análise estrutural**. 8°. ed. Rio de Janeiro: Globo.

Revista da Estrutura de Aço - REA

Recebido: 26/07/2018
Aprovado: 14/12/2018
Volume 8. Número 2 (agosto/2019). p. 256-273 - ISSN 2238-9377

Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

Comportamento estrutural de pilares de aço formados a frio em situação de incêndio – análise numérica

Renato Guilherme da Silva Pereira[1*]; Hildo Augusto Santiago Filho[2]; Roberto Melo Cunha Filho[3]; Fernando Artur Nogueira Silva[4]; Tiago Ancelmo Pires[5]

[1] Professor Mestre, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade ESTÁCIO Recife, renatoguilherme3@gmail.com

[2] Professor Mestre, Departamento de Engenharia Civil da FACOL, hildo_a_santiago@hotmail.com

[3] Especialista, Universidade de Pernambuco, robertomelo.compesa@gmail.com.br

[4]Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil da UNICAP, artur.nogueira@unicap.br

[5]Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil da UFPE, tacpires@yahoo.com.br

Structural behavior of cold-formed steel columns in fire – numerical analysis

Resumo

Buscando compreender o efeito do incêndio e avaliar as consequências causadas em pilares de aço formado a frio, sem e com revestimento contra fogo, tendo em vista que as propriedades mecânicas dos materiais regridem progressivamente com o incremento elevado da temperatura, este trabalho traz o resultado de análises termomecânicas realizadas com o Método dos Elementos Finitos (MEF), através do software ABAQUS. Os Perfis modelados numericamente apresentam seções transversais do tipo Σ e 2Σ, e foram submetidos a curva do forno do ensaio experimental feito por Mota (2016) e ao incêndio-padrão da ISO-834, para os casos de pilares sem e com proteção, respectivamente.

Palavras-chave*: Pilares, Aço formado a frio, Incêndio, Revestimento contra fogo, Análise numérica.*

Abstract

Seeking to understand the effect of the fire and to evaluate the consequences caused in columns of cold formed steel, without and with coating against fire, considering that the mechanical properties of the materials progressively regress with the high temperature increase, this work brings the result of analyzes thermomechanical tests performed with the Finite Element Method (FEM), using ABAQUS software. The numerically shaped profiles present cross-sections of type Σ and 2Σ, and were submitted to the furnace curve of the experimental test made by Mota (2016) and ISO-834 standard fire, respectively.

Keywords*: Columns, Cold formed steel, Fire, Coating against fire, Numerical analysis.*

* autor correspondente

1 Introdução

A indústria da construção tem evoluído no âmbito de desenvolver soluções construtivas que sendo mais econômicas e sustentáveis, garantam igual ou melhor desempenho estrutural. Nesse sentido, verificou-se nos últimos anos o uso crescente de elementos de Aço Formado a Frio (AFF). Estes diferem das seções laminadas a quente essencialmente pelo seu processo de fabricação e pela espessura associada aos perfis, sendo que os elementos em AFF apresentam espessuras mais reduzidas. A sua crescente procura foi motivada pelas vantagens que apresentam quando comparado a outros materiais como o concreto armado, a madeira ou mesmo o aço laminado a quente. Equiparado aos vários materiais disponíveis na indústria, o aço formado a frio destaca-se pela sua elevada leveza estrutural, que associada à sua capacidade resistente o torna bastante competitivo dentro do setor da construção.

O comportamento ao fogo deste tipo de elemento caracteriza-se pela degradação das propriedades mecânicas do aço em função do aumento de temperatura, fazendo com que estas, apresentem diferenças significativas para altas temperaturas (Craveiro et al., 2016). As propriedades mecânicas mais afetadas com o aumento de temperatura são a resistência ao escoamento e o módulo de elasticidade do aço (Ranawaka e Mahendran, 2009; Kankanamge e Mahendran, 2011, Craveiro et al., 2016). A degradação dessas propriedades influencia a força crítica de flambagem dos elementos, podendo levar ao seu escoamento antecipado. Na região das dobras, o aumento de temperatura leva também a redução da sua rigidez, pelo que a adição de reforços poderá não ser benéfica na resposta estrutural dos elementos (RODRIGUES, et al., 2014). Neste caso, torna-se importante o conhecimento da taxa de degradação das propriedades mecânicas do aço quando submetido a temperaturas elevadas. Para realização de modelações numéricas, de modo a obter modelos capazes de reproduzir situações reais de incêndio, é importante fazer uma correta caracterização destas propriedades mecânicas. Para isto, a ABNT NBR 14323:2013 e EN 1993-1-2 (2005) permite a aplicação de fatores de redução para as propriedades mecânicas, de modo a ter a sua degradação considerada.

A utilização de algum tipo de proteção produzida através de revestimentos contra fogo é uma das soluções mais comuns para o aumento da resistência ao fogo para este tipo de aço. Estudos sobre o tema ainda são escassos, apesar de alguns trabalhos como Silva (2005) e Gerkeen (2007) abordarem este assunto. Para determinação das temperaturas desenvolvidas no perfil com proteção em situação de incêndio, as normas, Europeia EN 1993-1-2 (2005) e Brasileira ABNT NBR 14323:2013, que definem as orientações para o projeto de estruturas de aço em situação de incêndio, trazem um método simplificado, porém não definem as características térmicas dos materiais de proteção, dificultando a determinação das espessuras para projetos de estruturas de aço em situação de incêndio e recomendando normas de ensaio para obtenção destas.

Costa (2013) realizou um estudo experimental onde ensaiou 10 exemplares de pilares tubulares de aço formados a frio do tipo caixão, com e sem restrição axial em situação de incêndio, aquecidos em um forno elétrico capaz de reproduzir a curva de incêndio-padrão da ISO-834 (1999). Os Tempos Requerido de Resistência ao Fogo (TRRF) segundo critérios fornecidos pela ISO-834 variaram entre 9 e 3 min., onde os pilares foram carregados axialmente com 40 e 80% de sua capacidade resistente na situação ambiente. O autor concluiu que a restrição axial à dilatação térmica e o aumento do nível de carregamento reduzem o tempo de falha dos pilares, cujo máximo foi de 9 min., alcançado por um pilar carregado com 40% da resistência à compressão e sem restrição à dilatação térmica.

Conforme resultados obtidos por Costa (2013), apresentados no parágrafo anterior, mostram que pilares de aço composto por chapas finas formadas a frio possuem uma pequena resistência ao fogo, entretanto constata-se grande escassez na literatura de trabalhos envolvendo revestimento contra fogo desse tipo de estrutura.

Desta forma, pretende-se contribuir com o entendimento do comportamento de pilares de aço com e sem revestimento contra fogo através dos seguintes objetivos:

- Desenvolver de um modelo computacional tridimensional em elementos finitos (elementos sólidos), não linear, para análise do comportamento de pilares de AFF em situação de incêndio com o software ABAQUS;
- Validar o modelo numérico (pilar sem proteção) através da comparação com os resultados experimentais obtidos por Mota (2016);

- Determinar a resistência ao fogo de pilares de aço com revestimento contra fogo tipo caixa de placas de concreto com espessuras de 10, 20 e 30 mm, quando submetido à curva de aquecimento da ISO-834;
- Comparar os resultados numéricos obtidos com o método simplificado da ABNT NBR 14323:2013.

2 Análise Numérica

2.1 Propriedades geométricas dos pilares

Neste trabalho a modelagem numérica dos pilares de aço formado a frio submetido à compressão axial, foi feita com o programa ABAQUS (versão 6.13-1), programa que tem como base de sua rotina o Método dos Elementos Finitos (MEF), através da técnica de integração implícita (ABAQUS/Standard). Os pilares de AFF analisados apresentavam dois tipos de seção transversal, sendo elas denominadas de seção sigma (Σ) e dois sigma (2Σ), da classe estrutural S320GD+Z275. Estes pilares foram modelados admitindo as mesmas características do experimento realizado por Mota (2016), ou seja, as seções Σ apresentam 255 mm de altura, 70 mm de largura, e 2,5 mm de espessura, conforme Figura 1. A Figura 2 apresenta uma vista ao longo do pilar, com 2,95 m de comprimento do elemento, onde à direita são mostradas as posições dos termopares, assim como os TF (transdutores de fio) utilizados para o registro dos deslocamentos laterais.

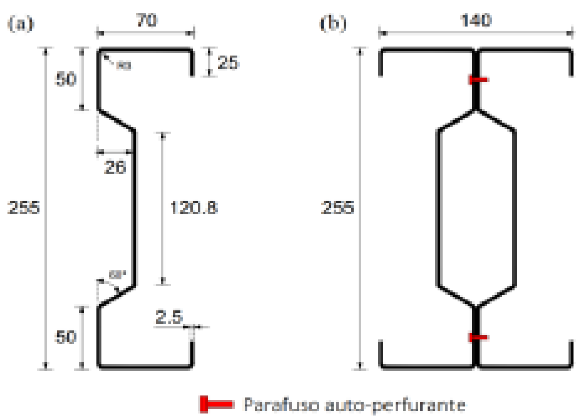


Figura 1 - Seção transversal. (medidas em mm). Mota (2016)

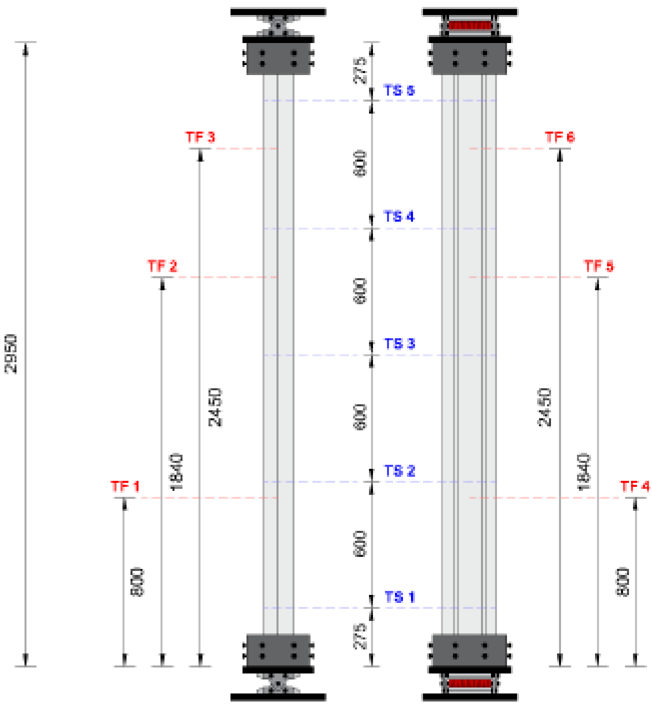


Figura 2 - Vista ao longo da altura dos pilares. Mota (2016)

2.2 Tipo de elemento finito

O ABAQUS dispõe de uma variedade de elementos finitos em sua biblioteca, sendo eles de diferentes tipos como Sólidos, SHELL, Membrane, Frame, entre outros, SANTIAGO (2018). Neste estudo numérico, na análise térmica, para discretização dos respectivos pilares, utilizou-se um elemento sólido DC3D8, sendo o mesmo contínuo e 3D, de formação linear e composto por 8 nós. Já para análise mecânica foi adotado o elemento C3D8R, elemento do tipo sólido, utilizado na discretização dos perfis, dos parafusos, assim como na chapa no topo e na base dos pilares. O elemento C3D8R, representado na Figura 3, conforme biblioteca do ABAQUS, trata-se de um elemento contínuo (C), tridimensional (3D), com oito nós (8) e integração reduzida (R). Apresenta formação linear e três graus de liberdade de translação em cada nó.

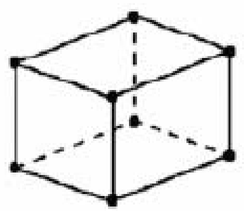
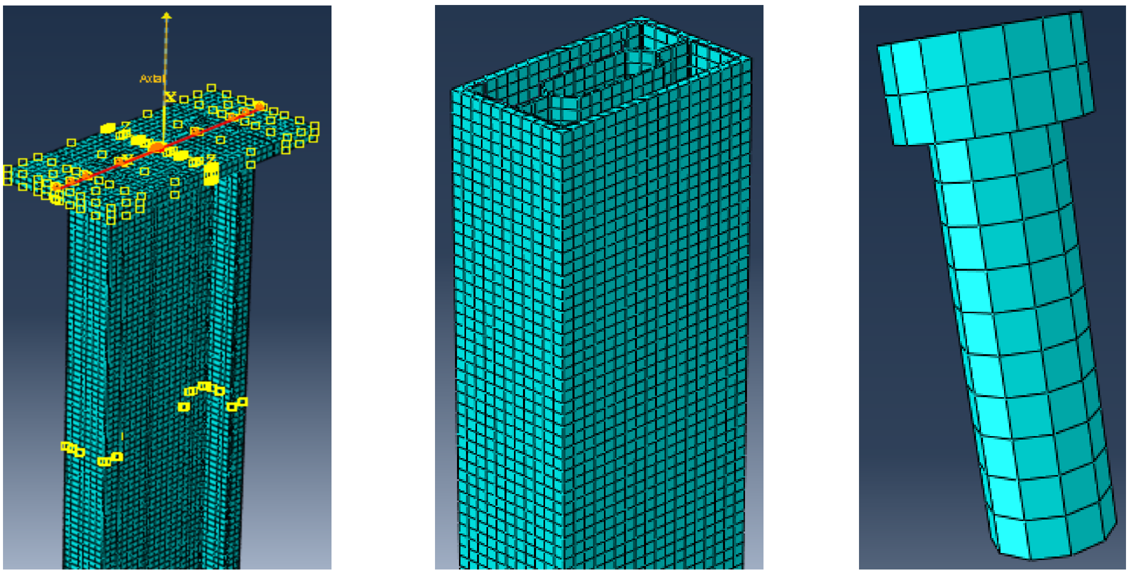


Figura 3 - Esquema do elemento finito C3D8R. Laím et al. (2011)

2.3 Malha de elementos finitos

Os pilares de aço formado a frio foram discretizados em malhas de 10 x 10 x 10 mm, para o perfil Σ e 15 x 15 x 15 mm para 2Σ. A malha dos pilares 2Σ teve suas dimensões aumentadas em relação ao perfil de seção Σ, para que o tempo de processamento de cálculo do mesmo não aumentasse, tendo em vista que após estudo de refinamento de malhas, constatou-se que não haveria melhoria significativa nos resultados da análise. Já para os parafusos foi adotada uma malha com a dimensão de 2 x 2 x 2 mm. Portanto para cada pilar Σ e 2Σ (sem proteção) foram gerados aproximadamente 41914 e 22648 elementos, conectados entre si por 49020 e 33615 nós, respectivamente. Já para o pilar Σ e 2Σ (com proteção) foram gerados aproximadamente 110920 e 43143, conectados entre si por 133792 e 68310 nós, respectivamente. Enfim, a malha gerada para os parafusos, os subdividiu em 162 elementos interligados a 253 nós. Na Figura 4 é apresentada a discretização da malha de elementos finitos nos perfis Σ e 2Σ, e no parafuso.



(a) (b) (c)

Figura 4 – Malha de elementos finitos (a) Perfil Σ (sem proteção), (b) Perfil 2Σ (com proteção) e (c) parafuso.

2.4 Propriedades do material

Para o modelo em estudo foi adotado que o material tem comportamento não linear e isotrópico, e superfície de escoamento de von Mises.

Quando se considera que a estrutura sofrerá deformações finitas, na curva tensão x, deformação deve ser considerada as tensões e deformações calculadas com base na geometria real da estrutura deformada. As tensões (σ) e deformações (ε) reais são dadas por:

$$\varepsilon = \ln(\varepsilon_{nom} + 1) \qquad \text{(Equação 1)}$$

$$\sigma = \sigma_{nom}.(1 + \varepsilon_{nom}) \qquad \text{(Equação 2)}$$

No ABAQUS o comportamento plástico do material é considerado e definido por essas medidas, com a tensão real relacionado à parcela plástica da deformação real, PEREIRA (2018).

Essas seções foram fabricadas a partir de chapas de aço estruturais S320GD + Z275 (com resistência nominal de 320 MPa, e resistência à tração de 390 MPa e módulo de elasticidade de 210 GPa, pré-galvanizado com uma espessura padrão de revestimento de zinco de 0,04 mm (275 g / m²) por laminação a frio.

Com objetivo de considerar as degradações mecânicas dos materiais submetido à temperatura elevadas foram aplicados a resistência ao escoamento e o módulo de elasticidade os fatores de minoração de suas propriedades estabelecidos no EN3 parte 1-2. As curvas tensão-deformação do aço S320 são apresentadas na Figura 5, para várias temperaturas.

O coeficiente de Poisson e peso específico do aço foram considerados com os valores constantes de 0,3 e 7850 kg/m³, respectivamente, e foram desprezadas as tensões residuais do material.

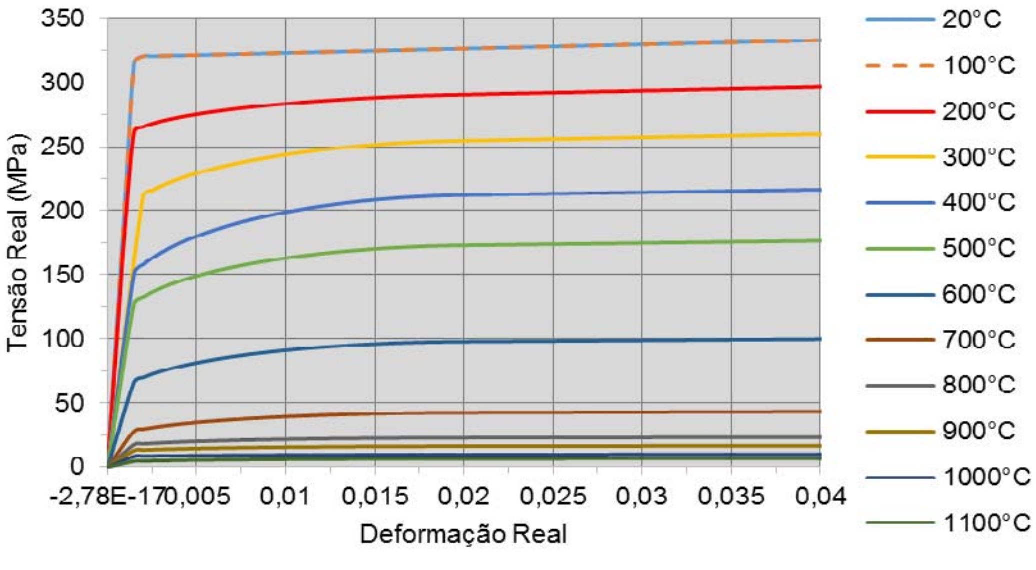


Figura 5 - Diagrama tensão real x deformação real para o aço S320.

2.5 Condições de Contorno, Carregamento e Contato.

As condições de contorno foram aplicadas sobre as placas modeladas na base e no topo do elemento, que tinha como objetivo evitar a concentração de esforços na alma do elemento. Para o modelo utilizado na validação (pilar sem proteção), foi aplicada na chapa superior ainda uma restrição axial de aproximadamente 30 kN/mm, assim como restringido os demais graus de liberdade de translação dos nós localizados da linha média, na face externa de cada chapa, em que se buscou simular a condição de um pilar birrotulado, conforme Figura 4(a). Já para o pilar com revestimento contra fogo tipo caixa, Figura 4(b), na chapa superior foi restringido todos os graus de liberdade de translação, com exceção da direção vertical, e na chapa inferior foram restringidos todos os graus de liberdade de translação (restrição aplicada na linha média da face externa da chapa).

Foi aplicado um carregamento axial conforme experimento, correspondente a 50 % de $N_{b,Rd}$, que é a força axial resistente de cálculo à temperatura ambiente, calculada de acordo com o EN 3, partes 1.1, 1.3 e 1.5, onde o valor de $N_{b,Rd}$ varia de acordo com as condições de contorno, propriedades geométricas da seção transversal e comprimento do elemento. Essa força foi intitulada como (P_0), simulando uma força de serviço. Esta foi aplicada no centro da chapa que estava no topo do pilar.

Para simular a ação térmica no modelo foram utilizados dois tipos de superfícies ao redor dos pilares sem revestimento (PSR) e ao redor do revestimento contra fogo dos pilares protegidos (PP), denominadas *filmcondition* e *radiation*, que representam os fenômenos de convecção e radiação, respectivamente, com uma emissividade resultante do perfil de aço de 0,3, devido à superfície espelhante dos perfis de aço formado a frio, adquirida pelo revestimento de zinco. Para os PSR foi utilizada a curva de aquecimento do forno de Mota (2016), já para os PP aplicou-se a curva do incêndio-padrão ISO-834. As propriedades térmicas adotadas no modelo numérico para o concreto de proteção foram à densidade, a condutividade e o calor específico, calculadas de acordo com as expressões da ABNT NBR 15200:2012, e emissividade adotada de 0,95. As espessuras analisadas do revestimento contra fogo, em placas de concreto pré-moldado, foram de 10, 20 e 30 mm. Este intervalo de valores contempla as espessuras comercialmente utilizadas para proteção de estruturas.

Considerou-se que:

- As propriedades térmicas da proteção variavam de acordo com a temperatura ao longo do aquecimento;
- Entre a proteção e o perfil de aço não há perda de calor, mesma consideração feita pela ABNT NBR 14323:2013.

Para o coeficiente de transferência de calor por convecção foi adotado para efeitos práticos, o valor de 25 W/m².

O contato entre as superfícies do perfil 2Σ, assim como o revestimento de proteção e o perfil, foi modelado com comportamento " TIE " simulando assim o contato perfeito, para que não houvesse perda de calor e fosse feita a transferência de temperatura por condução do aço.

2.6 Métodos de análise

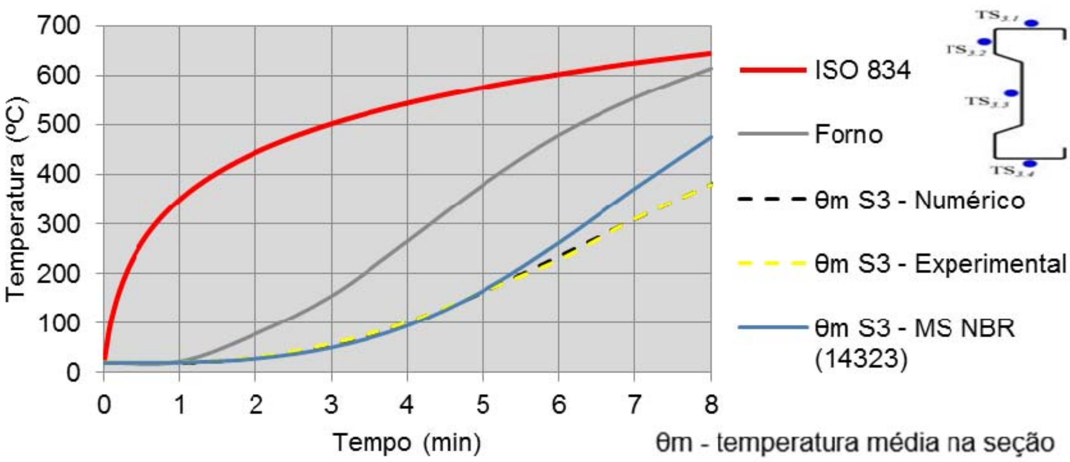
A análise numérica no ABAQUS foi realizada em duas fases, sendo primeira a térmica onde se obteve o desenvolvimento das temperaturas dos pilares ao longo do tempo, quando submetido a taxa de aquecimento da curva do incêndio-padrão ISO-834 (pilares com proteção) e a curva da temperatura do forno de Mota (2016) (pilares sem proteção). Em seguida foi feita a análise mecânica submetida a força axial, e a ação térmica feita na fase anterior, com o parâmetro de não linearidade geométrica ativado, para que fosse considerado o efeito de grandes deslocamentos. Esse tipo de análise realizada em mais de uma fase é denominado de análise sequencial (Thermal-MechanicalAnalysis), cujo objetivo principal é reduzir o tempo computacional de processamento, e produz resultados semelhantes aos obtidos na análise acoplada (CoupledThermal-MechanicalAnalysis), ROCHA (2014).

2.7 Comparação entre os resultados numéricos, experimentais e método simplificado (MS).

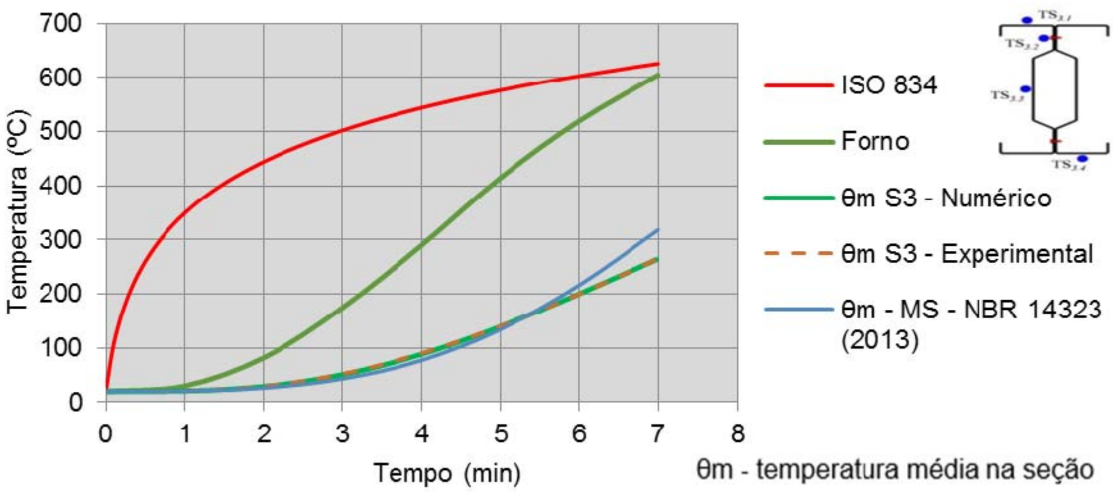
2.7.1 Pilar de aço sem revestimento contra fogo

Nas Figuras 6(a) e 6(b) são realizadas comparações da temperatura média na seção 3 dos pilares ensaiados de forma experimental, assim como os resultados da análise numérica e do método simplificado (MS) da ABNT NBR 14323:2013. Já na Figura 7, é analisada a temperatura média de toda coluna. Como pode ser visto todas as curvas numéricas apresentaram comportamento idêntico aos obtidos experimentalmente.

Em relação à curva do MS nas Figuras 6 (a) e (b), aproximadamente a partir do instante 5,5 minutos, apresentam temperaturas acima do valor das curvas numérica e experimental nos mesmos instantes, mantendo-se a favor da segurança, sendo assim aceitável o resultado.



