

Revista da Estrutura de Aço REA

Volume 8 | Número 1
Abril de 2019

ARTIGOS

Confiabilidade estrutural de pórticos de aço

Danilo Luiz Santana Mapa, Marcílio Sousa da Rocha Freitas,
Ricardo Azoubel da Mota Silveira e Andréa Regina Dias da Silva

1

Numerical-experimental evaluation of masonry infill contribution to the stiffening of steel frames

Rita de Cássia S.S. Alvarenga, Roberto M. da Silva,
Paulo B. Lourenço e Alba B.C. De Grandi

22

Estudo de barras de aço fletidas do sistema *light steel framing* com a presença de furos

Rafael Luiz Galvão de Oliveira, Rodrigo Barreto Caldas e
Francisco Carlos Rodrigues

40

Análises numérica e paramétrica de pilares de aço isolados submetidos a elevadas temperaturas

Yagho de Souza Simões, Fábio Martin Rocha e Jorge Munaiar Neto

60

Algoritmo generativo para estruturas porticadas com perfis de aço laminado

Adônis Cavalcante de Melo Penalva e Felipe Tavares da Silva

80

Força localizada crítica de flambagem lateral da alma de vigas I de aço

Luiza Milene de Freitas, Ricardo Hallal Fakury e
Ana Lydia Reis de Castro e Silva

96

An analytical and numerical approach to structural stability of truss 3D elements

William Taylor Matias Silva, Sebastião Simão da Silva e
Luciano Mendes Bezerra

116

Análise numérica de ligações tipo T com perfis tubulares

Messias Júnio Lopes Guerra, Gabriel Vieira Nunes,
Arlene Maria Cunha Sarmanho, Daniel José Rocha Pereira e
Luiz Henrique de Almeida Neiva

137

Instabilidade elástica por força cortante em terças de aço formadas a frio com alma enrijecida

Juliana Maria Mazzeti Silva e Maximiliano Malite

155

Análise da Capacidade Resistente e da Rigidez de Ligações Tubulares Tipo K com Banzos Circular e Retangular

João Victor Fragoso Dias, Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani,
Ana Lydia Reis de Castro e Silva e Ricardo Hallal Fakury

175

Confiabilidade estrutural de pórticos de aço

Danilo Luiz Santana Mapa^{1*}, Marcílio Sousa da Rocha Freitas²,
Ricardo Azoubel da Mota Silveira³ e Andréa Regina Dias da Silva⁴

¹ Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, danilomapa@gmail.com

² Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, marcilio@em.ufop.br

³ Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, ricardo@em.ufop.br

⁴ Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, andreardsilva@em.ufop.br

Structural reliability of steel portal frames

Resumo

O emprego de métodos para análise de confiabilidade estrutural permite a avaliação da probabilidade de violação de estados limites relevantes ao projeto estrutural. Este artigo apresenta procedimento numérico preciso e eficiente para avaliação da confiabilidade de pórticos planos de aço via análise estrutural avançada em elementos finitos, considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações. O método analítico FORM (*First Order Reliability Method*) foi empregado na avaliação da probabilidade de falha de funções de desempenho formuladas para estados limites últimos de resistência e estados limites de serviço. Os resultados obtidos indicaram que os índices de confiabilidade dos exemplos de pórticos planos de aço analisados são significativamente afetados pela presença das ligações semirrígidas e pelos efeitos da não linearidade geométrica.

Palavras-chave: Confiabilidade estrutural, pórticos de aço, análise estrutural avançada, ligações semirrígidas, estados limites.

Abstract

The reliability methods allows the evaluation of the limit states violation probability, which are relevant to the structural design. This paper presents an accurate and efficient numerical procedure for evaluating the reliability of steel frames by advanced finite element structural analysis, considering the effects of geometric nonlinearity and semi-rigid connections. The FORM method was used to estimate the probability of failure of performance functions formulated in terms of the ultimate strength and serviceability limit states. The results indicate that the frame reliability is strongly affected by semi-rigid connections and the effects of geometric nonlinearity.