(a)



(b)

Figura 6 - Evolução da temperatura média na seção S3 no perfil Σ (a) e 2Σ (b)

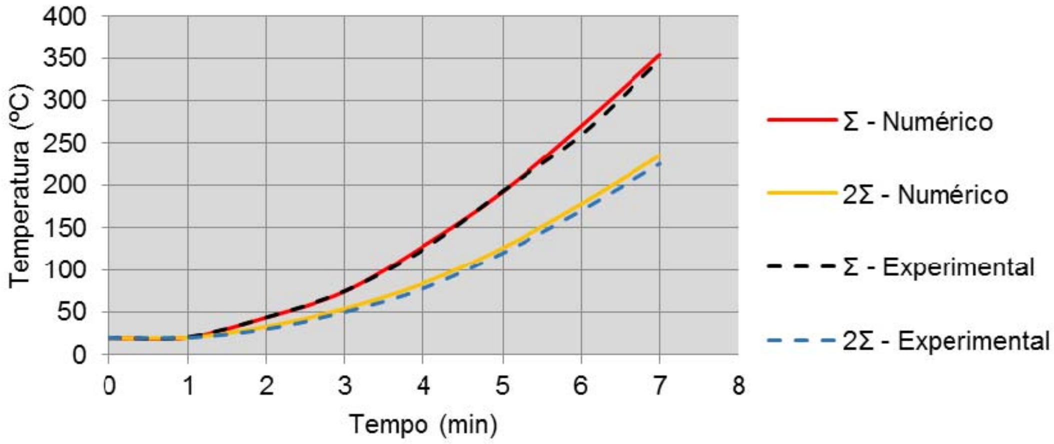
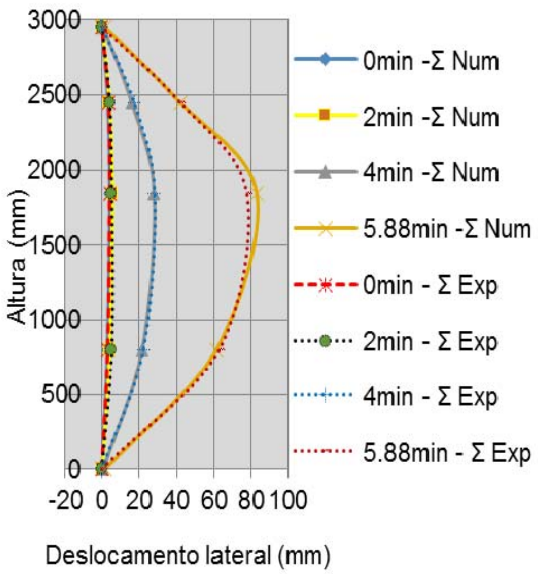
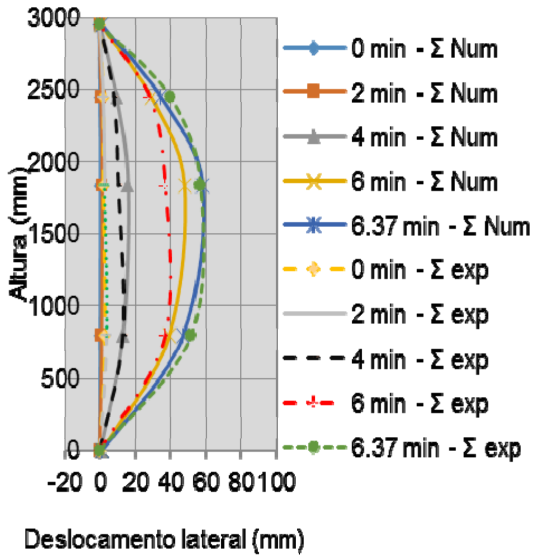


Figura 7 - Evolução da temperatura média no pilar.

A Figura 8 mostra a evolução dos deslocamentos laterais no pilar de aço formado a frio, em função do tempo de incêndio e altura.

Os deslocamentos laterais foram medidos na análise do perfil Σ nos tempos 0, 2, 4 e 5,88 minutos. Já para o perfil 2Σ os tempos foram 0, 2, 4, 6 e 6,37 minutos. Assim como no resultado da análise térmica, os resultados mecânicos numéricos também apresentaram comportamentos semelhantes aos obtidos no modelo experimental.





(a) (b)

Figura 8. Deslocamento lateral na direção do eixo de menor inércia: (a) Σ e (b) 2 Σ

Em seguida é apresentada na Figura 9 a comparação da evolução das forças de restrição, pelo diagrama P/P0, tendo em vista que foi considerada uma restrição axial de 30 kN/mm, como citado na seção 2.5 deste artigo, na análise experimental e numérica, e a partir de seu resultado é definida a falha no pilar que ocorre quando a força resistente, após sofrer um acréscimo, retorna ao seu valor inicial.

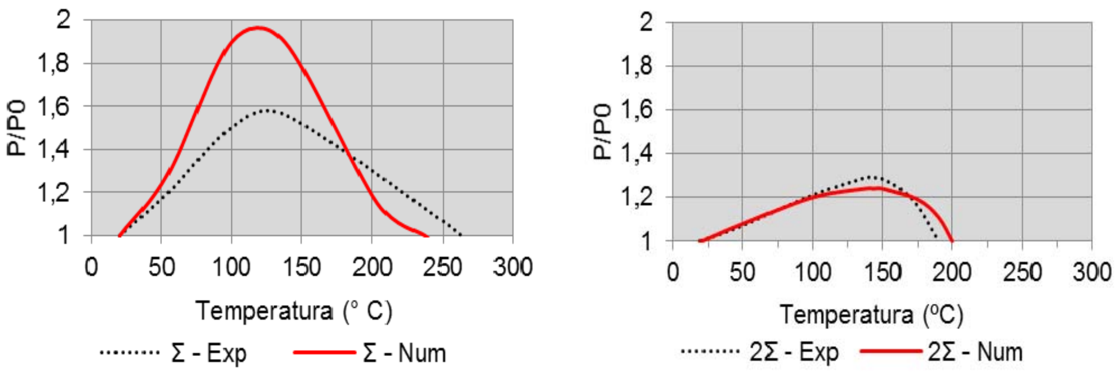


Figura 9. Comparação do resultado experimental e numérico, relação P/P0.

Observa-se que a temperatura crítica (θcri), temperatura a partir da qual o pilar deixa de apresentar capacidade resistente ao carregamento solicitado, assim como o tempo crítico (tcri), instante de tempo em que ocorre a temperatura crítica, para ambas as seções na análise numérica apresentaram resultados semelhantes aos obtidos no modelo experimental, como pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1 - Comparação entre resultados experimentais e numéricos.

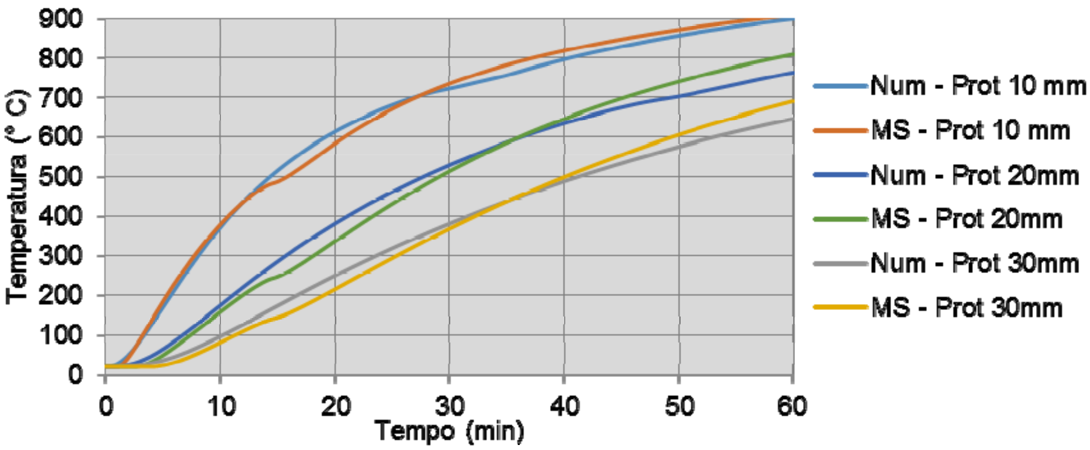
Seção	tcri - Exp (min)	tcri - Num (min)	θcri - Exp (° C)	θcri - Num (° C)	% Erro - tcri
Σ	5,88	5,52	264,05	237,5	6%
2Σ	6,37	6,72	190,13	200	5%

Os resultados numéricos e experimentais foram semelhantes, portanto pode-se afirmar que o modelo numérico é válido, prevendo assim o comportamento térmico e mecânico de pilares de aço formado a frio carregados axialmente e com restrição à dilatação térmica. De um modo geral, o modelo numérico pode ser utilizado para prever o comportamento de pilares de aço formado a frio, e com boa precisão.

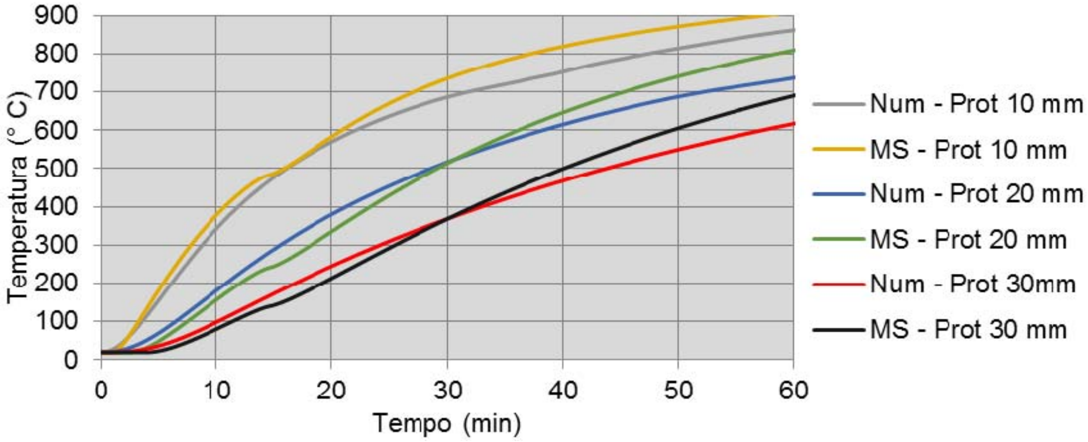
2.7.2 Pilar de aço com revestimento contra fogo

Nesta seção, é apresentado o resultado da análise do comportamento em situação de incêndio dos pilares de aço formados a frio com revestimento contra fogo tipo caixa de placas de concreto pré-moldado. O concreto moldado "in loco" (e também o concreto pré-moldado) tem sido utilizado como proteção antitérmica desde os primórdios da construção em aço (FREITAG, 1899). Elas oferecem uma solução esteticamente adequada a grande número de situações e a um custo relativamente pequeno (SILVA et al., 2008). O Pilar foi aquecido em todo seu comprimento, conforme a curva de incêndio-padrão da ISO-834, onde foi feita uma comparação entre o modelo numérico e o método simplificado da ABNT NBR 14323:2013.

Nas Figuras 10(a) e 10(b) são apresentadas comparações da média da evolução das temperaturas na seção S3 do pilar, obtidas pelo modelo numérico e pelo (MS) ABNT NBR 14323:2013.



(a)

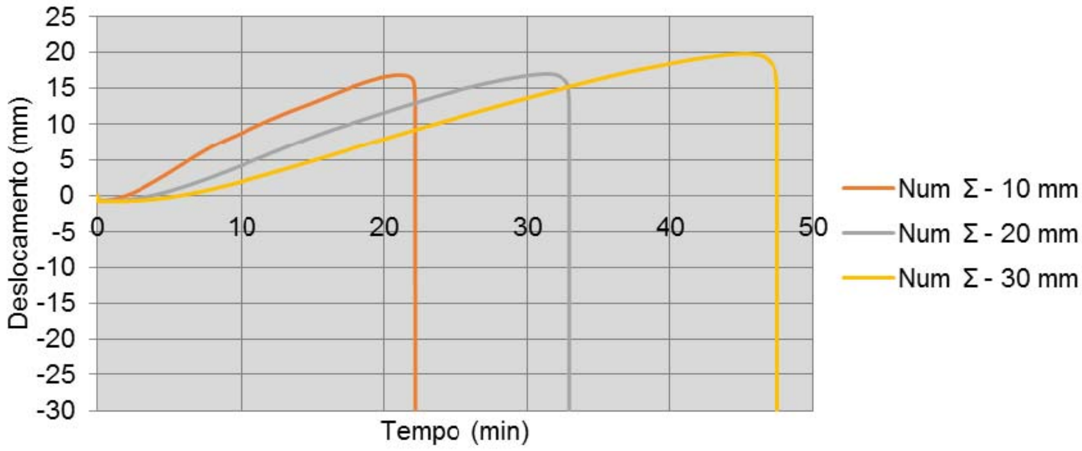


(b)

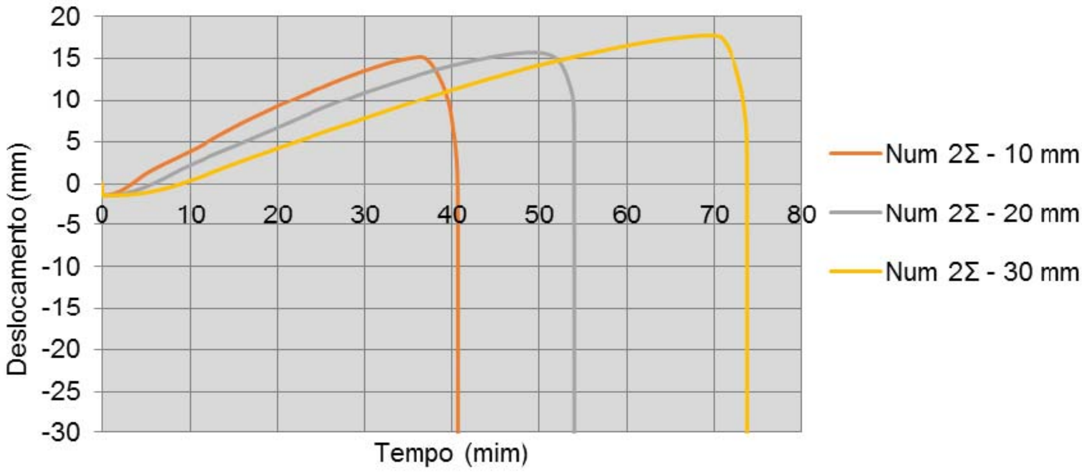
Figura 10 - Evolução da temperatura média na seção s3 no perfil Σ (a) e 2Σ (b)

Observa-se que, para ambos os perfis, o desenvolvimento da temperatura no aço tende a divergir com o aumento do tempo de exposição ao fogo do material de proteção, apresentando o valor mais acentuado para o MS, mostrando que o mesmo é conservador para representar a evolução das temperaturas dos perfis de aço com revestimento contra fogo tipo caixa submetido ao incêndio.

Na figura 11 é mostrada a evolução do deslocamento axial no topo dos pilares de AFF com revestimento contra fogo para os dois tipos de perfis em estudo.



(a)



(b)

Figura 11 - Deslocamento axial no topo do pilar do modelo numérico, para diferentes espessuras de proteção Σ (a) e 2Σ (b)

A análise do resultado mecânico, obtido pelo modelo numérico, permite facilmente a determinação da resistência ao fogo dos pilares através dos critérios de falha da ISO-834, ou seja, o pilar falha quando o deslocamento axial atinge o valor de L/100 ou a taxa de deslocamento axial atinge o valor de 3L/1000, onde L é o comprimento inicial do pilar, em milímetros.

Nesta análise, o modelo numérico apresentou resultados já esperados, como:

- Maior tempo de resistência ao fogo (TRF) para o perfil 2Σ em comparação com o perfil Σ, tendo em vista possuir um menor fator de massividade;
- A resistência ao fogo tende a crescer consideravelmente com o aumento da espessura do revestimento contra fogo.

Os valores do tempo de resistência ao fogo para o MS e o método avançado (modelo numérico), são apresentados na Tabela 2, de acordo com a espessura do revestimento contra fogo adotada e o tipo de seção.

Tabela 2 – Tempo de resistência ao fogo dos pilares com revestimento contra fogo.

Pilar	Σ		2Σ	
	MS (min.)	Numérico (min.)	MS (min.)	Numérico (min.)
Revestimento de 10 mm	13,5	22	16,5	40
Revestimento de 20 mm	26,5	33	30	54
Revestimento de 30 mm	38	47,5	41	74

3 Conclusões

O artigo apresentou um modelo numérico, para análise de pilares de aço formado a frio em situação de incêndio, sem e com revestimento contra fogo, desenvolvido com base no método dos elementos finitos, utilizando elementos do tipo sólido e aproximação linear. Seus resultados foram validados através da comparação das análises térmicas, deslocamentos laterais e evolução das forças de restrição, com os resultados obtidos experimentalmente por Mota (2016). Após a validação do modelo sem revestimento, foi apresentada uma comparação do modelo numérico com revestimento contra fogo em placas de concreto pré-moldado e o MS na ABNT NBR 14323:2013, para a evolução das temperaturas e deslocamento axial no topo do pilar, quando o perfil é submetido a temperatura elevadas. Diferentes tipos de espessuras de revestimento contra fogo tipo caixa (10, 20 e 30 mm) foram analisadas.

A partir dos resultados das análises realizadas, podem ser extraídas as seguintes conclusões:

- Como a concordância entre os resultados numéricos e experimentais foram semelhantes, pode-se afirmar que o modelo numérico é válido e com boa precisão, prevendo assim o comportamento térmico e mecânico de pilares formado a frio carregados axialmente com/sem restrição à dilatação térmica, em situação de incêndio.
- O método simplificado da ABNT NBR 14323:2013 mostrou-se conservador quanto ao TRF dos perfis 2Σ de aço formado a frio com revestimento contra fogo.
- Tanto a revestimento contra fogo do perfil Σ, quanto para o 2Σ aumentaram consideravelmente o tempo de resistência ao fogo dos pilares. Nos casos analisados para o perfil Σ, a cada 10 mm acrescido na espessura, aproximadamente aumenta-se 1,5 vezes o tempo de resistência ao fogo. Já para o perfil 2Σ esse coeficiente passou a ser aproximadamente 1,35.

Tendo do em vista a validade do modelo numérico, o mesmo pode ser utilizado para futuras análises paramétricas, alterando a força aplicada, a altura e os tipos de rotulação, por exemplo, não necessitando recorrer a ensaios experimentais.

Análises numéricas adicionais estão sendo conduzidas em vigas de aço formado a frio em situação de incêndio para se formular um entendimento racional, e da mesma forma como apresentado neste trabalho comparar com o método simplificado de cálculo da ABNT NBR 14323:2013.

4 Referências bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-14762: **Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**. Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-15200: **Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio.** Rio de Janeiro, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-14323: **Projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto em situação de incêndio.** Rio de Janeiro, 2013.

COSTA, L.M. **Análise experimental de pilares de aço formado a frio sob altas temperaturas com dilatação térmica livre e restringida.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

CRAVEIRO, H., RODRIGUES, J. P. C., SANTIAGO, A., E LAÍM, L.. "**Review of the high temperature mechanical and thermal properties of the steels used in cold formed steel structures – The case of the S280 GD+Z steel**". Thin-Walled Structures, Vol. 98, pp. 154–168, 2016.

EN 1993-1-1. Eurocode 3: **Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings**". CEN – European Committee for Standardization, Bruxelas, 2005.

EN 1993-1-3. "Eurocode 3: **Design of steel structures – Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting**". CEN – European Committee for Standardization, Bruxelas, 2006.

EN 1993-1-5. "Eurocode 3: **Design of steel structures – Part 1-5: Plated structural elements**". CEN – European Committee for Standardization, Bruxelas, 2006.

FREITAG, J. K. **The Fireproofing of Steel Structures.** 1st Edition, John Wiley & Sons, 1899.

GERKEEN, A.L.R. - **Materiais de proteção térmica para sistemas construtivos de baixo custo estruturados em aço.** Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 236p, 2007.

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. ISO 834 **Fire-resistence tests – Elements of building construction – Part 1: General requirements**.1999.

LAÍM, L. et. al.– **Análise numérica do comportamento estrutural de vigas de aço formado a frio. VIII Congresso de construção metálica e mista.** Guimarães, 2011

KANKANAMGE, N. D., MAHENDRAN, M. (2011). "**Mechanical properties of cold-formed steels at elevated temperatures**". Thin-Walled Structures, Vol. 49, Issue 1, pp. 26–44, 2011.

MOTA, A. S. **Resistência ao fogo de colunas de aço enformado a frio com secção em sigma**. Dissertação de Mestrado. Universidade de Coimbra, Coimbra, 2016.

PEREIRA, R. G. S. **Resistência mecânica residual de vigas em concreto armado após o incêndio – análise numérica.** Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

RANAWAKA, T., MAHENDRAN, M. "**Experimental study of the mechanical properties of light gauge cold-formed steels at elevated temperatures**". Fire Safety Journal, Vol. 44, Issue 2, pp. 219–229, 2009.

ROCHA, W. C. **Estudo numérico de pilar em aço formado a frio com seção tubular quadrada em situação de incêndio.** Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

RODRIGUES, J. P. C., LAÍM, L., E CRAVEIRO, H. “**Experimental investigation on cold-formed steel beams with web stifferers subjected to fire**”. 8th International Conference on Structures in fire, Shanghai, 2014.

SANTIAGO, H. A. E**studo do comportamento de lajes de concreto armado em situação de incêndio.** Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

SILVA, A. L. R. C. **Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à Compressão uniaxial.** Tese de Doutorado. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

SILVA, V.P. – “**Determination of the steel fire protection material thickness by na analytical process—a simple derivation**” Engineering Structures, v.27, pp. 2036–2043, 2005.

SILVA, V.P. et. al. **A segurança contra incêndio no Brasil - Capítulo X – Segurança das estruturas em situação de incêndio.** Ed. 1. São Paulo: Projeto Editora, 2008. P. 135-167.

Revista da Estrutura de Aço - REA
Recebido: 02/08/2018
Aprovado: 19/12/2018
Volume 8. Número 2 (agosto/2019). p. 274-293 - ISSN 2238-9377
Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

Capacidade resistente de pilares mistos preenchidos sob flexocompressão

Ruan Aparecido de Melo[1], Alex Sander Clemente de Souza[2*], Silvana De Nardin[3*]

[1] Mestrando no PPGECiv - Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, rwanmelo@hotmail.com
[2] Professor Doutor do PPGECiv -Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, alex@ufscar.br
[3] Professora Doutora do PPGECiv -Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, snardin@ufscar.br

Load capacity of concrete filled steel tube columns under eccentric loads

Resumo
O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de uma metodologia para análise numérica de pilares mistos preenchidos de seção quadrada submetidos a flexo-compressão. Para a modelagem foi utilizado o pacote computacional Ansys® versão 15.0 e o modelo numérico foi validado utilizando resultados experimentais. São discutidos aspectos importantes da escolha dos elementos finitos, malha e forma de aplicação da força, bem como os modelos constitutivos de aço e concreto. Após validado, o modelo numérico foi utilizado para avaliar a influência da resistência ao escoamento do aço e da excentricidade da força aplicada na capacidade resistente do pilar misto preenchido.

Palavras-chave: *pilares mistos preenchidos, seção quadrada, modelo numérico, força excêntrica, resistência ao escoamento do aço.*

Abstract
This paper reports the development of a methodology for the numerical analysis of the square concrete filled steel tube composite columns under eccentric loads. The software Ansys was used to develop the numerical models, which were validated using experimental results. Aspects as type of finite elements, mesh, load application and constitutive models of materials are considered in the present paper. After validation, the numerical model allowed evaluating the influence of the yielding strength of the steel and the eccentricity of the applied load on the load capacity of the composite columns.

Keywords: *concrete filled steel tube column, square section, numerical model, eccentric load, yielding strength of steel.*

* autor correspondente

1 Introdução

Pilares mistos de aço e concreto são muito utilizados em países da Europa, América e Ásia, porém no Brasil sua utilização ainda é bastante tímida. Isso deve-se a uma série de fatores dentre os quais se destacam o conservadorismo do setor da construção civil e o desconhecimento de engenheiros civis e arquitetos de soluções estruturais em elementos mistos de aço e concreto. Os pilares mistos de aço e concreto são caracterizados pela associação de perfis de aço e concreto estrutural simples ou armado a depender do tipo de pilar misto, de maneira a formar uma seção resistente. Nesse sistema, a combinação de aço e concreto visa tirar partido da resistência mecânica dos referidos materiais a saber, resistência a compressão do concreto e à tração do aço, em um único elemento estrutural. O concreto é um material estrutural com elevada resistência a compressão e quando associado ao concreto na forma de elemento misto, colabora com a proteção do aço em altas temperaturas e minimiza as instabilidades locais dos perfis de aço. Já o perfil de aço é um componente industrializado que apresenta grande precisão dimensional e (redundante) e elevada resistência a tração. Além disso, a ductilidade do aço melhora as características frágeis do concreto, sobretudo daqueles de alta resistência tornando a associação aço-concreto na forma de pilares mistos uma excelente alternativa para elementos predominantemente comprimidos. Em relação ao processo construtivo, esse tipo de elemento estrutural confere rapidez de execução, flexibilidade, liberdade na concepção estrutural, leveza, compatibilidade com outros materiais e uso racional de materiais. Dentre os pilares mistos, destaca-se o do tipo preenchido, caracterizado pelo preenchimento do perfil tubular de aço por concreto (Figura 1).

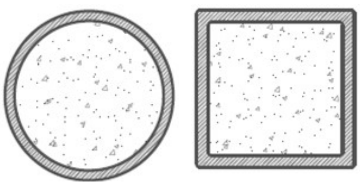


Figura 1 - Seção transversal característica dos pilares mistos preenchidos

Os primeiros documentos relatando estudos de pilares mistos preenchidos foram divulgados na década de 1960 (KNOWLES; PARK, 1969) e trazem resultados de ensaios realizados com elementos submetidos a compressão centrada. Desde então, vários estudos teóricos e experimentais vêm sendo realizados; como exemplos citam-se Uy (1998), Hu *et al.* (2003), Sakino *et al.* (2004), Wang *et al*. (2012) e Hafiz (2016). Porém, somente a partir da década de 1990 é que são divulgados os primeiros estudos voltados para a modelagem numérica desses elementos estruturais.

A modelagem numérica é uma técnica que consiste na construção de modelos numéricos e calibração destes frente a resultados experimentais para posterior utilização em análises de situações não avaliadas experimentalmente visando a extrapolação dos resultados experimentais. Neste contexto, destacam-se autores como, Ellobody e Young (2006) e Masoudnia *et al*. (2011), Singh e Gupta (2013) e Kurian *et al*. (2016). Por exemplo, Ellobody e Young (2006) apresentam resultados de simulação numérica realizada no pacote computacional ABAQUS® e Masoudnia *et al*. (2011), resultados obtidos utilizando o pacote computacional LUSAS®. Ambos consideraram pilares preenchidos submetidos a compressão centrada. Estudo paramétrico permitiu avaliar a influência de parâmetros geométricos como a esbeltez do pilar preenchido de seção quadrada e a espessura do perfil aço (MASOUDNIA *et al*., 2011). A exemplo de Ellobody e Young (2006), Singh e Gupta (2013) também utilizaram a ferramenta computacional ABAQUS® para avaliar o comportamento de pilares preenchidos. Os autores desenvolveram estudos numéricos com 16 modelos de pilares preenchidos de seção retangular submetidos à compressão axial. O aço do perfil tubular foi discretizado considerando material com comportamento elasto-plástico perfeito e módulo de elasticidade variando entre 182 a 213 GPa. O critério de plasticidade de "Drucker Prager" foi adotado para descrever o comportamento do concreto confinado. Em relação à interação entre os materiais, foi utilizado um coeficiente de atrito de 0,25. O elemento finito utilizado foi C3D8, elemento com 8 nós e 3 graus de liberdade por nó. Os modelos numéricos desenvolvidos foram capazes de reproduzir com excelente aproximação o comportamento observado nos ensaios experimentais existentes na literatura.

Três anos mais tarde, Kurian *et al.* (2016) desenvolveram um modelo numérico no pacote computacional ANSYS® objetivando avaliar o comportamento de pilares preenchidos com seções circulares e quadradas submetidos a carregamentos axiais centrados. Foram utilizados elementos SOLID65 para o concreto e elementos

SHELL181 para o aço. A superfície de contato entre os materiais foi modelada utilizando elementos de contato e adotando coeficiente de atrito de 0,25. Após a validação do modelo numérico foi realizado um estudo paramétrico com 8 pilares mistos preenchidos em que foi avaliada a influência de algumas resistências a compressão do concreto na capacidade resistente da pilar. As principais conclusões foram que as deformações nos pilares preenchidos decrescia de 10 a 15% com o aumento da resistência a compressão do concreto. As deformações também eram influenciadas pela forma da seção: circular ou quadrada. A seção circular apresentou melhor comportamento frente às deformações do que a seção quadrada devido a maior eficiência do efeito de confinamento nesse tipo de seção.

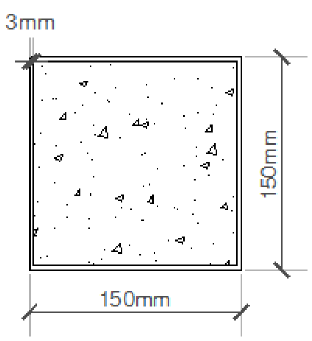
No âmbito nacional, os estudos abordando pilares mistos preenchidos de seção quadrada ainda são bastante incipientes oferecendo um vasto campo a ser estudado. Dentre os estudos brasileiros destacam-se: De Nardin (1999), De Nardin (2003), Queiroz (2003), Oliveira (2008), Neuenschwander *et al.* (2014) e Dias *et al.* (2016). A exemplo, De Nardin (1999) apresentou um estudo numérico e experimental buscando avaliar o comportamento do pilar misto preenchido axialmente comprimido. Foram desenvolvidos cinco modelos numéricos por meio do pacote computacional ANSYS®. Para a modelagem dos pilares preenchidos foi empregado o elemento SOLID45. Para o concreto foi utilizado um modelo constitutivo denominado multilinear isotrópico (MISO) e para o aço considerou-se um modelo elasto-plástico perfeito denominado bi-linear isotrópico (BISO), ambos do ANSYS®. Os valores referentes a tensões e deformações para composição dos modelos constitutivos foram determinados experimentalmente. Após validado, o modelo numérico permitiu realizar inúmeras análises de comportamento do pilar misto preenchido axialmente comprimido.

Na sequência, Queiroz (2003) realizou um estudo numérico com pilares mistos de aço e concreto preenchidos e parcialmente revestidos submetidos à compressão e a flexo-compressão com o objetivo de expor e discutir os inúmeros aspectos envolvidos na modelagem como por exemplo a influência de alguns modelos constitutivos e elementos finitos presentes no ANSYS®. O autor concluiu que tanto o elemento SOLID65 quanto SOLID45 são ideais para discretizar o concreto em pilares preenchidos. No mesmo ano, De Nardin (2003) desenvolveu um estudo visando avaliar o comportamento de pilares mistos preenchidos sob compressão excêntrica. Ao todo foram ensaiados 13 pilares, cujos valores de força última foram comparados aos valores provenientes da simulação numérica realizada via pacote computacional CFT. Após validado, o modelo numérico foi utilizado para avaliar a influência de parâmetros como resistência a compressão do concreto, resistência ao escoamento do aço, excentricidade da força axial, eixo de flexão e relação lado/espessura na capacidade resistente do pilar preenchido. Posteriormente, Oliveira (2008) realizou um estudo numérico-experimental a fim de investigar o efeito de confinamento em pilares mistos preenchidos de seções circulares submetidos a compressão centrada. A modelagem numérica foi realizada no pacote computacional DIANA®. Para modelagem do núcleo de concreto e parte interna do perfil tubular foram utilizados elementos sólidos PE6 TP18L. Para a modelagem do perfil de aço foram utilizados elementos sólidos HE8 HX24L. Além disso utilizou-se também elementos IS44 Q24IF para modelagem da interface entre os materiais. Após a validação o modelo numérico foi utilizado para estimar a capacidade resistente de pilares mistos preenchidos de seção quadrada mostrando boa correlação com os resultados experimentais.

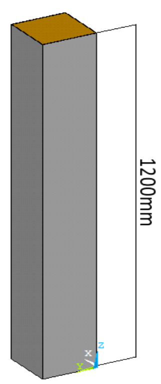
Em Neuenschwander *et al.* (2014) foi realizado um estudo numérico-experimental onde foi ensaiado um pilar misto preenchido de seção quadrada submetido a flexocompressão. Foram avaliados parâmetros como a excentricidade da carga, capacidade resistente do pilar e comportamento da placa de base. Sequenciando os ensaios experimentais foi realizada a modelagem numérica no ABAQUS®. Por fim, Dias *et al.* (2016) realizaram um estudo numérico com o objetivo de analisar o comportamento de pilares mistos preenchidos com concreto de alto desempenho submetidos a flexocompressão. A modelagem foi realizada por meio do pacote computacional ANSYS®. O perfil de aço foi discretizado utilizando elemento SHELL181 e o concreto utilizando elemento SOLID65. O comportamento do aço do perfil foi considerado multilinear isotrópico com plasticidade definida pelo critério de Von Mises e comportamento uniaxial definido com base na curva proposta por Maggi (2004). O comportamento uniaxial do concreto foi representado pela curva tensão-deformação proposta na ABNT NBR 6118 (2004) com critério de falha de “Willam-Warnke”. Foram analisados 332 modelos numéricos de pilares mistos preenchidos. Os resultados foram comparados aos das normas ANSI/AISC 360-10 (2010) e ABNT NBR 8800 (2008). O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um modelo numérico que represente o comportamento do pilar misto preenchido de seção quadrada submetido a flexocompressão e que seja capaz de prever sua capacidade resistente. Para isso foi utilizado o pacote computacional ANSYS® versão 15.0 e para validação do modelo numérico foram utilizados alguns resultados de De Nardin (2003). Após validado, o modelo numérico foi utilizado para avaliar a influência da excentricidade da força aplicada e da resistência ao escoamento do aço no comportamento e na capacidade resistente de pilares mistos preenchidos de seção quadrada.

2 Características do Modelo Físico ensaiado por De Nardin (2003)

O elemento estrutural aqui tratado consiste em um pilar preenchido de seção quadrada com 150x150mm, perfil tubular de aço com 3mm de espessura e 1200 mm de altura (Figura 2). Os perfis foram obtidos a partir de chapas de aço do tipo SAE 1020, cortadas e dobradas formando dois perfis U, os quais foram soldados com solda do tipo MIG a fim de se obter a seção tubular quadrada. A força excêntrica foi aplicada por meio de chapas de 25,4mm de espessura fixadas nas extremidades do pilar misto. Para evitar a ocorrência de ruptura prematura por concentração de tensões foi utilizada armadura de fretagem nas extremidades do pilar, na região de introdução da força excêntrica.



a) Seção Transversal



b) Seção longitudinal

Figura 2 – Características do modelo físico ensaiado por De Nardin (2003)

As propriedades mecânicas dos materiais do modelo ensaiado por De Nardin (2003) são apresentadas na Tabela 1 e foram determinadas por meio de ensaios de caracterização e utilizadas no desenvolvimento da modelagem numérica do presente trabalho. Apenas o módulo de elasticidade do aço não foi determinado experimentalmente, tendo sido adotado o valor sugerido pela ABNT NBR 8800 (2008).

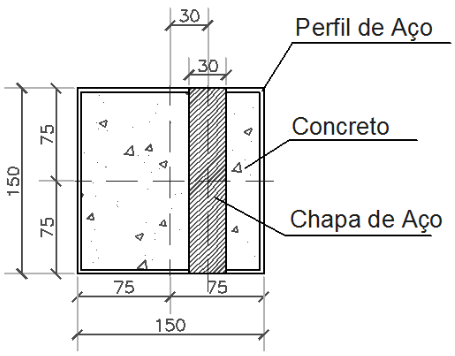
TABELA 1 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados no modelo físico (DE NARDIN, 2003)

Material	Resistência a Compressão (MPa)	Resistência a Tração (MPa)	Módulo de Elasticidade (MPa)	Resistência ao Escoamento (MPa)	Resistência última (MPa)
Aço	-	-	200.000	211,4	315,9
Concreto	52,84	3,33	31.514	-	-

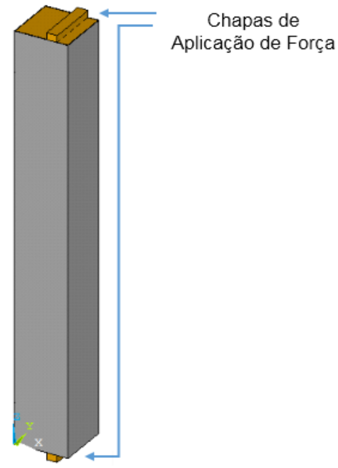
3 Modelo numérico

3.1 Elementos finitos e construção do modelo

Para a modelagem dos pilares mistos preenchidos foram utilizados três tipos de elementos finitos disponíveis da biblioteca do pacote computacional ANSYS®: elementos volumétricos SOLID65 e SOLID45 e elemento de casca SHELL181. O núcleo de concreto foi discretizado utilizando o elemento volumétrico SOLID65 que possui 8 nós com três graus de liberdade por nó (translação nos eixos x, y e z). Esse elemento permite simular a fissuração do concreto a tração (nas três direções ortogonais) e o esmagamento a compressão, possibilitando a consideração da não linearidade física. As chapas de aplicação de força foram discretizadas com elementos tridimensionais SOLID45 (Figura 3). Esse elemento também possui 8 nós e 3 graus de liberdade por nó; trata-se de um elemento bastante similar ao SOLID65, porém não permite simular algumas características típicas do concreto como fissuração e esmagamento. É ideal para promover a distribuição do deslocamento aplicado na face superior do pilar preenchido. O perfil de aço foi discretizado utilizando o elemento de casca SHELL181 que possui 4 nós com 6 graus de liberdade em cada nó (translação e rotação nos eixos x, y e z). O elemento SHELL181 é adequado à modelagem de placas e cascas de paredes finas apresentando bom desempenho na simulação de deformações lineares e não-lineares e na ocorrência de tensões distribuídas.



a) Vista da Chapa de aplicação de força



b) Vista 3D

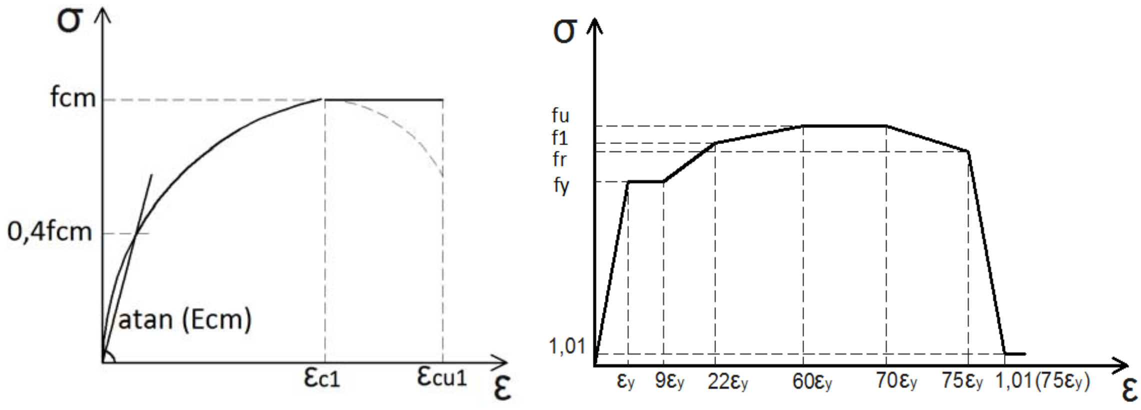
Figura 3 – Chapas de aplicação de força

3.2 Modelos Constitutivos e Propriedades Mecânicas dos Materiais

As curvas tensão *vs.* deformação do concreto foram definidas com base na curva sugerida pelo Eurocode 2 Parte 1-1 (2004), ilustrada na Figura 4a. O Coeficiente de Poisson do núcleo de concreto foi adotado igual a 0,2 e para o módulo de elasticidade foi utilizado o valor determinado experimentalmente (Tabela 1) e igual a 31514 MPa. O aço dos perfis foi representado pela curva tensão *vs.* Deformação já utilizada por Tineo (2016) e ilustrada na Figura 4b. Foi considerado módulo de elasticidade para o aço equivalente a 200000 MPa e Coeficiente de Poisson igual a 0,3.

3.3 Condições de vinculação

No modelo numérico em questão foram aplicadas condições de contorno nas faces da chapa de aço e estas foram conectadas ao pilar. Para representar a vinculação da extremidade inferior do pilar foram impedidos os deslocamentos dos nós da face inferior da chapa em todas as direções (x, y e z). Na extremidade superior foram restritos os deslocamentos nas direções x e y em todos os nós da face superior da chapa de aço e foi aplicado deslocamento prescrito na direção z (Figura 5).



a) Concreto

f_{cm} = 52,8 MPa

E_{cm} = 31510 MPa

ε_{c1} = 0,003

ε_{cu1} = 0,0035

b) Aço

f_u = 315,9 MPa

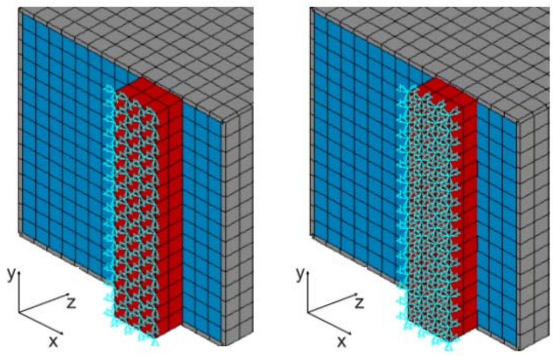
f_1 = 263,6 MPa

f_r = 232,3 MPa

f_y = 211,4 MPa

ε_y = 0,001057

Figura 4 – Modelos constitutivos dos materiais utilizados na modelagem



a) Face superior do Pilar

b) Face inferior do Pilar

Figura 5 – Condições de Contorno aplicadas ao modelo numérico

Observando vários estudos voltados para a modelagem numérica de pilares preenchidos como o de DIAS et al. (2016) optou-se pelo Método de Newton-Raphson completo com critério de convergência em deslocamentos. Foi aplicado deslocamento vertical levemente maior que o máximo registrado no ensaio e este foi aplicado em incrementos; como critério de parada foi considerada a perda de convergência do modelo.

3.4 Análise de parâmetros que interferem na modelagem numérica

Levando em consideração alguns fatores já definidos anteriormente como os tipos de elementos finitos e os modelos constitutivos dos materiais, alguns outros parâmetros são avaliados isoladamente de forma que a interpretação da influência de cada um deles seja mais fácil de ser visualizada. Na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**tem-se um resumo dos parâmetros avaliados.

Tabela 2 – Parâmetros avaliados na modelagem numérica

Identificação	Parâmetros Variáveis		
	Mecanismo de Aplicação de Força	**Densidade da malha**	**Aplicação de Força/Desloc.**
Exemplar 1	Deslocamento aplicado diretamente na extremidade do modelo	1810 elementos e 2416 nós	Deslocamento
Exemplar 2	Utilização de uma Chapa de Aço resistente nas extremidades.	1810 elementos e 2416 nós	Deslocamento
Exemplar 3	Utilização de Concreto mais resistente (75MPa) nas extremidades do pilar.	1810 elementos e 2416 nós	Deslocamento
Exemplar 4	Utilização de Concreto mais resistente (75MPa) nas extremidades do pilar.	1810 elementos e 2416 nós	Força
Exemplar 5	Utilização de Concreto mais resistente (75MPa) nas extremidades do pilar.	1610 elementos e 2172 nós	Deslocamento
Exemplar 6	Utilização de Concreto mais resistente (75MPa) nas extremidades do pilar.	36090 elementos e 38604 nós	Deslocamento

No processo de validação do modelo numérico, a partir da análise da influência de um determinado parâmetro, o mesmo passa a ser mantido fixo para as análises posteriores. A fim de avaliar qual o melhor mecanismo de aplicação de deslocamento no modelo numérico três situações foram consideradas: aplicação de deslocamento diretamente no modelo (Exemplar 1), aplicação de deslocamento por meio de uma chapa de aço (Exemplar 2) e utilização de concreto mais resistente na região de aplicação de deslocamentos (Exemplar 3). Mais detalhes sobre cada um dos exemplares são encontrados na Tabela 2. Na Figura 6 são apresentados os resultados obtidos considerando as três situações descritas. De acordo com os resultados mostrados na Figura 6, a melhor representação dos resultados experimentais foi obtida para o Exemplar 3 em que foi utilizado concreto mais resistente (75 MPa) numa altura de 12 cm nas duas extremidades do pilar para impedir a ocorrência de falha prematura por concentração de tensões na região de aplicação de deslocamento.

Como esperado, o Exemplar 1 apresentou concentração de tensões na região de aplicação de deslocamento atingindo uma força última bastante inferior à do modelo experimental enquanto o Exemplar 2 apresentou valores de força última bastante superiores ao modelo experimental. Já o Exemplar 3 apresentou uma trajetória de comportamento bastante similar à experimental. Cabe lembrar que no Exemplar 3, a fim de evitar a ruptura prematura devido à concentração de tensões na região de aplicação do deslocamento, foi utilizado o artifício de aumentar a resistência das regiões de extremidade (superior e inferior) do modelo por meio da utilização de concreto mais resistente (Figura 7). Esta solução apresentou menor grau de complexidade que a modelagem da armadura de fretagem utilizada no modelo físico, porém se mostrou capaz de produzir resultados experimentais de forma satisfatória. Na Figura 7 é apresentada a disposição dos concretos de 75MPa e 52,8MPa no núcleo do modelo cuja forma de aplicação de carga se demonstrou mais eficiente (Exemplar 3).

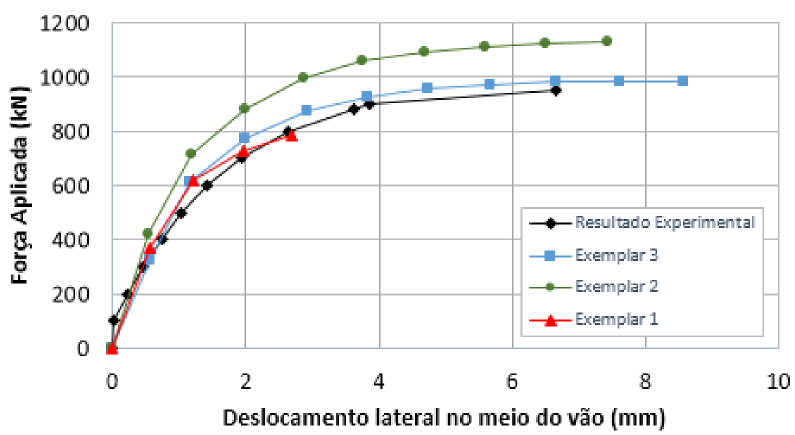


Figura 6 – Influência da forma de aplicação do deslocamento

Outro parâmetro avaliado foi a aplicação de força (Exemplar 4) ou de deslocamento prescrito (Exemplar 3), porém a primeira opção produziu resultados bem superiores aos experimentais (Figura 8).

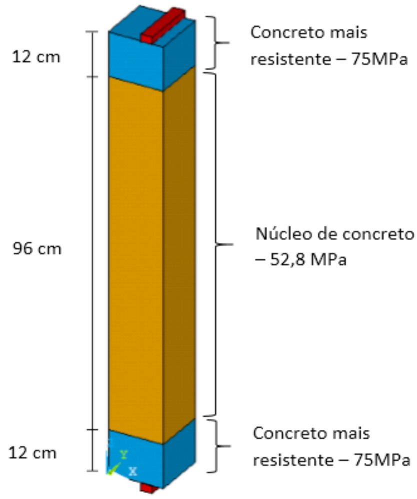


Figura 7 – Disposição dos concretos de 75 MPa e 52,8 MPa no núcleo do pilar

Dessa forma, conclui-se que a aplicação de deslocamentos no topo do pilar produz resultados mais representativos em relação ao modelo físico de referência. Embora no modelo experimental tenha sido aplicada força com controle de deslocamento, observa-se uma maior estabilidade e convergência do modelo numérico quando se faz a aplicação de deslocamentos em substituição à força. Isso deve-se aos métodos de convergência e de aproximação de forças e deslocamentos utilizados pelos modelos numéricos baseados em elementos finitos.

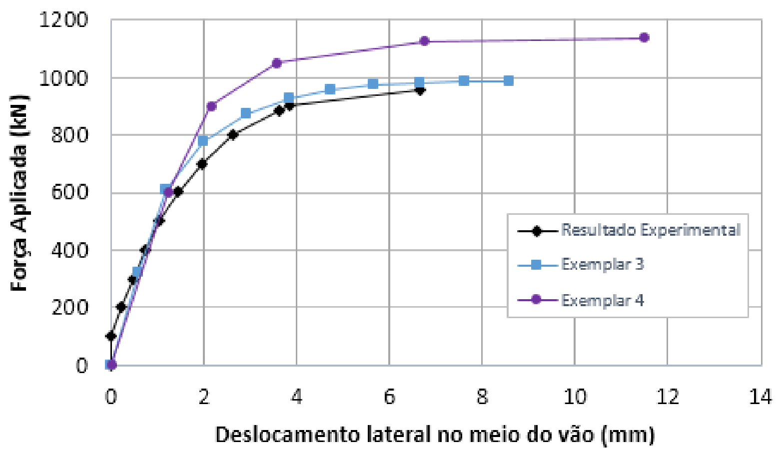
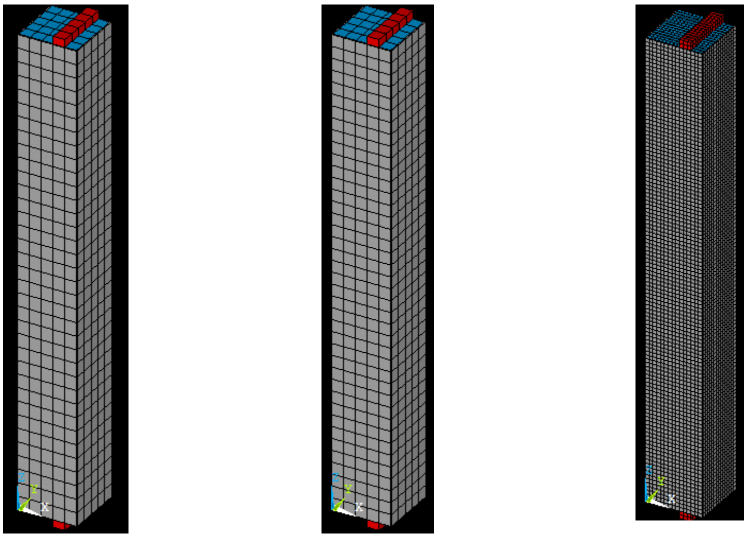


Figura 8 – Influência da aplicação de força x aplicação de deslocamento

Por fim, foi avaliada a influência da densidade da malha de elementos finitos na resposta do modelo numérico. Foram selecionadas três densidades de malhas: pouco densa (Exemplar 5), medianamente densa (Exemplar 3) e bastante densa (Exemplar 6). Os três modelos são ilustrados na Figura 9.



Exemplar 5 – malha pouco densa | Exemplar 3 – malha medianamente densa | Exemplar 6 – malha bastante densa

Figura 9 – Densidades de malha analisadas

Os resultados apresentados na Figura 10 indicam que as densidades de malha avaliadas não produziram influência significativa na resposta do modelo numérico, especialmente nos exemplares 5 e 6.

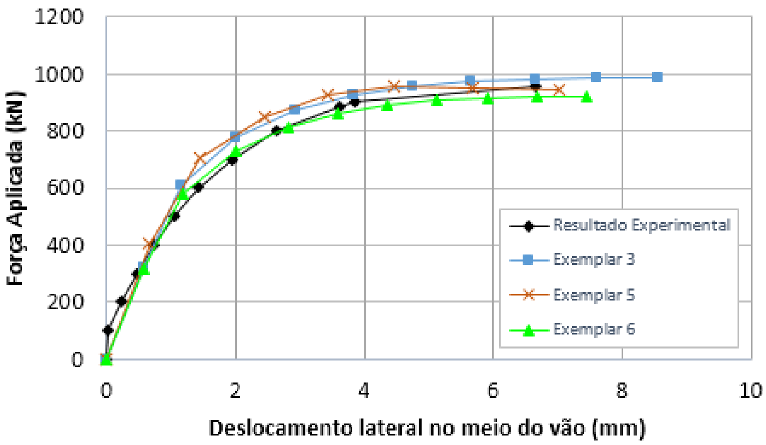


Figura 10 – Influência da densidade da malha

Na Tabela 3 é apresentado um resumo dos resultados de força última e deslocamento lateral obtidos na análise numérica. A partir desses resultados foi selecionado o modelo numérico com a melhor representatividade para utilização nas análises paramétricas.

Como pode-se observar na Tabela 3, o Exemplar 6 foi o que apresentou os melhores resultados em relação aos experimentais e, portanto, será utilizado nas análises paramétricas.

Tabela 3 – Comparação de resultados: modelos numéricos e experimental

Exemplar	F_u Exp. (kN)	F_u Num. (kN)	Variação (%)	Desl. Lat. Exp. (mm)	Desl. Lat. Num. (mm)	Variação (%)	M Exp. (kN.cm)	M Num. (kN.cm)	Variação (%)
Exemplar 1	954,00	787,00	-17,50	6,65	2,70	-59,39	3496,40	2573,49	-26,39
Exemplar 2	954,00	1132,00	+18,65	6,65	7,43	+11,72	3496,40	4237,07	+21,18
Exemplar 3	954,00	984,64	+3,21	6,65	8,56	+28,72	3496,40	3796,77	+8,59
Exemplar 4	954,00	1137,00	+19,18	6,65	11,48	+72,63	3496,40	4716,27	+34,88
Exemplar 5	954,00	958,00	+0,41	6,65	4,45	-33,08	3496,40	3300,31	-5,60
Exemplar 6	954,00	921,33	-3,42	6,65	7,45	+12,03	3496,40	3450,38	-1,31
M: momento fletor F: força axial excêntrica									

3.5 Características do modelo numérico final

Após a análise de alguns dos principais fatores que interferem na representatividade do modelo numérico, verificou-se que o Exemplar 6 foi o mais representativo no que se refere à relação Força aplicada *vs*. Deslocamento lateral no meio do vão (Figura 11).