Keywords: Structural reliability, steel frames, advanced structural analysis, partially restrained connections, limit states.

* autor correspondente

1 Introdução

A avaliação da segurança de pórticos de aço considerando o comportamento em serviço do sistema estrutural é um desafio para os engenheiros. As normas de projeto estrutural que empregam o método dos estados limites são calibradas visando uma confiabilidade alvo para os elementos estruturais solicitados de forma isolada. Os coeficientes parciais de segurança obtidos por calibração no método dos estados limites são aplicados sobre as ações atuantes na estrutura e sobre as resistências nominais dos elementos estruturais, objetivando suprir as incertezas inerentes às variáveis de projeto. Entretanto, esse método semi-probabilístico não permite o conhecimento real dos níveis de segurança da estrutura em serviço.

O método dos estados limites presente nas normas de projeto de estruturas de aço é caracterizado por um tratamento racional da natureza estocástica das variáveis de projeto através da aplicação de coeficientes parciais de segurança calibrados com base em níveis aceitáveis de confiabilidade para vários estados limites. Embora este método esteja consolidado e seja bem aceito por projetistas na verificação da segurança estrutural, é apropriado avaliar a segurança de estruturas usando métodos de confiabilidade mais avançados que considerem o elemento estrutural como componente de um sistema estrutural real.

Segundo Madsen *et al.* (2006), os métodos de confiabilidade estrutural são divididos em níveis. O método dos estados limites que emprega coeficientes parciais de segurança para cada variável incerta de projeto é classificado como método de nível I. Quando são utilizados dois valores (usualmente média e variância) para cada variável incerta, eles são chamados de métodos de nível II, e quando utilizam a função densidade de probabilidade das variáveis incertas para a determinação da probabilidade de falha dos estados limites da estrutura são chamados de métodos de nível III.

No presente trabalho foi utilizado método de confiabilidade de nível III na avaliação dos níveis de segurança relacionados aos estados limites relevantes ao projeto das estruturas, utilizando-se análise estrutural avançada. O método de nível III empregado no presente trabalho permite conhecer o real nível de segurança de estruturas, usualmente projetadas por métodos de nível I. Também é possível determinar os

estados limites mais críticos para uma determinada estrutura através da análise de confiabilidade, obtendo-se estruturas confiáveis em função do conhecimento do real nível de segurança com relação aos estados limites e determinação do estado limite governante da estrutura.

O objetivo geral deste artigo é apresentar e discutir os resultados das análises de confiabilidade estrutural de exemplos de pórticos planos de aço via análise estrutural avançada, considerando o comportamento não linear geométrico e a flexibilidade das ligações. Foi utilizada nas análises de confiabilidade a ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016), que emprega o método analítico FORM (*First Order Reliability Method*) para avaliar a probabilidade de falha de funções de desempenho formuladas para estados limites últimos de resistência e estados limites de deslocamento em serviço.

2 Confiabilidade estrutural

Na análise de confiabilidade estrutural, a máxima solicitação, S , e a resistência disponível, R , são modeladas por variáveis aleatórias. O objetivo da análise de confiabilidade é assegurar o evento ($R > S$) durante toda vida útil da estrutura em termos de probabilidade.

A falha ocorre se R for menor do que S e esse evento pode ser representado em termos de probabilidade como $P(R < S)$. Para as variáveis aleatórias R e S com distribuições de probabilidade conhecidas, contínuas e estatisticamente independentes, a probabilidade de falha P_f pode ser calculada através da seguinte expressão (Ang e Tang, 1984):

$$P_f = P(R < S) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{S > R} f_R(r) \cdot f_S(s) \cdot dr \cdot ds = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (1)$$

O cálculo da probabilidade de falha utilizando a Eq. (1) requer que as funções densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$ sejam conhecidas. Na prática, essa informação nem sempre está disponível ou é difícil de ser obtida devido à insuficiência de dados. Mesmo quando as funções de probabilidade são conhecidas, a avaliação numérica da Eq. (1) pode ser impraticável.