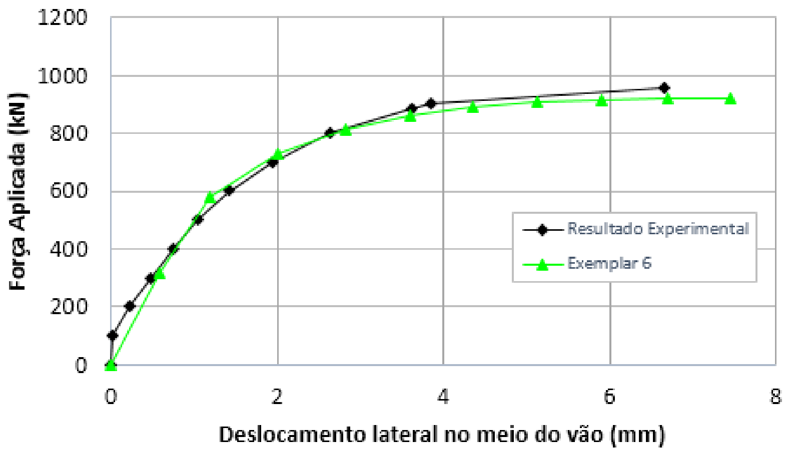
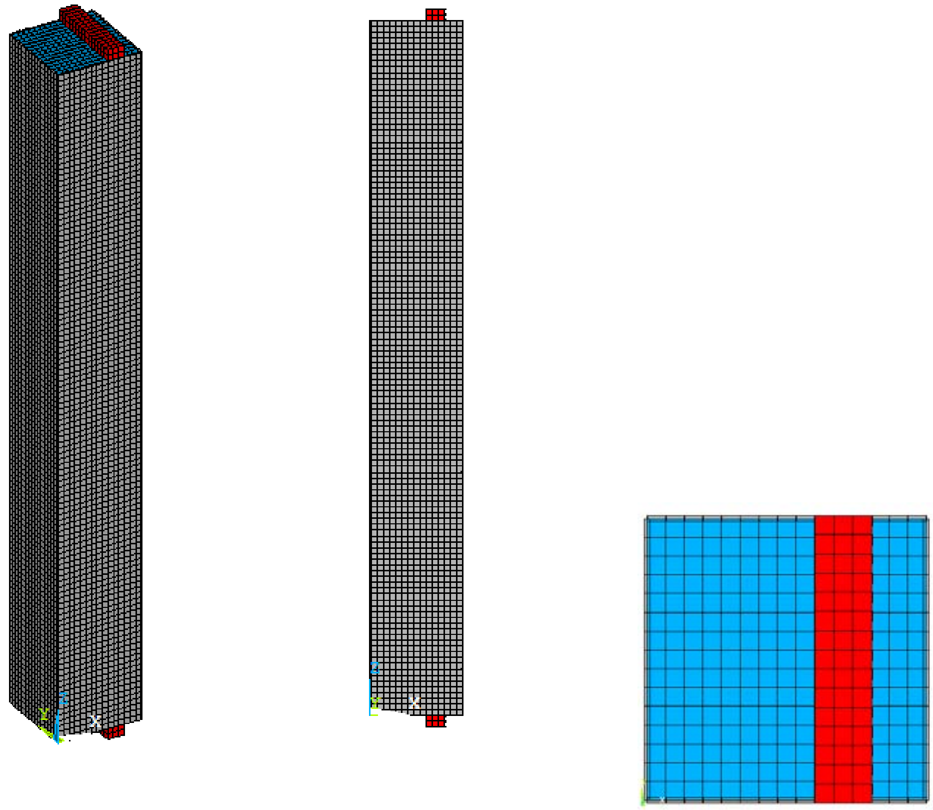


Figura 11 – Resultados do modelo numérico validado

A malha de elementos finitos do perfil de aço foi definida com dimensões de 10x10x3mm e a do concreto e da chapa de aplicação de deslocamento possui dimensões de 10x10x10mm (Figura 12). Em relação ao mecanismo de aplicação de força, os melhores resultados foram obtidos com a aplicação de deslocamentos prescritos e a utilização de concreto mais resistente em uma altura de 12cm em ambas as extremidades do pilar.



a) Vista 3D b) Vista Lateral c) Vista Superior

Figura 12 – Representação gráfica do modelo numérico final

4 Análises Paramétricas

Após a validação do modelo numérico, esse foi utilizado na realização de análises paramétricas nas quais foi avaliada a influência de dois parâmetros na capacidade resistente do pilar preenchido de seção quadrada submetido a flexo-compressão: resistência ao escoamento do aço e excentricidade da força aplicada. Três valores de resistência ao escoamento foram avaliados: 250, 300 e 450 MPa. Também foram avaliados três valores de excentricidade da força aplicada: 20, 30 e 40mm. Nessas análises foi considerado concreto com resistência a compressão de 52,8 MPa para preenchimento do perfil tubular. Na Tabela 4 é apresentado um resumo dos resultados obtidos.

- Resistência ao escoamento do aço

A Figura 13 apresenta a variação da capacidade resistente a compressão em função das diversas resistências ao escoamento do aço.

Tabela 4 – Resultados da análise paramétrica

Resistência ao escoamento (f_y) MPa	Excentricidade (mm)	Força última (kN)	Deslocamento no meio do vão (mm)	Momento último (kN.cm)
250	20	1069,20	5,74	2752,12
	30	958,74	7,90	3633,62
	40	859,00	9,52	4253,76
300	20	1113,09	5,23	2808,32
	30	1001,83	7,49	3755,86
	40	899,50	9,19	4424,64
450	20	1248,83	4,36	3042,14
	30	1135,40	6,87	4186,21
	40	1025,14	8,93	5016,01

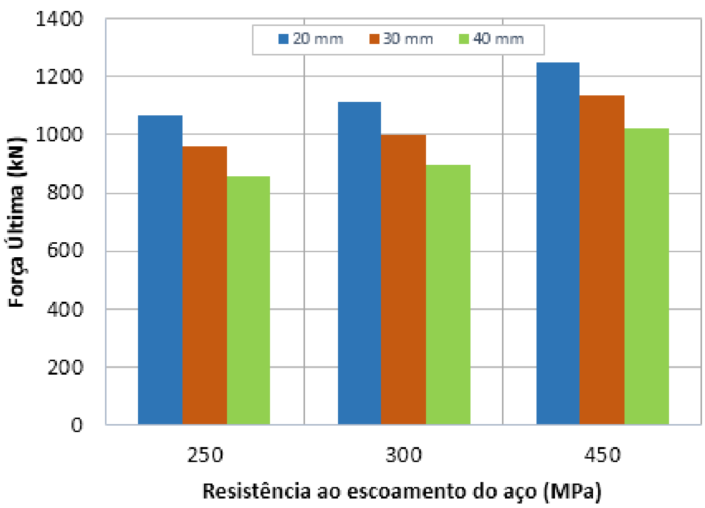


Figura 13 – Influência da resistência ao escoamento do aço na capacidade resistente do pilar preenchido

Observa-se que uma variação na resistência ao escoamento de 250 MPa para 300 MPa, que corresponde a 20% de aumento, resultou em aumento de 4,1% na capacidade resistente; por outro lado, ao passar de 300 MPa para 450 MPa, aumento de 50%, a capacidade resistente sofreu aumento de 16,8%. Essa análise foi feita considerando excentricidade de 20mm. Ou seja, não há proporcionalidade entre o aumento na resistência ao escoamento e o consequente aumento na capacidade resistente e, para resistências ao escoamento mais elevadas, há um aumento mais significativo na capacidade resistente a flexo-compressão. Isso ocorre porque ao aumentar a resistência ao escoamento do aço, aumenta-se a contribuição do perfil de aço para a capacidade resistente da seção mista.

- ***Excentricidade da força aplicada***

A Figura 14 apresenta a variação da capacidade resistente do pilar preenchido para os três valores de excentricidade considerados no presente estudo.

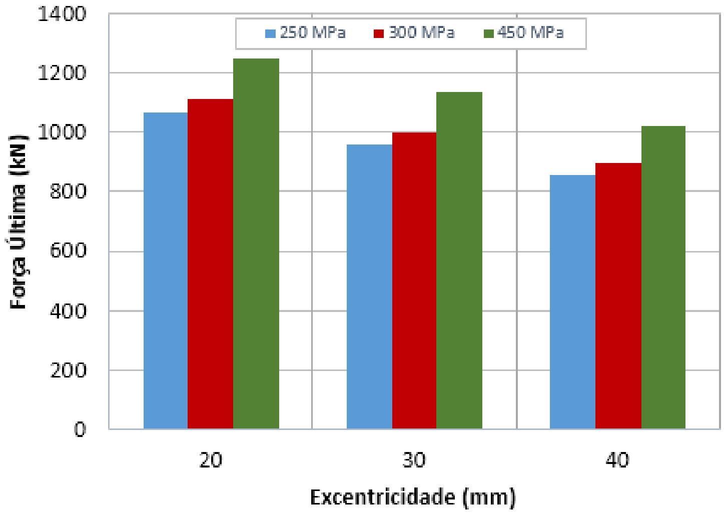


Figura 14 – Influência da Excentricidade da força na capacidade resistente do pilar preenchido

Observa-se que para pilares mistos com aços de menor resistência ao escoamento o decréscimo na capacidade resistente devido ao aumento da excentricidade é maior que o observado em pilares com maior resistência ao escoamento. Isso pode ser notado comparando os aços com 250 MPa e 450 MPa de resistência ao escoamento. No primeiro caso a excentricidade da força aplicada passou de 20 para 40 mm e produziu um decréscimo na capacidade resistente do pilar de 24,47 % enquanto que para o segundo caso o mesmo aumento na excentricidade da força resultou em decréscimo de 21,82 %. Na Figura 15 são apresentados os valores de momento último em função dos parâmetros avaliados: resistência ao escoamento do aço e a excentricidade da força aplicada.

É possível analisar a variação do momento último em função dos parâmetros avaliados sob duas perspectivas: mantendo-se fixa a excentricidade da força e variando a resistência ao escoamento do aço ou vice-versa. No primeiro caso observa-se que a variação do momento último é mais significativa para aços mais resistentes; ao contrário, quando se mantém a resistência ao escoamento fixa, nota-se maior variação do momento último para os aços com maiores valores de resistência ao escoamento.

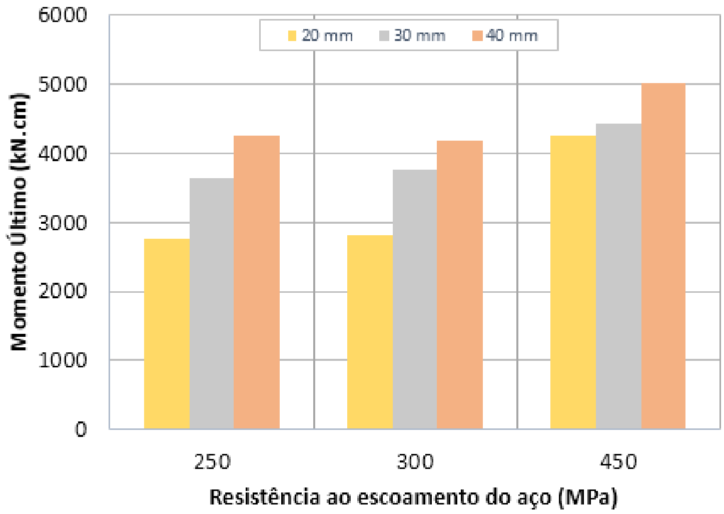


Figura 15 – Variação do momento último em função da resistência ao escoamento e da excentricidade da força axial

Isso se deve, basicamente, ao fato do acréscimo na capacidade resistente do pilar misto ser maior quando da utilização de aços com resistência ao escoamento mais elevadas. Ao manter a resistência ao escoamento em 250 MPa, por exemplo, o aumento da excentricidade se reflete diretamente no valor do momento último. Se a mesma análise for realizada para f_y=450 MPa, são observados aumentos bem menos expressivos no momento último (Figura 15). Isso indica que para resistência ao escoamento igual a 250 MPa a ruptura está mais associada ao nível de tensões no concreto que no aço e o aumento da excentricidade movimenta a linha neutra na seção mista de forma que passam a surgir tensões de tração na seção. Por outro lado, para f_y=450 MPa, a parcela de contribuição do aço para a capacidade resistente do pilar torna-se mais significativa e, mesmo aumentando a excentricidade e surgindo tensões de tração na seção, esse efeito não é tão pronunciado quanto na situação anterior por conta da maior contribuição do aço.

5 Conclusões

A partir dos resultados apresentados pelo modelo numérico é possível afirmar que a metodologia utilizada para o desenvolvimento deste foi bastante satisfatória. Verifica-se, da comparação entre resultados experimentais e numéricos, que o modelo numérico tem robustez para representar satisfatoriamente tanto o comportamento quanto a capacidade resistente. Além disso, a metodologia adotada para a entrada de dados (via script) mostrou agilidade e facilitou a geração de novos modelos numéricos, a partir do modelo inicial já validado, permitindo introduzir as variações na excentricidade da força e na resistência ao escoamento do aço de forma bastante simples. Em relação aos parâmetros avaliados verificou-se que o aumento da resistência ao escoamento do aço é mais significativo para o momento resistente quando associados a forças aplicadas com pequenas excentricidades. Isso porque, para pequenas excentricidades, a seção encontra-se predominantemente comprimida e, nesse caso, tanto aço quanto concreto contribuem significativamente para a capacidade resistente do pilar preenchido.

6 Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal de São Carlos, ao Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil dessa universidade e à *FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo* pelo auxílio fornecido quando da realização dos ensaios (Processo número 1998/15499-9).

7 Referências

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. ANSI/AISC 360. **Specification for Structural Steel Buildins**. Chicago. 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 880:** Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios. Rio de Janeiro. 2008.

DE NARDIN, S. **Estudo teórico-experimental de pilares mistos compostos por tubos de aço preenchidos com concreto de alta resistência**. 1999. 148p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

DE NARDIN, S. **Pilares mistos preenchidos: estudo da flexo-compressão e de ligações viga-pilar**. 2003. 323p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

DIAS, J. V. F.; GOMES, H. D.; CALENZANI, A. F. G. Comportamento à flexo-compressão de pilares mistos de aço e concreto tubulares circulares preenchidos com concreto de alto desempenho. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia-RIPE**, v. 2, n. 2, p. 218-233, Brasília, 2016.

ELLOBODY, E.; YOUNG, B. Nonlinear analysis of concrete-filled steel SHS and RHS columns. **Thin-walled structures**, v. 44, n. 8, p. 919-930, 2006.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, **Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1: General Rules and Rules for Building**, 226p, Bruxelas, 2004.

HAFIZ, F. Analytical and Numerical Study on Behavior of Concrete Filled Steel Tabular Columns Subjected To Axial Compression Loads. **International Journal of Scientific & Engineering Research** , v. 7, n. 9, p. 1720-1727, 2016.

HU, H. T.; HUANG, C. S.; WU, M. H.; WU, Y. M. Nonlinear analysis of axially loaded concrete-filled tube columns with confinement effect. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, n. 10, p. 1322-1329, 2003.

KNOWLES, R.B.; PARK, R. Strength of concrete filled steel tubular columns. **Journal of the Structural Division**, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, v. 95, n. ST12, p. 2565-87, 1969.

KURIAN, S. S.; PAULOSE, D.; MOHAN, S. Study On Concrete Filled Steel Tube, **IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering** (IOSR-JMCE) e-ISSN: 2278-1684, p-ISSN: 2320-334X, p. 25-33, 2016.

MAGGI, Y. I. **Análise do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de topo estendida**. 2004. 269p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

MASOUDNIA, R.; AMIRI, S.; BADARUZZAMAN, W. W. An analytical model of short steel box columns with concrete in-fill (part 1). **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**, v. 5, n. 11, p. 1715-1721, 2011.

NEUENSCHWANDER, R.; CARRASCO, E.V.M ; RODRIGUES, F. C.; FAKURY, R. H.- Pilares Mistos com Placas de Base abertas solicitados à flexo- compressão. **In: CNME 2014 - 9º. Congresso Nacional de Mecânica Experimental**, 2014, Aveiro. Anais do 9º. CNME. Aveiro - Portugal: Universidade de Aveiro, v 1, p. 175-176, 2014.

OLIVEIRA, W. L. A. **Análise teórico-experimental de pilares mistos preenchidos de seção circular**. 2008. 251p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

QUEIROZ, F. D. **Modelos para análise de pilares mistos pelo método dos elementos finitos**. 2003. 189p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

SAKINO, K.; NAKAHARA, H.; MORINO, S.; AND NISHIYAMA, I. Behavior of Centrally Loaded Concrete-Filled Steel-Tube Short Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 130, n. 2, p. 180-188, 2004.

SINGH, H.; GUPTA, P.K. Numerical Modeling of Retangular Concrete-Filled Steel Tubular Short Columns. **International Journal of Scientific & Engeneering Research**, v.4, n. 5, p. 170-173, 2013.

TINEO, R. P. **Ligação mista viga-pilar preenchido com chapa passante: modelagem numérica e análise paramétrica**. 2016. 154p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.

UY, B. Local and post-local buckling of concrete filled steel welded box columns. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 47, n. 1-2, p. 47-72, 1998.

WANG, Y.; YANG, Y.; ZHANG, S. Static behaviors of reinforcement-stiffened square concrete-filled steel tubular columns. **Thin-Walled Structures**, v. 58, p. 18-31, 2012.

Revista da Estrutura de Aço - REA
Recebido: 26/10/2018
Aprovado: 21/12/2018
Volume 8. Número 2 (agosto/2019). p. 294-310 - ISSN 2238-9377
Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

Aplicação do algoritmo harmony search no dimensionamento de perfis I soldados

Felipe Schaedler de Almeida[1*], Guilherme Dallagnol Vargas[1] e Eduardo Braun[1]

[1] Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, felipe.almeida@ufrgs.br, gui_dvargas@hotmail.com, eduardo.braun@ufrgs.br

Application of harmony search algorithm in the design of welded I sections

Resumo

Esse trabalho apresenta um estudo sobre a aplicação do algoritmo harmony search no dimensionamento de perfis I soldados submetidos à compressão, flexão ou à combinação desses esforços. A metodologia é desenvolvida para a automação do dimensionamento de elementos isolados, formulado como um problema de otimização não linear inteira-mista visando minimizar a função objetivo dada pela área da seção transversal. As espessuras da mesa e da alma são tomadas como variáveis discretas, limitadas pelos padrões de fabricação, enquanto a altura e a largura do perfil são tomadas como variáveis contínuas. Os critérios de segurança e desempenho da norma brasileira NBR8800:2008 são usados como restrições de projeto. Os exemplos mostram que o algoritmo é adequado ao projeto estrutural, pois tem bom desempenho em problems com variáveis mistas e espaço de resposta complexo.

Palavras-chave: *Estruturas de aço, Otimização, Harmony search*

Abstract

This work presents an investigation about the application of the harmony search algorithm in the design of welded steel I sections under compression, bending moment or both. The methodology is developed for the automation of the design of isolated elements, which is formulated as a mixed-integer nonlinear optimization problem aiming to minimize the objective function given by the cross section area. Flange and web thicknesses are taken as discrete design variables, restrained by the manufacturing standards, while the section height and width are taken as continuous variables. The safety and performance criteria given by the Brazilian standard NBR8800:2008 are used as design restraints. Examples show the good performance of the algorithm in the problems characterized by mixed variables and complex design space, indicating that the methodology is feasible for structural design.

Keywords: *Steel structures, Optimization, Harmony search.*

* autor correspondente

1 Introdução

A metodologia tradicional do projeto estrutural se caracteriza por um processo iterativo onde uma solução proposta pelo projetista é avaliada quanto à sua segurança e desempenho, sendo posteriormente modificada para atingir os requisitos de projeto ou reduzir os custos de construção. Esse ciclo é interrompido muito mais pela limitação de tempo disponível para o projeto do que pelo esgotamento das possibilidades de aprimoramento da solução. A análise estrutural é uma das atividades de projeto que mais se beneficiou da introdução das técnicas computacionais. Hoje, a modelagem da estrutura é mais demorada do que a solução do problema estrutural e a determinação dos esforços nos elementos. O detalhamento da estrutura também teve seu tempo reduzido com a disseminação dos programas de CAD (*computer aided design*).

Por outro lado, a determinação das dimensões dos elementos que formam a estrutura continua sendo realizada pelo engenheiro com base em sua sensibilidade estrutural e nas informações obtidas no ciclo anterior do projeto. Encontrar a melhor solução para uma determinada estrutura é uma tarefa extremamente complexa, pois normalmente estão envolvidas muitas variáveis de projeto. Para auxiliar o desenvolvimento dessa etapa, existe um esforço para desenvolver metodologias que incorporam técnicas de otimização ao projeto estrutural. As características desse tipo de problema e os desafios associados são apresentados por Haftka e Gürda (1992).

A aplicação dos métodos e programação matemática aos problemas de otimização estrutural é difícil, pois os objetivos e as restrições são descritos por funções que costumam ser fortemente não lineares, descontínuas e não diferenciáveis. A presença simultânea de variáveis contínuas e discretas no dimensionamento estrutural também é um fator complicador para o sucesso dessas técnicas. Para contornar esses problemas, diversos métodos heurísticos têm sido usados na otimização estrutural.

O objetivo desse trabalho é estudar a aplicação do método heurístico harmony search (HS) na otimização de perfis I soldados de aço. A seção seguinte descreve brevemente o método. Posteriormente é discutida a formulação do problema de otimização e por fim são apresentados os exemplos de aplicação. Os resultados mostram que o algoritmo se adapta bem aos problemas de otimização não linear inteira-mista referentes ao dimensionamento dos perfis I soldados.

2 O algoritmo harmony search

Harmony search é um algoritmo meta-heurístico desenvolvido por Geem et al. (2001) com inspiração no processo de improvisação que é comum em alguns ritmos musicais. As variáveis de projeto de um novo vetor de solução são copiadas de um conjunto das melhores soluções anteriores ou são definidas aleatoriamente, simulando experiência do músico com a melodia ou a improvisação, respectivamente. Adicionalmente, podem ser realizadas modificações sutis sobre os valores obtidos do conjunto das melhores respostas anteriores. Essa é uma operação com pequena chance de ocorrência, se equivalendo a um eventual ajuste da nota musical executada.

As soluções são representadas pelos vetores de harmonia (*harmony vectors*) $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots\ x_n\}$, onde n é o número de variáveis de projeto e $x_i \in [L_i, U_i]$ é o valor da variável de projeto i, que deve se enquadrar no intervalo definido pelos seus limites inferior e superior, L_i e U_i, respectivamente. Conforme a otimização progride, as melhores soluções são colecionadas em uma memória de harmonias (*harmony memory* – HM), que é empregada na criação de novas soluções. O tamanho dessa memória é definida pelo parâmetro *HMS* (*harmony memory size*), que deve ser ajustado em cada processo de otimização. Lee e Geem (2005) descrevem o algoritmo HS com os seguintes passos:

Passo 1: Inicialização do algoritmo e do problema de otimização. Consiste em definir os parâmetros *HMS*, *HMCR*, *PAR* e *bw* (definidos a seguir), que são empregados na criação de novos vetores solução pelo HS. Essa etapa também compreende a inicialização das rotinas de avaliação da função objetivo.

Passo 2: Inicialização da memória de harmonias (HM). São gerados vetores suficientes para preencher a HM tomando valores aleatórios para as variáveis.

Passo 3: Improvisação de novas harmonias. Cada variável de projeto i de um novo vetor solução (X^{novo}) pode ser definida por $x_i^{novo} = x_i^j$ cujo valor é obtido do vetor X^j selecionado aleatoriamente na HM. Esse processo ocorre com uma probabilidade dada pela variável *HMCR* $\in [0,1]$ (*harmony memory consideration rate*). Alternativamente, há uma chance 1-*HMCR* do uso de um valor aleatório no intervalo admissível. O valor copiado da HM pode ser modificado através de uma operação denominada "*pitch adjustment*", cuja chance de ocorrência é dada pelo parâmetro *PAR* $\in [0{,}1]$ (*pitch adjustment rate*). Nesse caso, é aplicada uma perturbação sobre o valor original dentro de um intervalo definido pelo parâmetro *bw* (*random distance bandwidth*). Por fim, é avaliado o valor da função objetivo para X^{novo}.

Passo 4: Atualização da HM. O vetor criado X^{novo} substitui a solução com maior valor da função objetivo na HM caso se configure uma solução melhor.

Passo 5: Verificação do critério de parada. A otimização é interrompida caso um critério de parada seja satisfeito, ou retorna ao passo 3 casos contrário. Nesse trabalho, a otimização é finalizada quando o número máximo de avaliações da função objetivo (E_{max}) é atingido.

Além do algoritmo originalmente apresentado por Lee e Geem (2005) para a otimização de problemas de engenharia, vários aprimoramentos vêm sendo propostos a fim de tornar o método mais eficiente. Alia e Mandava (2011) apresentam uma ampla revisão sobre as diversas versões do HS. Degertekin (2008 e 2012) aplicou versões modificadas do HS à otimização de estruturas de aço e Kaveh e Abadi (2010) usaram esse algoritmo para a otimização de pisos em estruturas mistas.

Os estudos apresentados nesse artigo empregam a versão do HS dada por Almeida (2016). A principal modificação em relação ao algoritmo original está na variação do valor do parâmetro *PAR* ao longo da otimização e na forma de aplicação da operação "pitch adjustment". Também é incorporada a variação do parâmetro *bw* a fim de enfatizar a exploração do espaço de respostas no início da otimização e o refinamento da busca em regiões promissoras no final da otimização.

3 Formulação do problema de otimização de perfis I soldados

De forma geral, o problema de otimização com restrições de desigualdade pode ser expresso por:

$$\text{Minimizar } f(X), \text{ com } X = \{x_1, x_2, \ldots x_n\}^T \tag{1a}$$

$$\text{Sujeito a } g_j(X) < 0 \;\text{ e }\; L_i \le x_i \le U_i \tag{1b}$$

onde $f(X)$ é a função objetivo a ser minimizada e X é o vetor com n variáveis de projeto (x_i). As funções $g_j(X)$ descrevem matematicamente cada uma das m restrições do problema. Também costumam ser impostas restrições às variáveis de projeto, que devem se enquadrar no intervalo definido pelos limites inferior e superior (L_i e U_i) particulares a cada problema tratado. Como o HS é um método desenvolvido para minimização irrestrita, são empregadas funções de penalização para transformar as otimizações contendo restrições, como as estudadas nesse trabalho, em otimizações irrestritas. Nesse contexto, o problema a ser resolvido pelo HS passa a ser descrito por

$$\text{Minimizar} \quad f_p(X) = f(X)\left(1 + \sum_{j=1}^{m} \beta_j \left(1 + g_j\right)^{k_j} H(g_j)\right) \tag{2}$$

onde $f_p\ (X)$ é a função objetivo com penalidades decorrentes das restrições definidas pelas funções g_j. $H(g_j)$ é a função de Heaviside (ou função degrau), assumindo valor zero para $g_j\ (X) \leq 0$ e valor 1 caso contrário. Os termos β_j e k_j controlam a intensidade da penalização pela violação da restrição g_j e devem ser ajustados no início de cada problema de otimização. As restrições quanto aos valores máximos e mínimos assumidos pelas variáveis são automaticamente respeitados pelo processo de geração de novas soluções no HS.

O objetivo do presente trabalho é minimizar a quantidade de material necessário em uma barra formada por um perfil I soldado. São consideradas apenas barras isoladas submetidas a compressão simples, flexão em relação ao eixo de maior inércia ou à ação combinada desses esforços. As variáveis de projeto são a largura da mesa (b_f) a altura total da seção (h) e as espessuras das mesas e da alma, t_f e t_w, respectivamente, conforme ilustrado na Fig. 1. Dessa forma, a função objetivo pode ser representada pela área total da seção transversal, sendo definida por

$$f(X) = 2b_f t_f + \left(h - 2t_f\right)t_{\mathrm{w}} \tag{3}$$

As variáveis x_1 e x_2 correspondem à altura e à largura do perfil, respectivamente, e são tratadas como variáveis contínuas com restrições $h_{min} < x_1 < h_{max}$ e $b_{min} < x_2 < b_{max}$. Esses limites são definidos em cada problema de acordo com imposições arquitetônicas ou em função da experiência do projetista para uma dada situação.

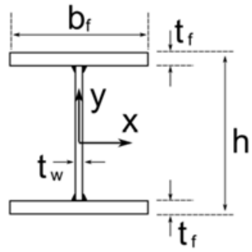


Figura 1 – Dimensões da seção transversal no perfil I soldado

Por outro lado, x_3 e x_4, que correspondem a t_w e t_f, respectivamente, são tratadas como variáveis discretas, pois as espessuras das chapas usadas na fabricação dos perfis soldados são limitadas pela padronização adotada na indústria. Para adaptar o algoritmo a tal restrição, são empregadas codificações onde as espessuras disponíveis são associadas a números inteiros, conforme apresentado na Tabela 1. Dessa forma, as variáveis x_3 e x_4 assumem apenas valores inteiros que representam uma determinada espessura de chapa.

Tabela 1: Codificação das espessuras das chapas

Código	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Espessura (mm)	6,3	8,0	9,5	12,5	16	19	22,4	25	31,5	37,5

4 Exemplos de aplicação

Nessa seção serão apresentados exemplos de aplicação do algoritmo HS na otimização de perfis I soldados. Esses exemplos têm como objetivo demonstrar que a metodologia proposta é capaz de gerar soluções otimizadas para elementos isolados submetidos a esforços de compressão, flexão ou à combinação dos dois. Um aço com módulo de elasticidade $E = 200$ GPa e resistência ao escoamento $f_y = 350$ MPa é empregado em todos os problemas discutidos a seguir. Os limites das variáveis são dados na Tabela 2, a menos de h_{max}, que é definido em cada exemplo.

Tabela 2: Limites inferior e superior das variáveis de projeto

Variável	$\boldsymbol{L_i}$	$\boldsymbol{U_i}$
$\boldsymbol{h}$ $(\boldsymbol{x_1})$	100 mm	-
$\boldsymbol{b_f}$ $(\boldsymbol{x_2})$	100 mm	400 mm
$\boldsymbol{t_w}$ $(\boldsymbol{x_3})$	1	7
$\boldsymbol{t_f}$ $(\boldsymbol{x_4})$	3	10

As otimizações foram realizadas empregando memórias de tamanho $HMS = 20$, com probabilidade de utilização definida por $HMCR = 0{,}99$. A operação *pitch adjutment* é realizada empregando uma variação linear do parâmetro PAR, que decresce a partir do valor máximo inicial $PAR^I = 0{,}30$ até o valor mínimo $PAR^F = 0{,}10$ no fim da otimização. Para o *random distance bandwidth* é considerada uma variação exponencial, com o valor máximo no início, dado por bw^I, até o valor mínimo bw^F no final da otimização. No caso das variáveis contínuas (x_1 e x_2) é adotado $bw^I = 50$mm e $bw^F = 5$ mm. Para as variáveis discretas (x_3 e x_4) são assumidos os valores $bw^I = 3$ e $bw^F = 1$.

A otimização é finalizada quando o número de avaliações da função objetivo (E) atinge o limite $E_{max} = 1000$, adotado em todos os casos. Com esse número de soluções avaliadas, cada otimização é realizada em uma fração de segundo pelo código implementado em linguagem Fortran 2003 e executado em um processador moderno (Intel i5-3570). Em princípio, poderia ser adotado um valor E_{max} muitas vezes maior, melhorando o desempenho do algoritmo sem tornar o tempo de otimização inviável. A limitação ao valor de E_{max} adotado visa criar condições para testes similares às que se verificariam em um projeto onde os recursos computacionais seriam divididos para a otimização das muitas barras que compõem a estrutura.

Como o HS é um algoritmo baseado em operações randômicas, o resultado final pode ser diferente em cada processo de otimização. Nesse estudo foram realizadas 100 otimizações em cada problema, o que torna possível identificar a qualidade da solução e sua evolução com as iterações. Isso permite a caracterização do desempenho do HS no tipo de problema estudado.

4.1 Compressão simples

Esse exemplo apresenta a aplicação da metodologia à otimização de uma barra submetida à compressão simples. São adotadas duas restrições para essa condição de carregamento. A primeira se refere à resistência à compressão, sendo definida por

$$g_1(X) = \frac{N_{c,Sd}}{N_{c,Rd}(X)} - 1 \tag{4}$$

onde $N_{c,Sd}$ é a força axial de compressão solicitante de cálculo e $N_{c,Rd}$ é a força axial de compressão resistente de cálculo, determinada em função das variáveis de projeto (X).

A força $N_{c,Sd}$ é obtida pela combinação dos carregamentos atuando na estrutura multiplicados pelos devidos coeficientes de majoração e informada como dado de entrada na otimização. A resistência é calculada para cada solução gerada usando os critérios definidos na NBR8800:2008 (ABNT, 2008). A penalização pela violação dessa restrição é aplicada com os coeficientes $\beta_1 = 1$ e $k_1 = 2$.

A segunda restrição se refere à esbeltez máxima de 200 que é admitida para a barra comprimida na NBR8800:2008. Tal restrição é definida por

$$g_2(X) = \frac{max\left(\frac{k_x L_x}{r_x}, \frac{k_y L_y}{r_y}\right)}{200} - 1 \tag{5}$$

onde $k_x L_x$ e $k_y L_y$ são os comprimentos de flambagem por flexão em torno dos eixos principais centrais *x* e *y* da seção, respectivamente, e r_x e r_y são os raios de giração da seção em torno dos mesmos eixos. A penalização devida à violação dessa restrição é aplicada com coeficientes $\beta_2 = 1000$ e $k_2 = 2$.

Nesse estudo é considerada uma barra de comprimento $L = 5$ m com as duas extremidades rotuladas ($k_x L_x = k_y L_y = k_z L_z = L$) e a altura máxima da seção é fixada em $h_{max} = 400$mm. O primeiro teste foi realizado para uma força solicitante $N_{c,Sd} = 5500$ kN. Entre as 100 otimizações realizadas, o melhor resultado obtido pelo HS apresentou área $A = 20225$ mm^2 e força resistente $N_{c,Rd} = 5500{,}02$ kN, com as variáveis de projeto assumindo os seguintes valores: $h = 287{,}4$ mm, $b_f = 400$ mm, $t_w = 9{,}5$ mm e $t_f = 22{,}4$ mm. A Fig. 2 mostra como o valor médio, mínimo e máximo da área da solução ótima (A_{ot}) evolui em função do número de avaliações da função objetivo realizadas pelo HS ao longo da otimização.

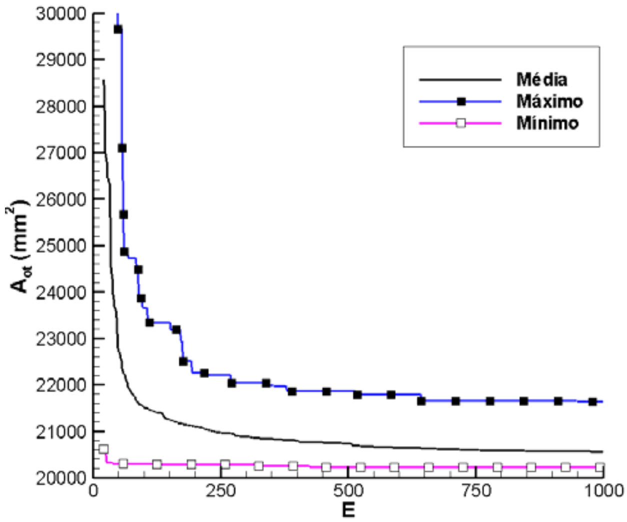


Figura 2 – Área mínima na otimização ($N_{c,Sd} = 5500$ kN)

No estudo seguinte foram realizadas otimizações considerando a intensidade da força solicitante ($N_{c,Sd}$) entre 3000 kN e 8500 kN (com valores tomados em intervalos de 500 kN). A Fig. 3 apresenta a área da seção transversal otimizada em função da força de compressão considerada. Se observa uma relação aproximadamente linear com variação de 3,48 mm²/kN. A relação $N_{c,Rd}$ $\times A$ das seções CS400x106 a CS400x248 da série CS padronizada pela NBR5884:2013 são apresentadas na mesma figura para fins de comparação. Os resultados mostram que o algoritmo de otimização sempre foi capaz de gerar soluções com área ligeiramente menor que as seções padronizadas.

A figura 4 apresenta a variação das dimensões da seção transversal obtida nas otimizações considerando forças de compressão entre 3000 kN e 8500 kN. As dimensões das mesas (b_f e t_f) têm grande influência na otimização. A espessura da mesa sempre cresce com o aumento da força normal. A largura da mesa converge rapidamente ao limite superior de 400 mm, apresentando pequenas reduções quando t_f aumenta. De forma semelhante, a altura total da seção cresce quando t_f é constante e diminui quando t_f aumenta, mas nunca atinge o limite superior $h_{max} = 400$ mm. A espessura t_w oscila em torno dos menores valores, mostrando a importância relativamente pequena da alma na resistência do perfil.

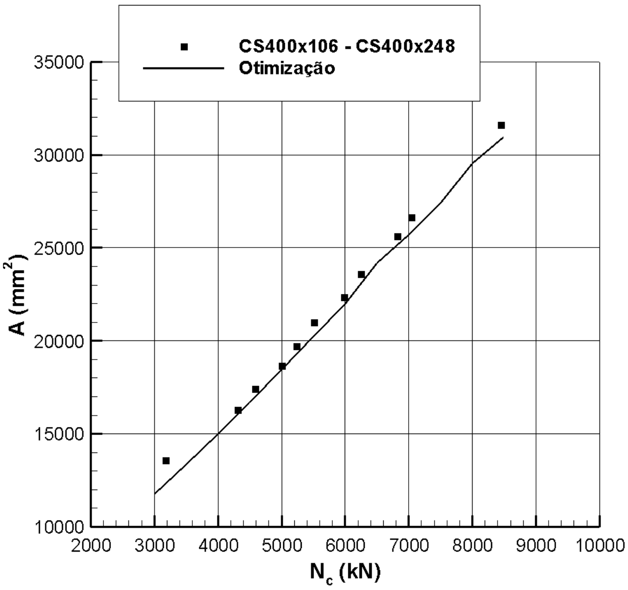


Figura 3 – Área ótima em função da força normal

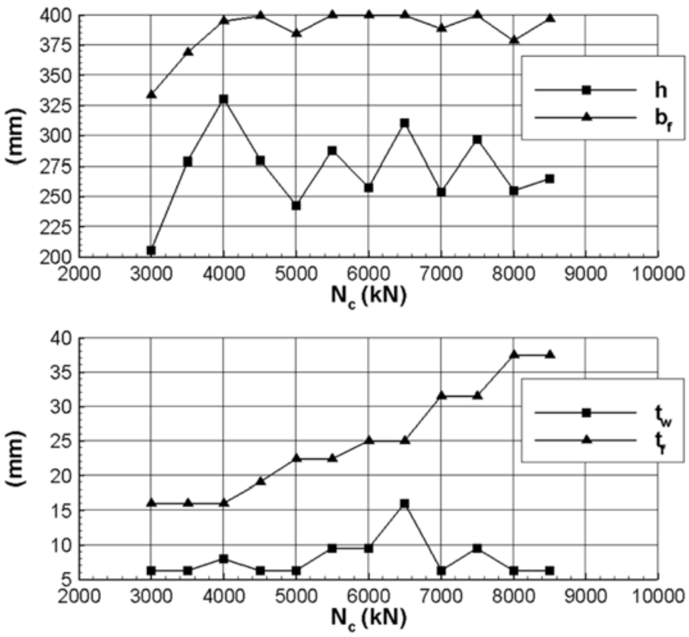


Figura 4 – Dimensões da seção otimizada em função da força normal

4.2 Flexão simples

Nesse exemplo é tratado o problema de otimização de uma viga simplesmente apoiada e submetida a um carregamento transversal uniformemente distribuído ao longo de todo o vão, conforme a Fig. 5 ilustra.

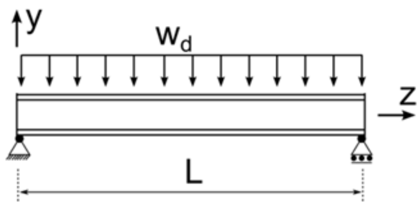


Figura 5 – Viga simplesmente apoiada submetida a carga uniformemente distribuída

A minimização da área da seção transversal é realizada considerando cinco restrições. Primeiramente, a viga deve atender às condições de segurança quanto ao momento fletor, conforme as prescrições da NBR8800:2008. Essas restrições são definidas por:

$$g_1(X) = \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}^{FLM}(X)} - 1\,, \qquad g_2(X) = \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}^{FLA}(X)} - 1, \qquad g_3(X) = \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}^{FLT}(X)} - 1 \tag{6}$$

Nessas equações, M_{Sd} é o momento fletor solicitante de cálculo, obtido em função da intensidade da carga distribuída (W_d) e do vão da viga (L). Os termos M_{Rd}^{FLM} , M_{Rd}^{FLA} e M_{Rd}^{FLT} se referem ao momento resistente para os estados limites de flambagem local da mesa (FLM), flambagem local da alma (FLA) e flambagem lateral com torção (FLT), respectivamente. Nas avaliações relacionadas à FLT, foi considerado o fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme com valor C_b = 1,136, que corresponde à distribuição de momento nas condições do problema. Também foi considerada a limitação a vigas de alma não esbelta, o que é garantido pela função de restrição

$$g_4(X) = \frac{\left(h - 2t_f\right)/t_0}{5{,}7\sqrt{E/f_y}} - 1 \tag{7}$$

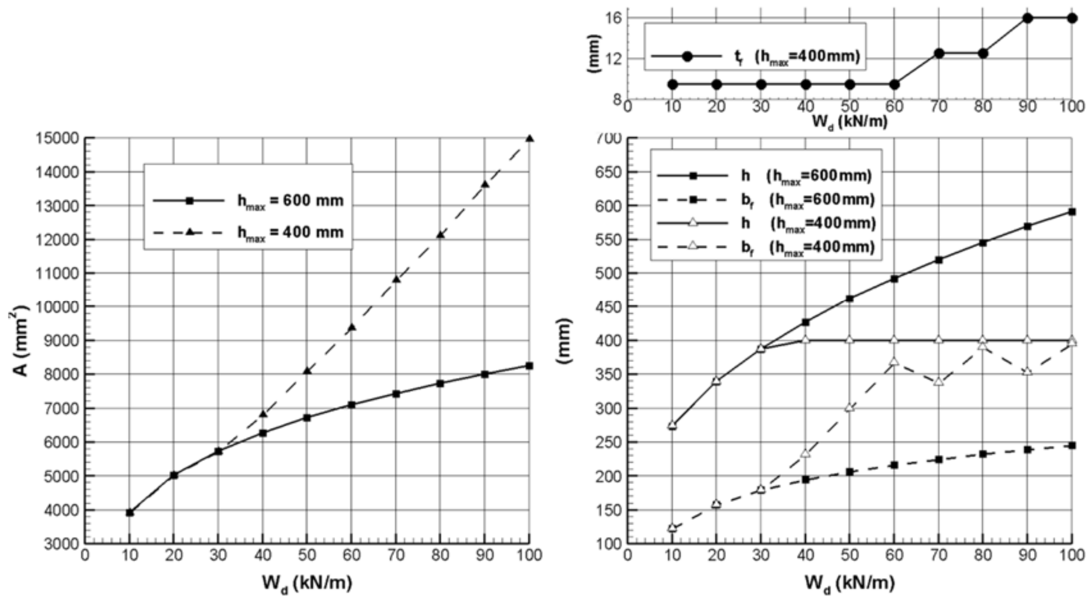
A última restrição está relacionada ao deslocamento transversal excessivo, que muitas vezes é a condição determinante no projeto de vigas de aço. Para atender essas condições, é imposto um limite inferior para o momento de inércia da viga. A Eq. (8) descreve essa restrição, onde foi introduzido o momento de inércia mínimo (I_{min}) para que o deslocamento da viga tratada no problema não exceda um valor admissível $\delta_{adm} = L/\alpha$.

$$g_5(X) = \frac{I_{min}}{I_x(X)} - 1, \quad \text{com} \qquad I_{min} = \frac{5}{384}\frac{\alpha\, W_d\, L^3}{E} \tag{8}$$

No problema estudado é adotado o comprimento $L = 6\,\mathrm{m}$ e o deslocamento transversal admissível é dado por $\alpha = 350$. São considerados os casos de vigas com altura máxima $h_{max} = 400$ mm e $h_{max} = 600$ mm. Os coeficientes para penalização por violação das restrições são $\beta_i = 1\ (i = 1{,}2{,}3{,}5)$, $\beta_4 = 100$ e $k_i = 2\ (i = 1 - 5)$. As otimizações são realizadas para carregamentos com intensidade W_d variando de 10 kN/m a 100 kN/m (em intervalos de 10 kN/m).

A Fig. 6 (a) apresenta a variação da área (A) da seção otimizada em função da carga distribuída atuando sobre a viga. O comportamento é idêntico para os dois casos estudados até a intensidade de 30 kN/m. A partir desse ponto a limitação de altura $h_{max} = 400$ mm se torna ativa e ocorre a diferenciação das soluções ótimas. A área cresce lentamente com o aumento de W_d para o caso com $h_{max} = 600$ mm enquanto que um crescimento linear a uma taxa de aproximadamente 33 mm^2/(kN/m) é observado na viga com altura restringida. É importante ressaltar que as soluções ótimas apresentam as restrições 3 e 5 simultaneamente ativas ou muito próximas da ativação. Uma abordagem mais geral sobre o dimensionamento de vigas também deveria incluir restrição quanto à força cortante. Especificamente no problema apresentado, as seções transversais otimizadas sempre apresentam uma força cortante correspondente à plastificação da alma (V_{pl}) suficientemente alta para que a resistência ao cisalhamento seja atendida com uso de enrijecedores transversais, se necessários.

A menos da espessura da alma, que se mantém no valor mínimo $t_w = 6{,}3$ mm, a diferença da variação das dimensões da seção transversal nos dois casos também é bem evidente, como mostra a Fig. 6 (b). No caso com $h_{max} = 600$ mm, a altura e a largura total aumentam suavemente com a espessura da mesa constante $t_f = 9{,}5$ mm. No outro caso, a altura fica limitada a 400 mm a partir de 40 kN/m, gerando um forte aumento da largura b_f com espessura constante $t_f = 9{,}5$mm. Esse comportamento se estende até a carga de 60 kN/m, a partir da qual a espessura da mesa também passa a aumentar. Nessa fase, a largura b_f oscilar a cada incremento de t_f.



(a) (b)

Figura 6 – Área e dimensões da seção otimizada em função de W_d

4.3 Compressão e flexão combinadas

Esse último exemplo apresenta um estudo sobre a aplicação da metodologia de otimização ao dimensionamento de perfis I soldados submetidos a compressão e flexão combinadas. A Fig. 7 ilustra a situação considerada, com os momentos M_1 e M_2 atuando em conjunto com a força de compressão N_c nas extremidades. Os resultados são obtidos para condições semelhantes às do exemplo na seção 4.1, com *L* = 5 m, ligações rotuladas ($k_x L_x = k_y L_y = k_z L_z = L$) e a limitação $h_{max} = 400$ mm. São obtidas soluções ótimas para o caso com momentos iguais provocando curvatura simples ($M_1 = M_2 = M$), com magnitude proporcional à carga axial dado por $M = eN_c$.

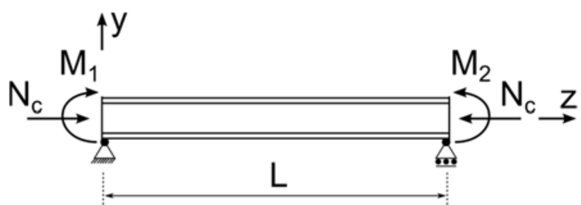


Figura 7 – Barra submetida a compressão e flexão

A restrição adotada em função da segurança da barra quanto aos esforços combinados é expressa por

$$g_1(X) = f_{int} - 1 \tag{9}$$

A função de interação (f_{int}) é definida pela NBR8800:2008 e pode ser escrita no contexto desse trabalho como

$$f_{int} = \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}}, \text{para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \leq 0{,}2 \tag{10a}$$

$$f_{int} = \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9}\frac{M_{Sd}}{M_{Rd}}, \text{para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} > 0{,}2 \tag{10b}$$

onde $N_{c,Rd}$ é a resistência da barra à compressão simples e M_{Rd}é a resistência da barra à flexão em torno do eixo x, tomada como o menor valor entre $\mathrm{M_{Rd}^{FLM}}$, $\mathrm{M_{Rd}^{FLA}}$ e $\mathrm{M_{Rd}^{FLT}}$ (com o coeficiente C_b =1 em decorrência do momento constante). Os coeficientes de penalização para essa restrição forma tomados com os valores $\beta_1 = 1$ e $k_1 = 2$.

Os efeitos de segunda ordem devidos à força axial são considerados na determinação do momento solicitante por $M_{Sd} = B_1 M$, onde o termo B_1 é calculado pela seguinte equação (ver anexo D da NBR8800:2008):

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{N_{Sd}}{N_e}} \geq 1 \tag{11}$$

Considerando as características do problema analisado, C_m=1 e N_e se refere à carga de flambagem elástica por flexão em torno do eixo *x*. Além da restrição quanto à segurança definida pela Eq. (9), também são consideradas restrições relativas à esbeltez global máxima de 200 para a barra e à esbeltez máxima da alma, definidas pelas equações (5) e (7), respectivamente.

A Fig. 8 mostra a variação da área da seção transversal do perfil otimizado considerando a mesma faixa de força axial empregada na seção 4.1 (3000 kN $\leq N_c \leq$ 8500 kN) e três relações entre M e N_c dados por e igual a 20 mm, 40 mm e 60 mm. Para fins de comparação, também estão incluídos os resultados correspondentes à compressão simples (e = 0 mm) que foram obtidos no primeiro exemplo. A relação praticamente linear entre a área ótima e a força de compressão é observada para todos os casos estudados, seguindo a mesma tendência verificada para a compressão simples. Como esperado, a área ótima é maior para os casos com momento de maior magnitude (definido pelo valor de e) e as curvas apresentam afastamento crescente à medida que

N_c aumenta. As curvas correspondentes a e igual a 40 mm e 60 mm são interrompidas em N_c igual a 8000 kN e 7500 kN, respectivamente, pois não há soluções dentro dos limites das variáveis que atendam à restrição estabelecida pela Eq. (9).

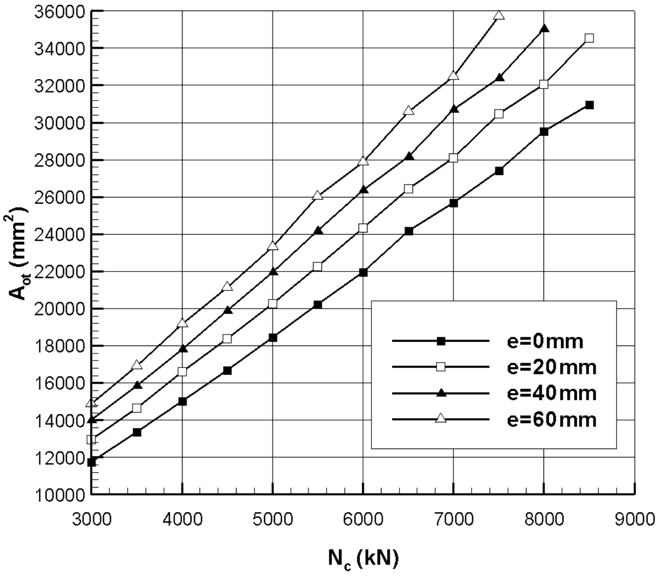


Figura 8 – Área da seção otimizada em função de N_c

A Fig. (9) mostra a variação das dimensões da seção transversal ótima em função da força axial para os diversos casos da relação $e = M/N_c$. A altura do perfil otimizado tende cada vez mais rápido ao limite superior $h_{max} = 400\ \mathrm{mm}$ à medida que maiores valores de e são considerados, refletindo a maior exigência de inércia e resistência em relação ao eixo de flexão nesses casos. Um efeito semelhante é observado para a espessura da mesa (t_f). Por outro lado, a espessura da alma (t_w) se mantém em valores relativamente baixos, o que indica sua pequena influência sobre a resistência do elemento submetido aos esforços combinados. Assim como nos exemplos anteriores, se verifica um leve decréscimo das variáveis contínuas sempre que a variável discreta de maior relevância no problema (t_f) sofre um incremento.