Se ambas as variáveis aleatórias R e S possuem distribuição normal e são estatisticamente independentes, então a variável aleatória Z pode ser introduzida como $Z = R - S$. Então a Eq. (1) pode ser utilizada para definir a probabilidade de falha como:

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_Z(z).dz = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta_c) \quad (2)$$

Sendo $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$, $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$, Φ é a função distribuição cumulativa da distribuição normal padrão e β_c é o índice de confiabilidade de Cornell (1969), definido a seguir:

$$\beta_c = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3)$$

O índice de confiabilidade β_c foi introduzido na tentativa de se evitar as dificuldades conceituais e práticas decorrentes do uso da Eq. (1). Em sua implementação inicial, o índice de confiabilidade foi avaliado simplesmente em função das médias e dos desvios-padrão da resistência e da solicitação máxima, como indicado na Eq. (3). Posteriormente, o índice de confiabilidade passou a ser obtido por métodos analíticos baseados em aproximações em séries de Taylor de primeira ordem (método analítico FORM).

2.1 Método analítico FORM

No método FORM (*First-Order Reliability Method*), as variáveis aleatórias U , cujas distribuições são quaisquer e podem ser dependentes entre si ou não, são transformadas em variáveis V normais padrão estatisticamente independentes, sendo a função de falha $G(U)$ escrita no espaço das variáveis reduzidas (espaço V) como $g(V)$. Depois disto, a superfície de falha definida por $g(V) = 0$ é aproximada por uma superfície linear (ou hiperplano) no ponto com a menor distância até a origem, identificado como V^* (ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas).

Uma das etapas desse método é a transformação das variáveis U com distribuições quaisquer em variáveis V normais padrão estatisticamente independentes. Utiliza-se comumente a transformação de Nataf (Melchers, 1999) definida por:

$$V = \Gamma \sigma^{-1}(U - m) \quad (4)$$

Sendo m o vetor com as médias das variáveis U , σ a matriz diagonal contendo os desvios padrão das variáveis U e $\Gamma = L^{-1}$, sendo L a matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação de U . Outra etapa importante desse método é a busca ao ponto sobre a superfície de falha mais próximo à origem do sistema reduzido, também denominado ponto de projeto V^* . Para encontrar o ponto de projeto, formula-se um problema de otimização P com uma restrição, tal que:

$$P: \text{minimizar } |V| \quad (5)$$

Sujeito a $g(V) = 0$

Utiliza-se comumente o algoritmo denominado HLRF, desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978), para resolução do problema de otimização apresentado pela Eq. (5). O processo iterativo gerado pelo algoritmo HLRF caminha em busca do ponto resolvendo-se a seguinte equação:

$$V^{i+1} = \frac{1}{|\nabla g(V^i)|^2} \cdot [\nabla g(V^i)^T V^i - g(V^i)] \cdot \nabla g(V^i) \quad (6)$$

Durante o processo iterativo determina-se o índice de confiabilidade β calculando-se a norma do vetor V^{i+1} e interrompe-se o processo quando a variação relativa do valor de β é inferior a uma tolerância estabelecida. De posse do índice de confiabilidade β , a probabilidade de falha pode ser obtida utilizando-se a Equação (2). A Figura 1 fornece uma representação gráfica do método analítico FORM, indicando a aproximação linear da função de falha em V^* e o índice de confiabilidade β .