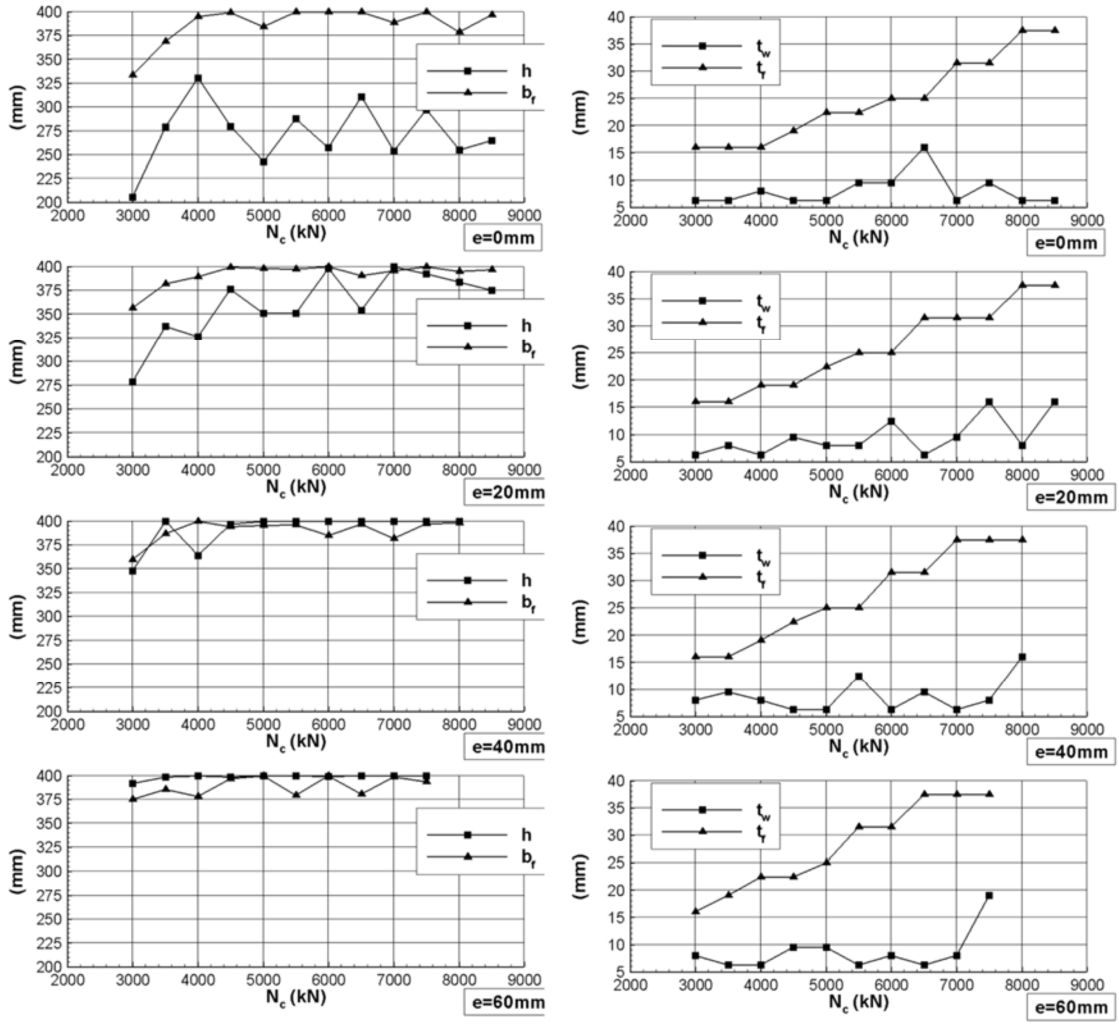


Figura 9 – Dimensões da seção otimizada em função de N_c

5 Conclusão

A metodologia de projeto baseada em otimização que foi proposta nesse trabalho se mostrou adequada para tratar os problemas analisados. De forma geral, o algoritmo HS é capaz de lidar com o espaço de resposta complexo decorrente das restrições impostas no projeto de perfis soldados, além de acomodar simultaneamente variáveis discretas e contínuas sem maiores dificuldades, gerando soluções muito competitivas.

Embora os casos estudados não reflitam necessariamente situações práticas encontradas em estruturas reais, eles servem como exercício acadêmico para demonstrar as potencialidades do método e o comportamento geral esperado para as soluções. Os casos específicos de projeto, com diferentes restrições construtivas ou econômicas, podem ser facilmente contemplados com a formulação apresentada nesse estudo.

Os trabalhos futuros devem considerar a otimização dos elementos que compõem um sistema estrutural, levando em conta a influência das características das barras sobre o comportamento global da estrutura. Também devem ser exploradas formulações alternativas para o problema de otimização onde a função objetivo é definida pelo preço final da estrutura, pois essa é uma medida de eficiência mais representativa do que a quantidade de aço utilizado.

6 Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo apoio às pesquisas divulgadas nesse artigo.

7 Referências bibliográficas

Alia, O., Mandava, R. The variants of the harmony search algorithm: an overview. **Artificial Intelligence Review.** v. 36, n. 1, p. 49–68, 2011

Almeida, F.S. Stacking sequence optimization for maximum buckling load of composite plates using harmony search algorithm, **Composite Structures**, v. 143, n. 20, p.287-299, 2016

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR8800:2008 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios,** 2008

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR5884:2013 - Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico — Requisitos gerais,** 2013

Degertekin, S.O. Optimum design of steel frames using harmony search algorithm, **Structural and Multidisciplinary Optimization** v. 36, n. 4, p. 393– 401, 2008

Degertekin, S.O. Improved harmony search algorithms for sizing optimization of truss structures, **Computers & Structures** v. 92-93, p. 229 – 241, 2012

Geem, Z.W., Kim, J.H., Loganathan, G.V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search. **Simulation**. v. 76, n. 2, p. 60–68, 2001

Haftka, R. T., Gürdal, Z. **Elements of Structural Optimization**. Springer, Netherlands, 1992

Lee, K., Geem, Z. A new meta-heuristic algorithm for continuous engineering optimization: Harmony search theory and practice. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 194, p. 3902–3933, 2005

Kaveh, A., Abadi, A.S.M. Cost optimization of a composite floor system using an improved harmony search algorithm, **Journal of Constructional Steel Research,** v. 66, n. 5, p. 664 – 669, 2010

Revista da Estrutura de Aço - REA
Recebido: 11/09/2018
Aprovado: 29/01/2019
Volume 8. Número 2 (agosto/2019). p. 311-319 - ISSN 2238-9377
Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

NOTA TÉCNICA

Análise simplificada da instabilidade distorcional elástica em perfis de aço formados a frio com seção rack submetidos à compressão

Ingrid Paula Daniel Silva[1] e Maximiliano Malite[2*]

[1] Graduanda em Engenharia Civil, ingridpauladaniel@gmail.com
[2] Professor, mamalite@sc.usp.br
Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São-Carlense, 400, São Carlos - SP

Simplified analysis of the elastic distortional buckling of compression cold-formed steel rack members

Resumo
Os perfis com seção rack, submetidos à compressão, são propensos a apresentar o modo distorcional como modo de instabilidade predominante. Embora a ABNT NBR 14762:2010 estabeleça que a instabilidade distorcional deva ser considerada no projeto, não apresenta uma solução analítica completa para este caso. Proceder à análise de estabilidade elástica por meio de programas de computador resolve o problema, porém dificulta a tarefa cotidiana do projetista. Com base em análise paramétrica, apresenta-se neste trabalho uma fórmula semiempírica para cálculo da força axial crítica de flambagem distorcional elástica, em função de relações geométricas da seção transversal, eliminando a necessidade do uso de programas computacionais para os casos mais simples e frequentes.

Palavras-chave*: estruturas de aço, perfis de aço formados a frio, perfil rack, instabilidade distorcional.*

Abstract
The cold-formed steel rack members under compression are likely to present the distortional mode as the predominant buckling mode. Although ABNT NBR 14762: 2010 establishes that distortional buckling should be considered, it does not provide a complete analytical solution for this case. Proceeding the analysis of elastic stability using computer programs solves the problem, but complicates the daily task of the engineer. Based on parametric analysis, this paper presents a semi-empirical formula for elastic distortional buckling force, as a function of geometric cross-section relations, avoiding the demand of computer programs for simpler and more frequent cases.

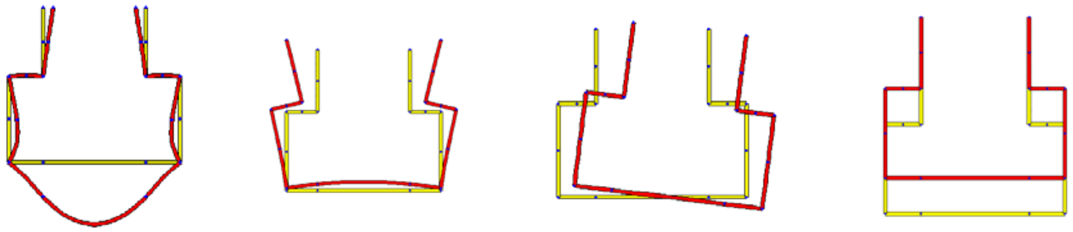
Keywords*: steel structures, cold-formed steel members, steel rack members, distortional buckling.*

* autor correspondente

1 Introdução

Os perfis com seção tipo rack submetidos à compressão estão sujeitos aos modos de instabilidade local, distorcional e global (Figura 1). Devido principalmente à forma típica dos enrijecedores de borda, são propensos a apresentar o modo distorcional como modo de instabilidade predominante.

A identificação do modo distorcional e de outros modos de instabilidade, bem como a determinação dos respectivos esforços críticos, pode ser feita com base numa análise geral de estabilidade elástica. Na Figura 2 apresenta-se os resultados da análise de estabilidade elástica de um perfil rack submetido à compressão centrada, via método das faixas finitas (Programa CUFSM – Schafer & Ádány, 2006).



(a) Local (b) Distorcional c) Global de flexo-torção d) Global de flexão

Figura 1 – Modos de instabilidade em perfil rack submetido à compressão

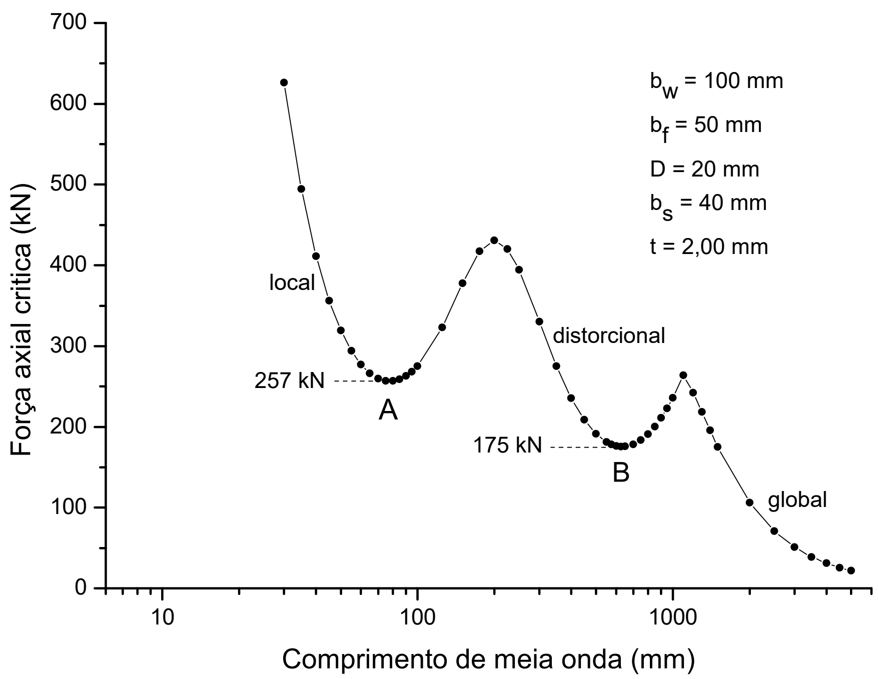


Figura 2 – Análise de estabilidade elástica, via método das faixas finitas, de um perfil rack submetido à compressão (Programa CUFSM - Schafer & Ádány, 2006)

A curva apresentada na Figura 2 corresponde a uma envoltória de valores mínimos da força axial de flambagem elástica em função do comprimento de meia onda. O primeiro ramo da curva está associado ao modo local, o segundo ao modo distorcional e o terceiro ao modo global. Nota-se que o ponto de mínimo do modo distorcional (ponto B) é inferior ao ponto de mínimo do modo local (ponto A), caracterizando assim que o modo distorcional é predominante nesse caso.

Diferentemente dos modos local e global, as fórmulas analíticas disponíveis para o cálculo da força axial de instabilidade distorcional elástica são aproximadas e conduzem a extensas marchas de cálculo. É o caso do modelo australiano, proposto por Lau & Hancock (1987) e incorporado à norma australiana AS/NZS 4600:1996, o qual é baseado na análise de estabilidade do conjunto mesa-enrijecedor vinculado elasticamente à alma. Chodraui et al. (2006) comparam o modelo australiano a resultados obtidos via método das faixas finitas e concluem que o modelo é satisfatório para barras comprimidas mas pode apresentar diferenças significativas para barras submetidas à flexão.

Fórmulas analíticas para cálculo do momento fletor de flambagem distorcional elástica de perfis U e Z enrijecidos são apresentadas em Silvestre & Camotim (2004a; 2004b).

Outra solução analítica é a apresentada pela atual especificação norte-americana, a ANSI/AISI S100-16, a qual apresenta uma formulação que requer o cálculo prévio de cinco valores de rigidez rotacional elástica, resultando também em extensa marcha de cálculo.

As soluções via métodos numéricos, como por exemplo o Método das Faixas Finitas ou Teoria Generalizada de Vigas, resolvem o problema, mas implicam no uso de programas computacionais, demandando muitas vezes considerável tempo do projetista numa fase preliminar de projeto, onde é desejável o emprego de soluções analíticas de fácil execução.

Soluções analíticas baseadas em fórmulas semiempíricas, embora com limitado campo de aplicação, permitem um cálculo rápido e, portanto, muitas vezes são interessantes numa fase inicial de projeto. Nesse sentido, Ellifritt et al. (1998) e Grossi&Malite (2013) apresentam fórmulas semiempíricas para o cálculo do momento fletor resistente associado à instabilidade distorcional de perfis U e Z enrijecidos.

O presente trabalho apresenta uma fórmula semiempírica, determinada com base na análise de estabilidade elástica de 220 seções rack, via método das faixas finitas, permitindo calcular diretamente a força axial de instabilidade distorcional elástica em função de um parâmetro associado apenas às dimensões da seção transversal.

2 Metodologia de análise e resultados

Procedeu-se à análise de estabilidade elástica de 220 seções rack, via programa CUFSM (Schafer & Ádány, 2006), baseado no método das faixas finitas, impondo-se uma ampla gama de valores das relações b_f/t, b_w/D e b_s/b_w (Figura 3), com a consequente determinação, para cada seção, da tensão crítica de instabilidade distorcional elástica (σ_{dist}).

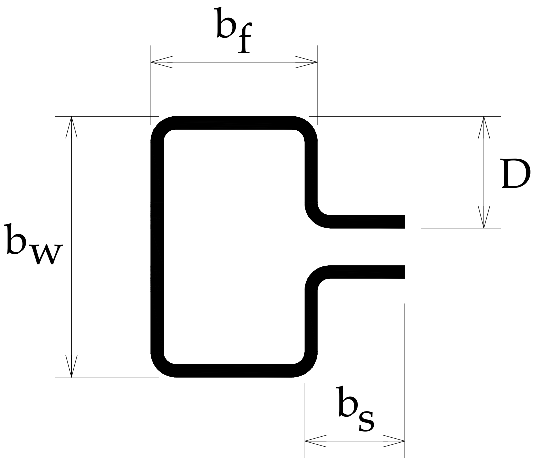
As seções foram determinadas pela combinação dos valores de b_f, b_w, D, b_s e t, apresentados na Tabela 1. Das seções geometricamente possíveis, algumas foram desconsideradas pela ausência do modo distorcional na análise de estabilidade, resultando, portanto, 220 seções efetivamente analisadas, compreendidas nos intervalos indicados na Figura 3.

Tabela 1 – Dimensões iniciais consideradas na análise

b_f (mm)	22,5 ; 62,5 ; 131 ; 175
b_w (mm)	75 ; 125 ; 175
D (mm)	7,5 ; 31 ; 70
b_s (mm)	15 ; 37,5 ; 70
t (mm)	1,5 ; 2,25 ; 3

Os valores de σ_{dist} foram plotados em função de um parâmetro geométrico α, dado pela Equação 1. Finalmente foi ajustada uma função, pelo método dos mínimos quadrados, correlacionando σ_{dist} com o parâmetro α (Figura 4) e dada pela Equação 2, cujo coeficiente de determinação (R^2) da curva resultou igual a 0,926. Consequentemente, a força axial crítica de instabilidade distorcional elástica N_{dist} é dada pela Equação 3.

A maior gama de seções analisadas apresentou valores do parâmetro α inferiores a 200 e a maior dispersão dos valores de σ_{dist} foi observada para valores de α inferiores a 100.



$7{,}5 \leq b_f/t \leq 115$

$2{,}5 \leq b_w/D \leq 20$

$0{,}1 \leq b_s/b_w \leq 0{,}9$

Figura 3 – Seção rack e faixa de variação dos parâmetros geométricos

$$\alpha = \left(\frac{b_f}{t}\right)^{0,96} \left(\frac{b_w}{D}\right)^{0,83} \left(\frac{b_s}{b_w}\right)^{0,5} \tag{1}$$

$$\sigma_{dist} = 6.960\alpha^{-0,863} \quad \text{(em MPa)} \tag{2}$$

$$N_{dist} = A\sigma_{dist} \tag{3}$$

Onde:

b_w ; b_f ; D ; b_s são as dimensões nominais da seção, conforme Figura 3;

t é a espessura;

A é a área bruta da seção.

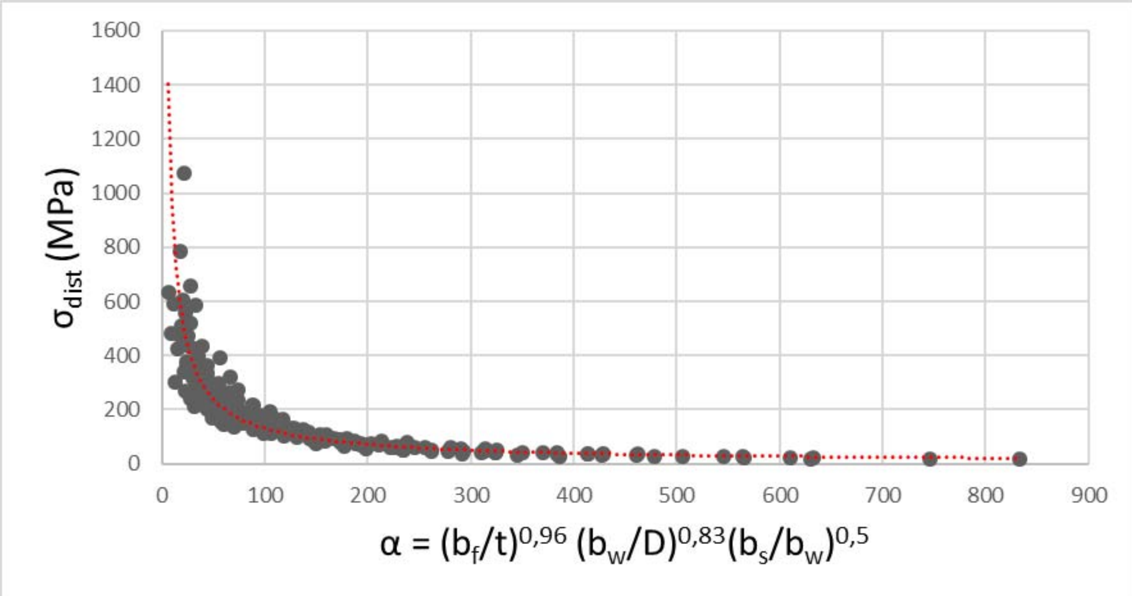


Figura 4 – Conjunto de valores da análise paramétrica e curva ajustada σ_{dist} *versus* α

Na figura 5 apresenta-se a relação entre os valores da força axial de compressão resistente ($N_{c,Rdist}$), conforme ABNT NBR 14762:2010 (Equações 4 a 6), sendo a força axial de instabilidade elástica (N_{dist}) obtida pela formulação proposta e pela análise de estabilidade elástica via método das faixas finitas. A média desta relação é de 0,986 e o coeficiente de variação de 10,5%.

$$N_{c,Rdist} = Af_y \qquad \text{para} \qquad \lambda_{dist} \leq 0{,}561 \tag{4}$$

$$N_{c,Rdist} = \left(1 - \frac{0{,}25}{\lambda_{dist}^{\ 1,2}}\right)\frac{Af_y}{\lambda_{dist}^{\ 1,2}} \qquad \text{para} \qquad \lambda_{dist} > 0{,}561 \tag{5}$$

$$\lambda_{dist} = \left(\frac{Af_y}{N_{dist}}\right)^{0,5} \tag{6}$$

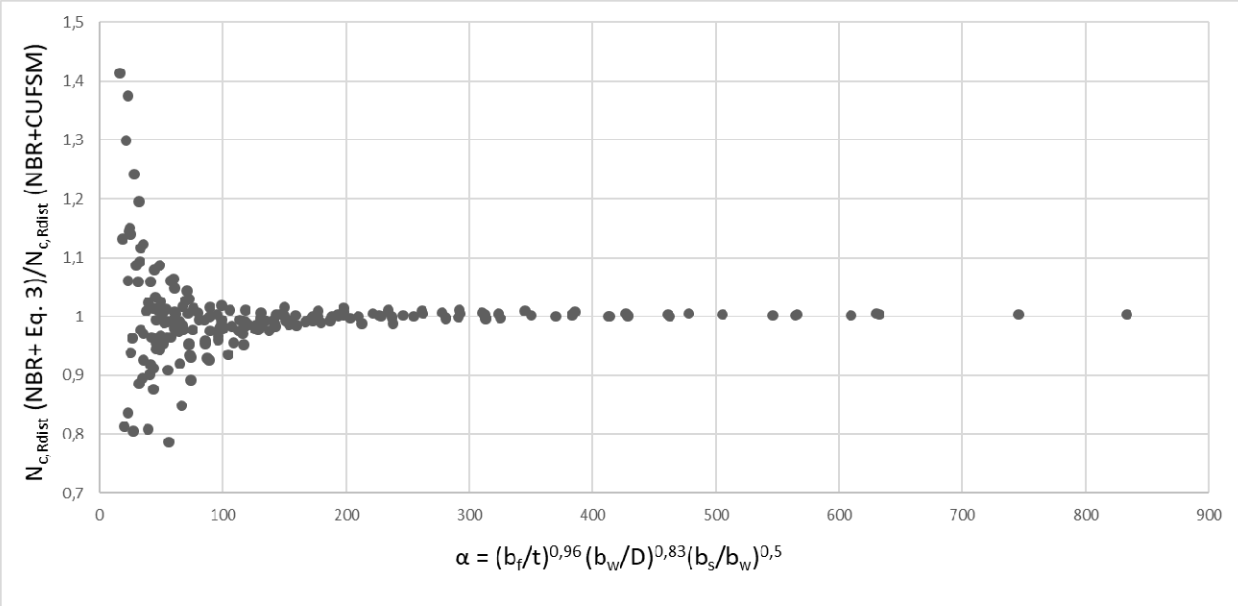


Figura 5 – Relação entre os valores de $N_{c,Rdist}$ obtidos com N_{dist} via fórmula proposta (Equação 3) e via método das faixas finitas (programa CUFSM)

Na figura 6, apresenta-se a mesma análise exibida na figura 5, porém considerando apenas perfis comerciais usualmente utilizados pela indústria de racks no Brasil. Notar que o parâmetro geométrico α situa-se entre 30 e 50, e a relação entre os valores da força axial resistente, obtidos via análise simplificada e via método das faixas finitas, situa-se entre 0,84 e 1,02, portanto a favor da segurança.

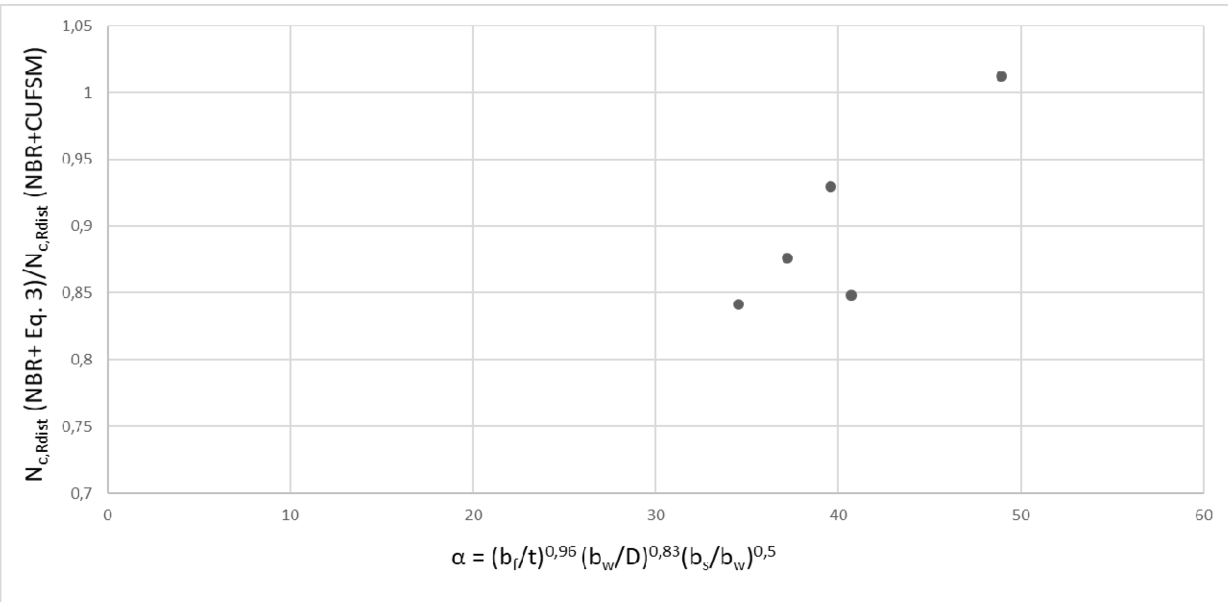


Figura 6 – Relação entre os valores de $N_{c,Rdist}$ considerando apenas perfis rack usualmente utilizados no Brasil

As dimensões dos perfis comerciais e os dados relativos ao gráfico da figura 6 estão apresentados na tabela 1.

Tabela 2 – Dimensões, resultados da análise de estabilidade elástica e valores de $N_{c,Rdist}$ considerando apenas perfis rack usualmente utilizados no Brasil

Seção	**b_f (mm)**	**b_w (mm)**	**D (mm)**	**b_s (mm)**	**t (mm)**	**σ_{dist} CUFSM (MPa)**	**α (Eq. 1)**	**σ_{dist} (Eq. 2) (MPa)**	(a) **$N_{c,Rdist}$ (kN)**	(b) **$N_{c,Rdist}$ (kN)**
1	27,5	80,6	15,7	41,5	2,00	436	34,5	327	88,1	74,1
2	27,5	101	15,7	41,5	2,00	396	37,2	307	98,2	86,0
3	27,5	122	15,7	41,5	2,00	344	39,6	291	108,3	100,6
4	27,5	162	15,7	52,5	2,00	232	48,9	242	140,0	141,7
5	27,5	81	13,5	32,5	2,00	397	40,7	284	88,8	75,3
(a) calculado com base em análise de estabilidade elástica via método das faixas finitas. (b) calculado com base na análise simplificada proposta.										