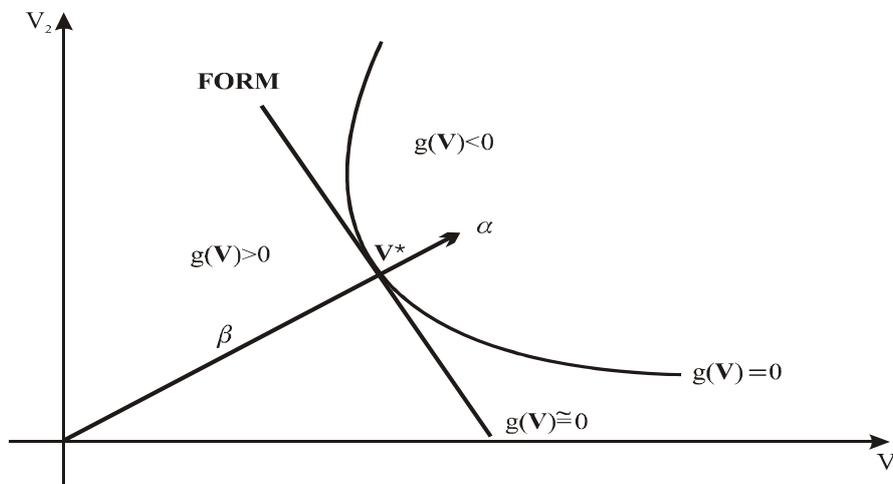


Figura 1 – Representação gráfica do método analítico FORM (Sagrilo, 2004)

3 Análise estrutural avançada

A análise avançada de estruturas é caracterizada quando efeitos não lineares são considerados na formulação do elemento estrutural. Dentre as fontes de não linearidade cita-se a não linearidade geométrica e as ligações semirrígidas entre elementos.

O comportamento não linear pode ser produzido por mudanças na geometria do pórtico durante o carregamento como mostra a Figura 2, o que é comumente referido na literatura como não linearidade geométrica ou efeitos de segunda ordem. Os principais efeitos geométricos relacionados à não linearidade geométrica são o efeito global P- Δ como resultado dos deslocamentos laterais na estrutura, e o efeito local P- δ nos elementos, associado com deformações locais relativas à corda entre os extremos do elemento.

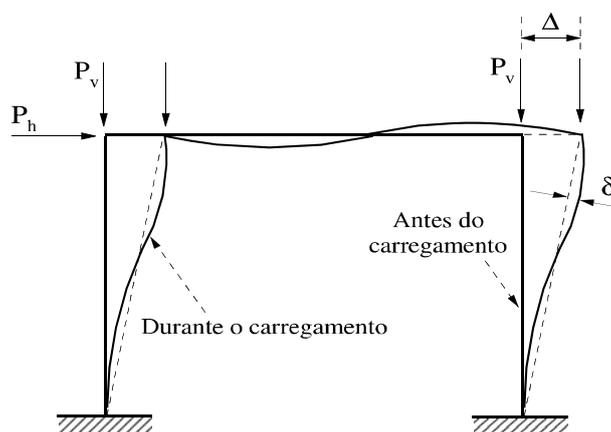


Figura 2 – Representação gráfica dos efeitos P- Δ e P- δ (Silva, 2009)

Outra fonte de não linearidade que deve ser considerada em uma análise estrutural avançada diz respeito a flexibilidade das ligações. Ao se considerar as ligações entre os elementos do pórtico como semirrígidas obtém-se um comportamento mais próximo do real, existindo a transferência parcial de momento fletor entre os elementos do pórtico, o que também significa dizer que a ligação possui alguma rigidez.