3 Conclusões

Com base em análise paramétrica de 220 seções foi determinada uma fórmula semiempírica para cálculo da força axial de instabilidade distorcional elástica para perfis rack, dependente apenas de relações geométricas da seção.

Uma vez que a ABNT NBR 14762:2010 não apresenta uma solução analítica completa para este caso, trata-se de uma solução interessante para um cálculo rápido e preliminar, dispensando o uso de programas computacionais para análise de estabilidade elástica.

Considerando os perfis usualmente empregados na indústria brasileira de racks e a análise de estabilidade elástica via método das faixas finitas como referência, os valores da força axial de compressão resistente situam-se à favor da segurança e divergentes em no máximo 16%.

4 Agradecimentos

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pela concessão da bolsa de iniciação científica.

5 Referências bibliográficas

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **ANSI/AISI S100-16**: North American specification for the design of cold–formed steel structural members. Washington, DC, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.

AUSTRALIAN/NEW ZEALAND STANDARD. **AS/NZS 4600**: Cold-formed steel structures, 1996.

CHODRAUI, G. M. B.; MUNAIAR NETO, J.; GONÇALVES, R. M.; MALITE, M. Distortional buckling of cold-formed steel members. **Journal of Structural Engineering - ASCE**, v.132, n.4, p.636-639, Apr., 2006. 4p. ISSN: 0733-9445.

ELLIFRITT, D.S.; GLOVER, R.L.; HERN, J.D. A simplified model for distortional buckling of channels and zees in flexure. **Proceedings of the 14th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures.** University of Missouri-Rolla, Oct., 1998.

GROSSI, L. G. F.; MALITE, M. Procedimento simplificado para cálculo do momento fletor resistente de instabilidade distorcional em perfis U e Z enrijecidos. **Revista da Estrutura de Aço**, CBCA, v. 2, n. 2, p. 115-125, 2013. ISSN: 2238-9377.

LAU, S.C.W.; HANCOCK G.J. Distortional buckling formulas for channel columns. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, 113(5), 1063-1078, 1987.

SCHAFER, B.W.; ÁDÁNY, S. Bucking analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods. In: 18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Orlando, Florida, **Proceedings**..., p. 39-54, 2006.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-section members: part I - derivation. **Thin-Walled Structures**, v.42, p.1567-1597, 2004a.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. Distortional buckling formulae for cold-formed steel C and Z-section members: part II – validation and application. **Thin-Walled Structures**, v.42, p.1599-1629, 2004b.

Revista da Estrutura de Aço - REA
Recebido: 04/10/2018
Aprovado: 04/02/2019
Volume 8. Número 2 (agosto/2019). p. 320-339 - ISSN 2238-9377
Revista indexada no Latindex e Diadorim/IBICT

Avaliação numérica de ligações tubulares tipo T entre perfis retangulares em aço inoxidável duplex

Monique Cordeiro Rodrigues[1*], Luciano Rodrigues Ornelas de Lima[2], Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco[2] e André Tenchini da Silva[2]

[1] Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio Janeiro, moniquecordeirorodrigues@gmail.com
[2] Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, luciano@eng.uerj.br, pcvellasco@gmail.com, andretsilva@gmail.com

Numerical evaluation of tubular T joints between rectangular hollow sections in duplex stainless steel

Resumo
O emprego do aço está em consonância aos conceitos de sustentabilidade, que permite uma construção com menores impactos ambientais. O aço inoxidável apresenta características como resistência, ductilidade e durabilidade e por isso têm sido estudado para elementos estruturais, apesar das normas vigentes, em grande parte, ainda serem baseadas em analogias ao comportamento do aço carbono. Com o aumento do uso de perfis tubulares no Brasil e do aço inoxidável nas estruturas, este artigo apresenta uma avaliação de ligações tipo T entre perfis retangulares (RHS) em aço inoxidável duplex, por meio de modelos numéricos desenvolvidos no programa Ansys e calibrados com resultados experimentais. Os resultados indicaram que as formulações existentes na literatura levam a dimensionamentos conservadores, sendo então proposto um fator de correção para este tipo de ligação.

Palavras-chave*: Aço inoxidável duplex, Ligações tubulares, Elementos finitos, Análise não linear.*

Abstract
The use of steel is in line with the concepts of sustainability, which allows a construction with lower environmental impacts. Stainless steel has characteristics such as strength, ductility and durability and has therefore been studied for structural elements, although current standards are still largely based on analogies to the behavior of carbon steel. With the increase of the use of tubular profiles in Brazil and of the stainless steel in the structures, this article presents an evaluation of T type connections between duplex stainless steel rectangular profiles (RHS), through numerical models developed in the Ansys program and calibrated with results experiments. The results indicated that the formulations in the literature lead to moderately conservative design, and a correction factor for this type of joints is proposed.

Keywords*: Duplex stainless steel, Tubular joints, Finite elements, Nonlinear analysis.*

* autor correspondente

1 Introdução

Nos últimos anos, as estruturas tubulares tiveram seu uso aumentado, devido às suas excelentes propriedades de resistência a compressão, torção e flexão em todas as direções. Considerando seções tubulares retangulares (RHS), a facilidade de execução das ligações devido às suas superfícies planas é uma das grandes vantagens de sua utilização, podendo essas seções serem empregadas em pilares ou treliças planas. A maior utilização das seções tubulares foi auxiliada pelo aumento da oferta de perfis tubulares sem costura realizado pela Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A (Affonso, 2011) e pela Tuper® de perfis tubulares com costura (Nizer et al., 2016). A Figura 1 apresenta alguns exemplos de estruturas em perfis tubulares tanto em aço carbono quanto em aço inoxidável. Ressalta-se que no Brasil, a norma de dimensionamento que trata sobre perfis tubulares entrou em vigor apenas em 2013 (ABNT NBR 16239) não contemplando o dimensionamento de estruturas tubulares constituídas de aço inoxidável.

(a) Passarela do Metrô, Rio de Janeiro
(Revista Arquitetura & Aço, 2010)

(b) Arco de Malizia, Itália
(*Il Nuovo Cantiere*, 2015)

(c) Edifício Bolsa de Valores, Hong Kong

(d) Passarela, Hong Kong

Figura 1 – Estruturas utilizando seções tubulares em aço carbono e aço inoxidável.

O uso de aço inoxidável nos elementos estruturais mostra-se promissor, por melhorar as características de resistência a corrosão, a durabilidade, resistência ao fogo, facilidade de manutenção, entre outros. Porém, o custo do material um pouco superior quando comparado ao aço carbono, ainda se apresenta como impedimento para seu emprego em grande escala no Brasil. Em contrapartida, a sustentabilidade tem impulsionado o uso de aço e principalmente do aço inoxidável, por se apresentar em sintonia com os conceitos de desenvolvimento sustentável, atendendo às expectativas do presente sem comprometer a qualidade de vida das futuras gerações. Pode-se citar ainda que se trata de um material reciclável que também pode proporcionar uma diminuição do tempo de execução da obra, reduzindo a quantidade de materiais e do desperdício em construções de mesmo porte construídas em concreto. Devido às características do aço, as estruturas metálicas permitem a otimização dos recursos naturais e um ambiente construído mais racional e eficaz, contribuindo para a redução de prazos e uma construção mais sustentável.

O aço inoxidável é caracterizado pela presença de pelo menos 10,5% de crômio na sua composição química. Por exemplo, o aço inoxidável austenítico é caraterizado por ter de 17 a 18% de crômio sendo adicionado de 8 a 11% de níquel. Comparativamente ao aço carbono, o aço inoxidável austenítico possui maior ductilidade em função de sua estrutura atômica. Já o aço inoxidável duplex, também conhecido como ferrítico-austenítico, possui entre 20 e 26% de crômio com 1 a 8% de níquel, 0,05 a 5% de molibdênio e 0,05 a 0,3% de nitrogênio. O aço inoxidável duplex apresenta elevada resistência ao escoamento quando comparado ao austenítico, entretanto, com menor ductilidade (SCI P413, 2017).

As normas atuais, em sua maioria, não consideram todas as propriedades do aço inoxidável, sendo então os elementos estruturais dimensionados para valores abaixo de sua real capacidade, uma vez que são consideradas analogias ao comportamento do aço carbono, como é o caso do Eurocode 3, parte 1.4 (2006). Porém, o aço inoxidável apresenta quatro curvas tensão *versus* deformação (tração e compressão, paralelas e perpendiculares a direção de laminação) sem patamar de escoamento e encruamento claramente definidos, modificando assim, o comportamento global das estruturas que o utilizam (Pereira et al., 2012). A Figura 2 apresenta uma comparação entre o comportamento de curvas tensão *versus* deformação para o aço carbono e os aços inoxidáveis mais comuns utilizados atualmente em elementos estruturais na construção civil. Pode-se observar que o aço inoxidável austenítico é o que apresenta maiores deformações na ruptura, superiores a 50%, porém, com diferença considerável entre a resistência ao escoamento obtida a 0,2% (345,7 MPa) e a resistência a ruptura (700 MPa). Já para o aço inoxidável duplex, apesar de apresentar uma deformação na ruptura de aproximadamente 40%, os valores de resistência ao escoamento e ruptura são mais próximos, iguais a 543,6 MPa e 742,7 MPa, respectivamente. Por este motivo, o aço inoxidável duplex tem sido escolhido para ser usado em elementos estruturais em diferentes construções ao redor do mundo nos últimos anos.

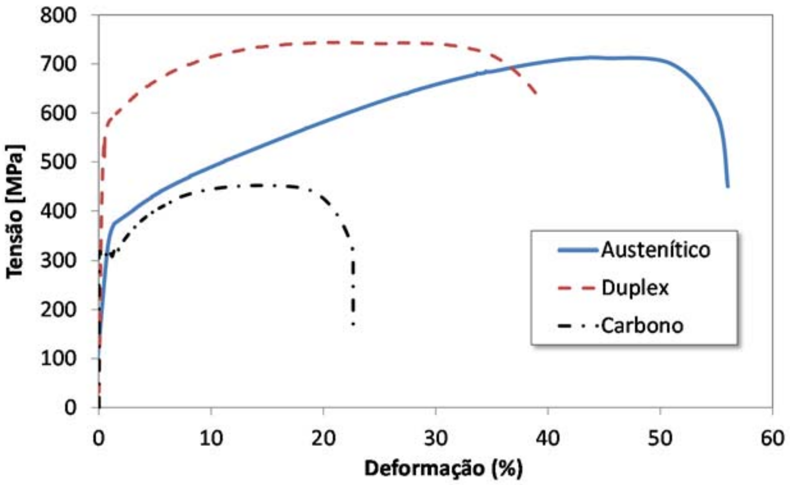


Figura 2 – Comparação de curvas tensão *versus* deformação - aço carbono e aços inoxidáveis.

O aço inoxidável austenítico possui maior facilidade de soldagem devido à qualidade mecânica. A família do aço duplex corresponde a combinação das estruturas dos aços inoxidáveis denominados ferríticos-austeníticos, apresentam elevada resistência mecânica e a corrosão, quando comparados aos austeníticos, e melhor comportamento em estruturas com mudanças bruscas de temperatura.

Nos trabalhos de pesquisa desenvolvidos para os perfis tubulares, um dos pontos de destaque está relacionado às ligações. As ligações desempenham um papel importante no comportamento das estruturas, assim como em seu custo e complexidade de execução, impactando na própria viabilidade econômica do empreendimento (Araújo et al., 2016).

O presente artigo apresenta um estudo numérico de ligações tipo T com perfis tubulares retangulares (RHS) em aço inoxidável duplex por meio de modelagem numérica em elementos finitos desenvolvida no programa Ansys 12.0 (2010) calibrada com resultados experimentais. As não linearidades física e geométrica foram incorporadas aos modelos, de forma a obter resultados de capacidade resistente da ligação próximos ao real. São considerados na análise cargas de compressão aplicadas no montante da ligação. Os resultados numéricos são comparados com algumas normas de projeto e procedimentos de verificação existentes na literatura, tais como o código europeu Eurocode 3 (2010), a norma brasileira ABNT NBR 16239 (2013), a norma ISO 14346 (2013), a norma australiana / neozelandesa AS/NZS 4673:2001 (2001) e a formulação de Feng e Young (2008, 2011). Cabe ressaltar que apenas a norma australiana / neozelandesa e a formulação de Feng e Young apresentam procedimentos específicos para o dimensionamento de ligações tubulares constituídas de aço inoxidável diferentemente do Eurocode 3 (2010) e da ISO 14346 (2013) que consideram o dimensionamento de ligações tubulares constituídas apenas de aço carbono.

2 Referencial teórico

Observa-se que durante os últimos anos, muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas com o propósito de aprimorar as equações existentes para o dimensionamento de ligações entre perfis tubulares. Rodrigues (2012) estudou o comportamento de ligações T tubulares reforçadas entre CHS por meio de uma análise numérica, comparando os resultados com o Eurocode 3 (2010) e o CIDECT (Packer et al., 2009). Os resultados evidenciaram a necessidade de ajuste nas equações propostas pelos métodos citados, por não fornecerem valores satisfatórios para essas ligações.

Affonso et al. (2011) avaliaram as ligações tipo T com perfis tubulares retangulares RHS para o banzo e perfis circulares CHS para o montante utilizando o programa de elementos finitos Ansys, sendo realizada uma análise paramétrica de 17 ligações com diferentes perfis RHS. Observou-se que o dimensionamento pelo Eurocode 3 (2010) e o CIDECT (Packer et al., 2009) apresentaram valores compatíveis com os obtidos na análise numérica, considerando as modificações propostas por Zhao (2000 apud Affonso, 2011). O estudo das ligações tubulares em aço inoxidável vem ganhando destaque, sendo este o propósito do estudo desenvolvido neste artigo. Para tanto, é empregado o aço inoxidável duplex em elementos estruturais, material inovador na construção civil brasileira.

2.1 Recomendações do Eurocode 3 - Parte 1.8 (2005) e ABNT NBR 16239 (2013)

O Eurocode 3, Parte 1.8 (2010) apresenta uma metodologia específica para o dimensionamento de ligações entre perfis tubulares, que considera que este tipo de ligação comporta-se como uma ligação rotulada, e que como tal, caracteriza-se fundamentalmente pela garantia da adequabilidade da ligação, e a resistência dos seus elementos individuais (banzo e montante), não deixando de considerar a capacidade de deformação. A Figura 3 apresenta a configuração típica das ligações tubulares tipo T, sendo que o ângulo θ_1 considerado neste artigo, corresponde a 90º. Os limites impostos para a geometria da ligação em perfis tubulares retangulares (RHS) são apresentados da Equação 1 a Equação 5, além da necessidade de serem classe 1 ou 2.

$$0{,}25 \leq \beta = b_1/b_0 \leq 0{,}85 \tag{1}$$

$$0{,}5 \leq h_0/b_0 \leq 2{,}0 \tag{2}$$

$$0{,}5 \leq h_i/b_i \leq 2{,}0 \tag{3}$$

$$2\gamma = b_0/t_0 \leq 35 \tag{4}$$

$$b_i/t_i \leq 35 \text{ e } h_i/t_i \leq 35 \tag{5}$$

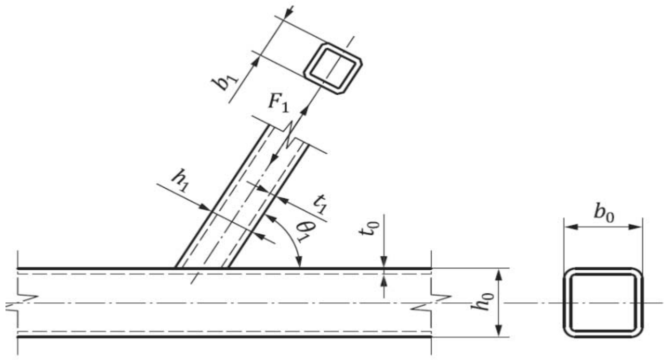


Figura 3 – Parâmetros geométricos - ligações tubulares tipo T entre RHS no banzo e no montante (adaptado de ISO 14346, 2013).

Para as ligações estudadas neste artigo, serão considerados valores de β entre 0,25 e 0,85, caracterizando que somente o estado limite último de ruína plástica da face conectada do banzo, observado na Figura 4, deve ser verificado. Na ABNT NBR 16239 (2013), este ELU é denominado como modo A. Desta forma, a resistência da ligação pode ser obtida pela Equação 6. Esta equação na ABNT NBR 16239 (2013) utiliza o coeficiente de ponderação γ_{a1} = 1,1 diferentemente do γ_{M5} do Eurocode 3, parte 1.8

(2005). Assim sendo, na norma brasileira, os valores presentes no numerador da Equação 6 foram também multiplicados por 1,1 de forma que ambas as normas fornecessem o mesmo valor de resistência para a ligação.

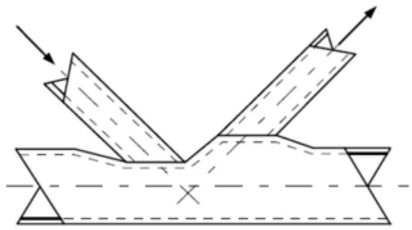


Figura 4 – Ruína plástica da face do banzo (modo A) (CIDECT, Packer et al., 2009).

$$N_{1,Rd} = \frac{\frac{k_n . f_{y0} . t_0^2}{(1-\beta). \operatorname{sen}\theta_1}\left(\frac{2.n}{\operatorname{sen}\theta_1} + 4.\sqrt{1-\beta}\right)}{\gamma_{M5}} \tag{6}$$

onde $N_{1,Rd}$ é a resistência plástica da face superior do banzo, k_n é tomado igual a 1,0 para cargas de tração no banzo e igual a 1,3-0,4n/β para cargas de compressão sendo n dado pela Equação 15, f_{y0} é a resistência ao escoamento do aço inoxidável duplex igual a 536 MPa (neste caso, deve-se multiplicar a resistência da ligação por 0,90, por ser um aço com resistência ao escoamento superior a 355 MPa, para as duas normas consideradas), β é igual a b_i/b_0 e γ_{M5} é um coeficiente de ponderação igual a 1,0.

2.2 Recomendações da ISO 14346 (2013)

De acordo com a ISO 14346 (2013), as constantes a serem utilizadas para as equações de resistência para o modo de falha foram obtidas por meio de calibrações com resultados experimentais. A expressão é proposta em termos de Q_u (influência dos parâmetros β e γ) e de Q_f (influência do parâmetro n). O parâmetro C_1 é tomado igual a 0,6-0,5β para banzos com tensões normais de compressão e igual a 1,0 para tensão normal de tração. A Equação 12 apresenta a formulação proposta. Os limites dos parâmetros geométricos de acordo com as variáveis da Figura 3 são apresentados da Equação 7 a Equação 11.

$$0{,}25 \leq \beta = b_i/b_0 \leq 0{,}80 \tag{7}$$

$$b_i/b_0 \geq 0{,}1 + 0{,}01\, b_0/t_0 \tag{8}$$

$$2\gamma = b_i/t_i \leq 40 \tag{9}$$

$$2\gamma = h_0/t_0 \leq 40 \quad (10)$$

$$2\gamma = b_0/t_0 \leq 40 \quad (11)$$

$$N_1^* = Q_u.Q_f.\frac{f_{y0}.t_0^2}{\operatorname{sen}\theta_1} \quad (12)$$

$$Q_u = \frac{2.n}{(1-\beta)\operatorname{sen}\theta_1} + \frac{4}{\sqrt{1-\beta}} \quad (13)$$

$$Q_f = (1 - |n|)^{C_1} \quad (14)$$

$$n = \frac{N_0}{N_{pl,0}} + \frac{M_0}{M_{pl,0}} \quad (15)$$

2.3 Recomendações da AS/NZS 4673:2001 (2001)

A norma da Austrália/Nova Zelândia apresenta recomendações para o dimensionamento de ligações tubulares em perfis formados a frio em aço inoxidável. O Anexo J dessa norma apresenta os procedimentos para o projeto de ligações coplanares, sendo os resultados expressos em função da resistência máxima axial de projeto para os membros da ligação. Os limites dos parâmetros geométricos são apresentados da Equação 16 a Equação 18. A resistência de projeto é apresentada na Equação 19, limitada para $\beta \leq 0{,}85$, com descrição de k_n na Equação 20. O fator de capacidade de associação (redução de força) (ϕ) deve ser tomado como 0,9.

$$0{,}25 \leq \beta = b_i/b_0 \leq 0{,}85 \quad (16)$$

$$10 \leq 2\gamma = b_0/t_0 \leq 35 \quad (17)$$

$$b_i/t_i \leq 1{,}25\sqrt{\frac{E_0}{F_{\chi i}}} \text{ e } b_i/t_i \leq 35 \quad (18)$$

$$\varphi N_{1n} = \frac{f_{y0}.t_0^2}{(1-\beta)\operatorname{sen}\theta_1}\left(\frac{2.\beta}{\operatorname{sen}\theta_1} + 4.\sqrt{1-\beta}\right).k_n.\left(\frac{\varphi}{0{,}9}\right) \quad (19)$$

$$k_n = 1{,}3 - \frac{0{,}4n}{\beta} \leq 1{,}0 \quad (20)$$

2.4 Formulação de Feng e Young (2008, 2011)

Feng e Young (2008) observaram, por meio de ensaios realizados, que as formulações de dimensionamento atuais fornecem valores muito inferiores aos obtidos experimentalmente para os casos de ligações entre perfis tubulares com modo de falha caracterizado pela ruína plástica da face conectada do banzo, diferentemente dos casos onde ocorre ruína da parede lateral do banzo. Assim, os autores propuseram que, para estes casos, sejam utilizados os parâmetros f(n) e α_A (Equação 22 e Equação 24) como fatores de correção na equação prescrita pelo Eurocode 3 (2010), conforme pode ser observado na Equação 21, gerando uma resistência N_{1inp} (Equação 23) de modo a considerar a não linearidade do material.

$$N_1 = \frac{f_{y0}.t_0^2}{(1-\beta).sen\theta_1}\left(\frac{2.n}{sen\theta_1} + 4.\sqrt{1-\beta}\right).f(n) \tag{21}$$

$$f(n) = 1 - \frac{n}{(10\beta)} \tag{22}$$

$$N_{1np} = \alpha_A.N_1.1{,}1 \tag{23}$$

$$\alpha_A = 1 - \frac{b_0}{100t_0} \tag{24}$$

2.5 Critérios de deformação limite

As normas de projeto de ligações de perfis tubulares em aço são normalmente baseadas em uma análise plástica, ou em critérios de deformações limites (Kosteski et al., 2003; Zhao, 2000). Para este método, cada mecanismo de colapso cinematicamente admissível é associado um multiplicador das cargas da estrutura que é igual ou maior do que o seu multiplicador de colapso. Desta forma, a solução encontrada é dependente do mecanismo adotado, e terá seus valores mais próximos da exatidão conforme a escolha adequada do mecanismo. Podem ser referenciados os estudos sobre este assunto desenvolvidos por Cao et al. (1998), Packer (1993a), Packer et al. (1993b) e Kosteski et al. (2003). Os critérios de limite de deformação usualmente associados ao estado limite último da face de um perfil tubular solicitado perpendicularmente ao seu plano correspondem à máxima deformação desta componente naquela direção (Pereira et al., 2012).

O uso do critério de deformação é justificado porque para o caso de faces do banzo esbeltas, a rigidez da ligação não se anula após o escoamento completo, podendo assumir valores elevados devido ao efeito de membrana. Como a máxima carga é obtida por curvas experimentais, pode-se ter dificuldade de se identificar o estado limite último. Por este motivo, a comparação dos resultados experimentais com os da análise plástica, pode ser baseada nos critérios de deformação limite.

O limite de deformação proposto por Lu et al. (1994a e 1994b) e descrito por Choo et al. (2003) para ligações tubulares constituídas de aço carbono pode ser usado na avaliação das cargas axiais e/ou rotação de uma ligação submetida a esforços axiais e flexão. A resistência da ligação é baseada em uma comparação da deformação na interseção montante-banzo para dois níveis de carregamento: a resistência última (N_u) que corresponde a um deslocamento para fora do plano da face conectada do banzo (Figura 5), Δ_u=0,03b_0, e o limite de serviço é dado por Δ_s=0,01b_0. Lu et al. (1994b) determinaram que o primeiro ponto com perda de rigidez na curva carga *versus* deslocamento pode ser considerado caso o deslocamento corresponda a um limite menor que Δ_u = 0,03b_0. Se a razão N_u/N_s < 1,5, o dimensionamento da ligação deve ser baseado no estado limite último. Caso contrário, a resistência limite de serviço controla o dimensionamento. No caso das ligações onde a razão do banzo N_u/N_s< 1,5, a deformação limite apropriada para determinar a resistência última da ligação deve ser igual a 0,03b_0. Todavia, Zhao et al. (2010) concluíram que resultados mais satisfatórios seriam obtidos considerando-se apenas o critério baseado no estado limite último da ligação, ou seja, N_u correspondente a deformação para fora do plano de 3%b_0, sendo este critério adotado no presente trabalho para obtenção da resistência de ligações tubulares tipo T, descrito na Figura 5.

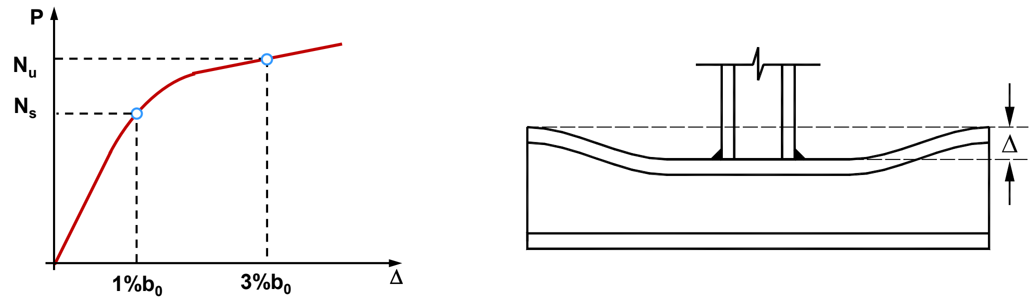


Figura 5 – Critério de deformação limite e deslocamento para fora do plano.

3 Modelo numérico

Nesta seção é apresentada a descrição do modelo numérico desenvolvido para o estudo de ligações tubulares tipo T entre banzos e montantes retangulares (RHS). Empregou-se o programa de elementos finitos Ansys 12.0 (2010), com elemento sólido SOLID185, que apresenta oito nós, com três graus de liberdade por nó (três translações nas direções x, y e z). Este elemento pode ser utilizado para elementos que apresentem grande deformação. A escolha da malha levou em consideração os pontos críticos da ligação. Desta forma, a malha mais refinada na região da solda, onde se espera uma maior concentração de tensões, e nas demais regiões, optou-se por uma malha com proporções adequadas e regulares, a fim de evitar problemas numéricos. A utilização de elemento sólido para a representação do modelo estudado tem sido mais empregada nos últimos trabalhos realizados sobre o assunto, com resultados melhores para a análise dos efeitos, ressaltando-se a necessidade de pelo menos três elementos ao longo da espessura.

A análise considerou a não linearidade geométrica e do material, a fim de reproduzir o comportamento global das ligações em termos de rigidez, resistência e capacidade de deformação. Para a não linearidade geométrica utilizou-se a Formulação de Lagrange Atualizado e para a não linearidade do material, o critério de plastificação de von Mises. Essas considerações permitem uma comparação efetiva com os resultados obtidos por meio do Eurocode 3 (2005), da ABNT NBR 16239 (2013), da ISO 14346 (2013), da AS/NZS 4673 (2001) e da formulação de Feng e Young (2008, 2011), para as questões de Estado Limite Último (ELU). A Figura 6 apresenta o modelo estudado, bem como o detalhe da malha na região da solda.

Os perfis foram modelados considerando-se a região da conformação do perfil (arredondado) e a solda apenas na parte plana, por apresentar resultados similares a configuração com a solda completa, com menor custo computacional.

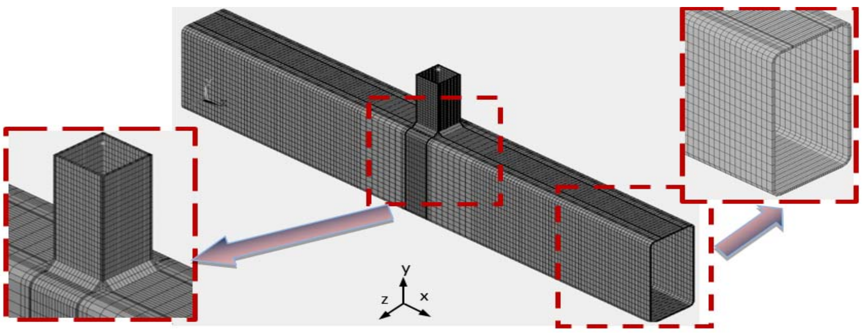


Figura 6 – Malha de elementos finitos do modelo numérico.

As propriedades mecânicas do aço inoxidável duplex usado na ligação são apresentadas na Tabela 1. Foi usada a curva verdadeira do aço inoxidável para a análise numérica considerando-se a modificação da área transversal do corpo de prova usado no ensaio de caracterização a tração do material (Feng e Young, 2008). A solda possui módulo de elasticidade de 200 GPa e resistência ao escoamento de 830 MPa.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas dos elementos (em MPa).

Elemento (h x b x t)	E	σ_p	$\sigma_{0.1}$	$\sigma_y = \sigma_{0.2\%}$	$\sigma_{0.5}$	$\sigma_{1.0}$	σ_u	$\varepsilon_{f\,(\%)}$
Banzo 160x80x3	208000	167	481	536	570	595	766	40
Montante 40x40x2	216000	164	633	707	748	780	827	29

Para validação do modelo numérico proposto foi utilizada uma das ligações ensaiadas por Feng e Young (2008, 2011) onde se aplicou o critério de deformação limite para obtenção da resistência da ligação – Figura 7. O modelo escolhido considera uma ligação T em aço inoxidável duplex com seções transversais de 160x80x2,96 e 40x40x1,96 para o banzo e o montante, respectivamente, cuja verificação dos limites geométricos é apresentada em Feng e Young (2008).

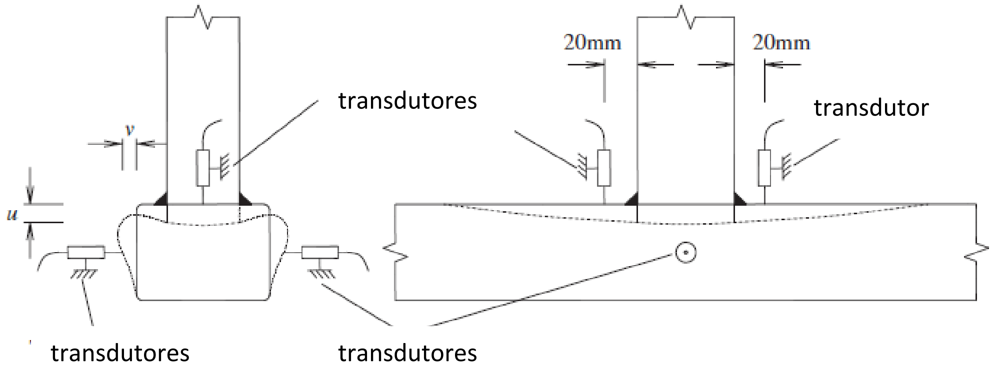


Figura 7 – Ensaio experimental - posicionamento dos transdutores de deslocamentos (Feng e Young, 2008).

A aplicação da carga é feita na forma de deslocamentos prescritos na parte superior do montante. Tal aplicação é considerada uniforme na superfície do montante devido à placa rígida de distribuição de carga. O banzo é completamente apoiado sobre a base do equipamento de realização do ensaio – Figura 8 (a). Nos ensaios experimentais, o carregamento de compressão foi gerado devido ao deslocamento vertical da base do equipamento no sentido vertical de baixo para cima. Transdutores de deslocamento distando 20 mm de cada lado da face do montante foram instalados, com a função de medir os deslocamentos na face superior do banzo devido ao efeito do carregamento.

Com o resultado calibrado cuja discussão será apresentada na próxima seção deste artigo, foi desenvolvida uma análise paramétrica, constituída da variação das seções transversais do banzo, incluindo também a variação da espessura, conforme apresentado na Tabela 2.

Pode-se observar que foram escolhidas cinco variações de largura do perfil do banzo e cinco variações na espessura, totalizando dez modelos numéricos. Para essa escolha, foram verificadas e atendidas as limitações geométricas impostas pelo Eurocode 3 (2010), pela ABNT NBR16239 (2013) e pela ISO 14346 (2013). Para as ligações consideradas na análise paramétrica, conforme citado anteriormente, optou-se por avaliar somente ligações com $0{,}25 \leq \beta \leq 0{,}85$, cujo modo de falha é caracterizado apenas pela ruína plástica da face conectada do banzo, conforme apresentado na Figura 8 (b), evitando assim outro modo de falha observado por Feng e Young (2008, 2011) caracterizado pela flambagem da parede lateral do banzo para ligações com $\beta = 1{,}0$ – Figura 8 (c).

Tabela 2 – Características geométricas dos modelos da análise paramétrica.

Modelo	Geometria							
	Banzo			Montante			β	2γ
	h_0	b_0	t_0	h_1	b_1	t_1		
1	160,5	80,6	2,96	40,1	40,3	1,96	0,50	27,23
2	160,5	80,6	3,26	40,1	40,3	1,96	0,50	24,72
3	160,5	100,6	2,96	40,1	40,3	1,96	0,40	33,99
4	160,5	100,6	3,26	40,1	40,3	1,96	0,40	30,86
5	160,5	120,6	2,96	40,1	40,3	1,96	0,33	40,74
6	160,5	120,6	3,26	40,1	40,3	1,96	0,33	36,99
7	160,5	140,6	2,96	40,1	40,3	1,96	0,29	47,50
8	160,5	140,6	3,26	40,1	40,3	1,96	0,29	43,13
9	160,5	150,6	2,96	40,1	40,3	1,96	0,27	50,88
10	160,5	150,6	3,26	40,1	40,3	1,96	0,27	46,20

Quanto as propriedades mecânicas do material foram mantidas as apresentadas na Tabela 1 caracterizando uma curva tensão *versus* deformação multilinear tendo em vista o comportamento não linear do material aço inoxidável duplex sem patamar de escoamento definido.

(a) Configuração do ensaio (b) Plastificação da face superior (c) Falha da parede lateral

Figura 8 – Layout do ensaio experimental e modos de falha - Ligação T (Feng e Young, 2008, 2011).

4 Resultados e discussões

A calibração do modelo numérico desenvolvido no presente trabalho foi realizada com a comparação das curvas carga *versus* deslocamento vertical da face superior do banzo apresentada na Figura 9. A ligação T em aço inoxidável duplex considerada foi constituída de seções transversais de 160x80x2,96 e 40x40x1,96 para o banzo e o montante, respectivamente, tendo sido ensaiada em laboratório por Feng e Young (2008, 2011). Para essa comparação de resultados, considerou-se o deslocamento obtido pelos transdutores de deslocamento posicionados a 20 mm da face lateral do montante, conforme apresentado na Figura 7. A Figura 9 também apresenta a comparação da configuração deformada entre o experimental e o modelo numérico, evidenciando que a plastificação da face superior do banzo é o estado limite último que controla o dimensionamento da ligação.

De acordo com o critério de deformação limite, para um deslocamento de 3%b_0 (2,4 mm considerando-se que o banzo está posicionado com a base sendo a menor largura da seção), as resistências experimental e numérica são iguais a 46,3 kN e 47,3 kN, respectivamente, representando uma diferença de apenas 2%, evidenciando assim, uma excelente correlação entre os resultados e a calibração do modelo. O próximo passo é o estudo paramétrico, onde as curvas carga *versus* deslocamento para os modelos numéricos são apresentadas na Figura 10.

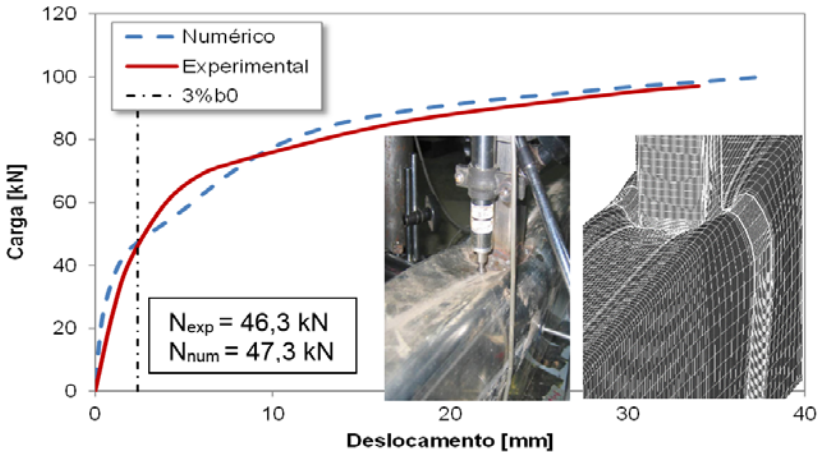
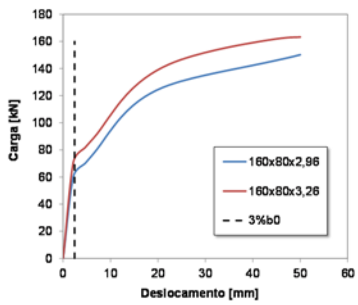
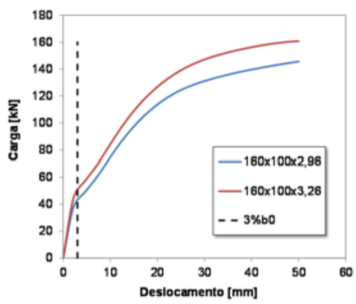


Figura 9 – Comparação de resultados - experimental e numérico.

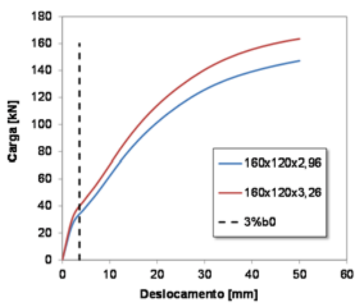
Os gráficos são divididos de acordo com a relação de β, que corresponde a relação entre a largura do montante e do banzo. Observa-se que para uma pequena variação de espessura obtém-se um aumento na resistência da ligação, que também ocorre nas equações de dimensionamento, por considerar a espessura do banzo ao quadrado. Em relação ao aço inoxidável, pode-se verificar que a maior ductilidade do material possibilita uma reserva de resistência considerável, observada pela diferença entre o valor de resistência obtido pelo critério de deformação limite e a força axial máxima desenvolvida nas ligações estudadas.



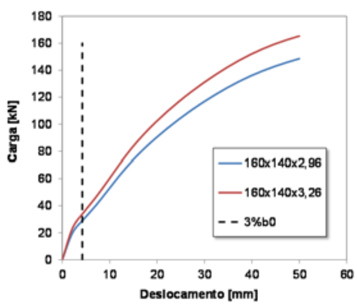
(a) β = 0,50



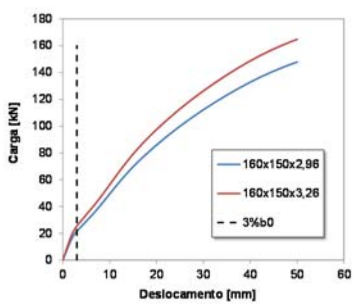
(b) β = 0,40



(c) β = 0,33



(d) β = 0,29



(e) β = 0,27

Figura 10 – Curvas carga *versus* deslocamento.

Nestes gráficos é possível observar que próximo ao deslocamento caracterizado por 3%b_0, a inclinação da curva é modificada, entretanto continua a apresentar um ganho de resistência considerável até atingir níveis elevados de deslocamento aplicado.

Avaliando-se as resistências das ligações obtidas pelas equações de dimensionamento do Eurocode 3 (2010) e ABNT NBR 16239 (2013), $N_{1,Rd}$, da ISO 14346 (2013), N_{1^*}, da AS/NZS 4673 (2001), N_{1n}, e de Feng e Young (2008, 2011), N_{1np} e comparando com os resultados obtidos por meio da aplicação do critério de deformação limite de 3%b_0 (N_u para estado limite último), obtém-se os resultados apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Comparação de resultados - Análise paramétrica.

Modelo	β	$N_{u,3\%b0}$ (kN)	$N_{1,Rd}$ (kN)	N_{1^*} (kN)	N_{1n} (kN)	N_{1np} (kN)	$N_{1,Rd}$/ $N_{u,3\%b0}$	N_{1^*}/ $N_{u,3\%b0}$	N_{1n}/ $N_{u,3\%b0}$	N_{1np}/ $N_{u,3\%b0}$
1	0,50	60,4	35,9	32,5	36,0	28,7	0,59	0,54	0,60	0,47
2	0,50	71,2	43,6	39,4	43,6	36,1	0,61	0,55	0,61	0,51
3	0,40	43,4	30,5	28,2	30,5	22,2	0,70	0,65	0,70	0,51
4	0,40	50,9	37,0	34,3	37,0	28,1	0,73	0,67	0,73	0,55
5	0,33	32,3	27,7	26,0	27,7	18,1	0,86	0,81	0,86	0,56
6	0,33	37,8	33,6	31,5	33,6	23,3	0,89	0,83	0,89	0,62
7	0,29	30,6	26,0	24,6	26,0	15,0	0,85	0,80	0,85	0,49
8	0,29	29,6	31,5	29,9	31,6	19,7	1,06	1,01	1,07	0,66
9	0,27	27,7	25,4	24,1	25,4	13,7	0,92	0,87	0,92	0,49
10	0,27	32,4	30,8	29,3	30,8	18,2	0,95	0,90	0,95	0,56
						Média	0,82	0,76	0,82	0,54
						Desvio padrão	0,14	0,15	0,14	0,06
						CoV	0,18	0,19	0,18	0,11

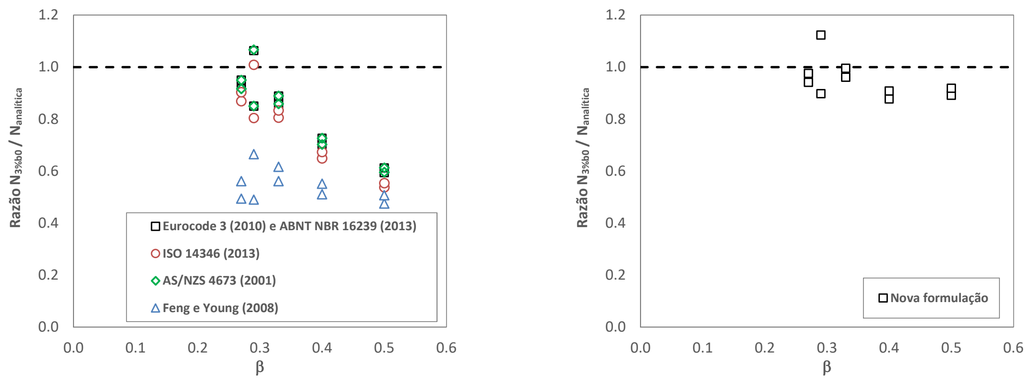
$N_{1,Rd}$ é a resistência da ligação calculada pelo Eurocode 3 (2010) e pela NBR16239 (2013);
N_{1^*} é a resistência da ligação calculada pela ISO 14346 (2013);
N_{1n} é a resistência da ligação calculada pela AS/NZS 4673 (2001);
N_{1n} é a resistência da ligação calculada pela formulação de Feng e Young (2008, 2011).

Observa-se que os valores obtidos pelas equações da norma australiana/neozelandesa AS/NZS 4673 (2001) que contempla o dimensionamento de ligações tubulares em aço inoxidável são similares aos obtidos pelo Eurocode 3 (2010) pela ABNT NBR 16239 (2013) e pela ISO 14346 (2013) que consideram apenas ligações tubulares em aço carbono, o que indica que ambas as normas fazem considerações próximas para as ligações tubulares.

Entretanto, apesar de a média das razões entre as resistências calculadas analiticamente e as obtidas por meio da análise numérica serem menores do que 1,0, verifica-se que ao se dimensionar tais ligações pelas formulações apresentadas, pode-se obter um dimensionamento um pouco mais conservador do que o necessário. E ainda, verifica-se os valores de desvio padrão e do coeficiente de variação em todas as formulações são elevados, evidenciando uma maior discrepância entre os resultados de uma mesma formulação. Cabe ressaltar que a formulação de Feng e Young (2008, 2011) foi baseada ainda no critério de deformação limite considerando-se a limitação do estado limite de serviço e por este motivo apresenta a menor média, porém, com menores valores de desvio padrão e covariância. Estas observações ficam claras quando se observa a Figura 11 (a) que mostra graficamente a distribuição das razões apresentadas na Tabela 3 em função do parâmetro β.

Considerando-se os resultados obtidos, um fator de correção pode ser aplicado aos valores de resistência calculados pelo Eurocode 3 (2010) e pela ABNT NBR 16239 (2013) de forma a se obter resultados menos conservadores, sendo apresentado na Equação 25, devendo ser multiplicado na Equação 6 que fornece a resistência da ligação T estudada neste trabalho, já que essas duas normas não permitem o dimensionamento de ligações tubulares soldadas constituídas de aço inoxidável. Desta forma, obtém-se os resultados apresentados na Figura 11 (b) que fornece valores iguais a 0,95, 0,07 e 0,07 para a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação, respectivamente.

$$f(n) = \frac{0{,}75}{(1-\beta)} \tag{25}$$



(a) Formulações existentes

(b) Nova proposta de formulação

Figura 11 – Razão entre resistência numéricas e calculadas analiticamente.

5 Considerações finais

O aumento da aplicação de perfis tubulares em elementos estruturais no Brasil pode ser observado nos últimos anos, devido as suas propriedades mecânicas e elevada resistência, além de estar em consonância com os conceitos de sustentabilidade cada vez mais empregados na construção civil. Para o dimensionamento das ligações estudadas foram consideradas as equações propostas pelo código europeu Eurocode 3 (2010), a norma brasileira ABNT NBR16239 (2013), a norma ISO 14346 (2013), a norma australiana/neozelandesa AS/NZS 4673:2001 (2001) e a formulação de Feng e Young (2008, 2011), permitindo apresentar uma comparação entre as formulações e o modelo numérico desenvolvido, para ligações tipo T entre perfis RHS (banzo e montante) constituídas de aço inoxidável duplex.

A calibração do modelo considerou os resultados experimentais realizados por Feng e Young (2008, 2011), e apresentou uma boa concordância entre os mesmos. Com este modelo foi possível desenvolver a análise paramétrica, com a variação da largura da base do banzo e de sua espessura, ou seja, dos parâmetros β e 2γ, respectivamente. Observa-se que com pequenas variações na espessura do banzo é possível ter um ganho significativo de resistência da ligação comparado ao modelo de menor espessura.

Os valores obtidos pelas equações da norma australiana/neozelandesa AS/NZS 4673 (2001) que contempla o dimensionamento de ligações tubulares em aço inoxidável são similares aos obtidos pelo Eurocode 3 (2010), pela ABNT NBR 16239 (2013) e pela ISO 14346 (2013), que consideram apenas ligações tubulares em aço carbono, o que indica que as normas fazem considerações próximas para as ligações tubulares. Verifica-se que ao se dimensionar tais ligações pelas formulações apresentadas, pode-se obter um dimensionamento um pouco mais conservador do que o necessário.

Considerando-se os resultados obtidos, um fator de correção foi proposto para ser aplicado aos valores de resistência calculados pelo Eurocode 3 (2010) e pela ABNT NBR 16239 (2013), de forma a se obter resultados menos conservadores.

O desenvolvimento de novos modelos para a ampliação da análise paramétrica e a confirmação das conclusões apresentadas é uma sugestão para trabalhos futuros. Tal análise poderá servir de base para novos programas experimentais.

6 Agradecimentos

Os autores do presente artigo agradecem ao CNPq (Processos 305143/2015-8; 306042/2013-4; 305026/2017-8) e a FAPERJ (Processos E-26/203.186/2015; E-26/201.393/2014; E-26/202.789/2017; E-26/203.192/2016) pelo apoio financeiro para o desenvolvimento deste trabalho. E ainda, agradecem ao Prof. Ben Young da Universidade Politécnica de Hong Kong por ter disponibilizado os dados do ensaio experimental por meio das curvas carga *versus* deslocamento e tensão *versus* deformação do aço inoxidável duplex.

7 Referências bibliográficas

ABNT NBR 16239: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares. **Associação Brasileira de Normas Técnicas**, São Paulo, Brasil. 2013.

Affonso, Gisele R.; Lima, L. R. O. de; Freitas, A. M. S.; Vellasco, P. C. G. da S.; Silva, J. G. S. da. Comportamento de Ligações Tipo T entre RHS e CHS. **In: CILAMCE - Iberian Latin American Congress On Computational Methods In Engineering**, Ouro Preto. Anais. Ouro Preto, 2011. p. 1 - 12. 2011.

Ansys 12.0 ®, **ANSYS - Inc. Theory Reference**. 2010.

Araújo, A. H. M. et al. Projeto de Estruturas de Edificações com Perfis Tubulares de Aço. **Belo Horizonte: Ed. do Autor**, 598p. 2016.

AS/ NZS, Australian/ New Zealand Standards (2001). AS/NZS 4673: Cold-formed stainless steel structures. **Standards Australian International/ Standards New Zealand**. Sydney, Australia.2001.

Cao, J.J. , Packer, J.A., Young, G.J. Yield line analysis of RHS connections with axial loads. **Journal Constructional Steel Research**, v. 48, n. 1, p. 1-25. 1998.

Choo, Y. S., Qian, X. D., Liew, J. Y. R, Wardenier, J. Static strength of thick-walled CHS Xjoints - Part I. New approach in strength definition. **Journal of Constructional Steel Research**. v.59, p. 1201-1228. 2003.

EN 1993-1-4: Eurocode 3: Design of Steel Structures - Structures - Part 1-4: General rules - Supplementary rules for stainless steels. **CEN, ECCs**, Brussels. 2006.

EN 1993-1-8: Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints. **CEN, ECCs**, Brussels. 2010.

Feng, R., Young, B. Experimental investigation of cold-formed stainless steel tubular T-joints. **Thin-Walled Structures**, v. 46, p. 1129-1142. 2008.

Feng, R., Young, B. Design of cold-formed stainless steel tubular T- and X- joints. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 67, p. 421-436. 2011.

Il Nuovo Cantiere (Itália). Gli Acciai Austeno-Ferritici. 2015. Disponível em: <http://www.ilnuovocantiere.it/gli-acciai-austeno-ferritici/ >. Acessado em: 02 out. 2017.

ISO 14346: Static design procedure for welded hollow-section joints – Recommendations. **International Organization for Standardization**, Switzerland. 2013.

Kosteski, N., Packer, J.A., Puthli, R.S. A finite element method based yield load determination procedure for hollow structural section connections. **Journal Constructional Steel Research**, v. 59, n. 4, p. 427-559. 2003.

Lu, L.H., de Winkel, G.D., Yu, Y., Wardenier, J. Yield line analysis of RHS connections with axial loads. **Journal Constructional Steel Research**, v. 48, n. 1, p. 1-25. 1994a.

Lu, L.H., de Winkel, G.D., Yu, Y., Wardenier, J. Deformation limit for the ultimate strength of hollow section joints. **6th International Symposium on Tubular Structures**, Melbourne, Australia. 1994b.

Nizer, A., Lima, L. R. O. de, Vellasco, P. C. G. da S., Andrade, S. A. L. de, Goulart, E. da S., Silva, A. T., Neves, L. F. da C.: Experimental and Numerical Assessment of T RHS Joints Subjected to Brace and Chord Axial Forces. **Steel Construction – Design and Research 9**, No. 4, pp. 315–322. 2016.

Packer, J.A. Moment Connections between Rectangular Hollow Sections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 25, p. 63-81. 1993a.

Packer, J.A., Wardenier, J., Kurobane, Y., Dutta, D., Yeomans, N. Assemblages de sections creusesrectangulaires sous chargementstatique predominant. **Série CIDECT "Construire avec des profiles creux"**, Verlag TUV Rheinland, Koln. 1993b.

Packer, J.A., Wardenier, J., Zhao, X.-L., G.J. van der Vegte and Y. Kurobane. Design Guide - For Rectangular Hollow Section (RHS) Joints Under Predominantly Static Loading. **CIDECT**. 2009.

Pereira, P. das N.; Pereira, W. M.; Lima, L. R. O. de; Vellasco, P. C. G. da S. Avaliação de Ligações Tubulares tipo T Constituídas de Aço Inoxidável Duplex. **In: Jornadas SulAmericanas de Engenharia Estrutural**, Rio de Janeiro. Anais. ASAEE. Rio de Janeiro. 2012.

Revista Arquitetura & Aço. Rio de Janeiro: Roma Editora, v. 24, dez.2010. Trimestral.

RODRIGUES, T. de O. Estudo do Comportamento de Ligações "T" Tubulares Reforçadas entre Perfis CHS por meio do Método dos Elementos Finitos. Rio de Janeiro, 2012. 72 f. **Projeto Final (Graduação em Engenharia Civil)** - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, Rio de Janeiro. 2012.

SCI P413 - Design Manual for Structural Stainless Steel. 4th Edition, **SCI - The Steel Construction Institute**, Berkshire, UK, 2017.

Zhao, X. Deformation limit and ultimate strength of welded T-joints in cold-formed RHS sections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 53, p. 149-165. 2000.

Zhao, X.-L.; Wardenier, J.; Packer, J. A.; van der Vegte, G. J.: Current static design guidance for hollow-section joints. **Structures and Buildings,** 163, SB6, pp. 361–373. 2010.