A incorporação das ligações semirrígidas na análise estrutural se dá através de expressões analíticas, representando curvas momento-rotação, formuladas de forma a relacionar o momento fletor M atuante na ligação em função da rotação relativa θ . O modelo de representação do comportamento de ligações semirrígidas proposto por

Richard e Abbott (1975), modelo matemático de potências com quatro parâmetros, descreve a relação momento-rotação como:

$$M(\theta) = \frac{(k - k_p)\theta}{\left[1 + \left|\frac{(k - k_p)\theta}{M_0}\right|^N\right]^{1/N}} + k_p\theta \quad (7)$$

Os parâmetros da equação anterior podem ser definidos como: rigidez inicial (k) também denominada rigidez elástica; rigidez devido ao encruamento (k_p) da ligação; parâmetro definindo a curvatura do diagrama (N) e o momento de referência (M_0). Como na definição da função são necessários apenas quatro parâmetros e o resultado sempre fornece uma rigidez positiva, este modelo é considerado simples. Por possuir, além disso, boa eficiência computacional, ele vem sendo bastante utilizado para representação do comportamento de ligações semirrígidas (Silva, 2009).

3.1 Sistema computacional CS-ASA

No presente artigo, para realização da análise estrutural avançada dos pórticos planos de aço foi adotado o sistema computacional CS-ASA desenvolvido por Silva (2009) em linguagem Fortran 95. O CS-ASA (*Computational System for Advanced Structural Analysis*) realiza análises numéricas avançadas estáticas e dinâmicas de estruturas baseado no método dos elementos finitos e foi utilizado no presente estudo para obtenção dos esforços internos e deslocamentos nodais em análise estática de pórticos planos considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações, especificamente para ligações com comportamento momento-rotação não linear representado pelo modelo de Richard e Abbott (1975).

Nas análises estruturais não lineares dos pórticos foi utilizada a formulação de elemento finito proposta por Yang e Kuo (1994) presente no CS-ASA (Silva, 2009), estratégia de incremento constante do parâmetro de carga, estratégia de iteração a carga constante, fator de carga incremental fixado em 1% do carregamento total, 100 incrementos de carga, adotado o método de Newton-Raphson padrão como estratégia de solução não linear e critério de convergência por carga e deslocamento.

4 Funções de desempenho

A segurança de uma estrutura precisa ser avaliada com relação a critérios de desempenho pré-determinados. Os critérios de desempenho são geralmente expressos na forma de funções de estado limite, que são relações funcionais entre todos os efeitos de carga e parâmetros relacionados a resistência. As funções de estado limite último definem a segurança contra carregamentos extremos durante a vida útil da estrutura e as funções de estado limite de serviço definem requisitos funcionais da estrutura.

Na análise da confiabilidade de estruturas complexas, as funções de desempenho (equações de estados limites) geralmente são funções implícitas das variáveis aleatórias. No presente trabalho, as análises de confiabilidade realizadas foram uma combinação do método de análise de confiabilidade FORM e o método dos elementos finitos determinístico implementado no CS-ASA (Silva, 2009). A análise de confiabilidade dos pórticos planos foi realizada pela ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016), que possui funcionamento acoplado ao CS-ASA para avaliações dos estados limites a cada iteração do método analítico FORM. A seguir são apresentados os estados limites investigados no presente estudo.

4.1 Estado limite último

Os elementos que compõem a estrutura reticulada de um pórtico plano estão sujeitos a combinação de esforços solicitantes. O *Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design* (AISC, 2005) apresenta em seu capítulo H a condição a ser atendida pelas barras submetidas aos efeitos combinados de força axial e momento fletor na forma de equações de interação, que são equivalentes as equações encontradas no item 5.5.1.2 da norma NBR 8800 (ABNT, 2008). O presente estudo utiliza essa limitação fornecida pelas equações de interação, que podem ser expressas na forma de funções de desempenho para estados limites últimos de resistência pelas Equações (8) e (9) a seguir:

$$G(U) = 1 - \left(\frac{P_u}{P_n} + \frac{8}{9} \cdot \frac{M_{ux}}{M_{nx}} \right) \quad \text{se} \quad \frac{P_u}{P_n} \geq 0,2 \quad (8)$$

$$G(U) = 1 - \left(\frac{P_u}{2 \cdot P_n} + \frac{M_{ux}}{M_{nx}} \right) \quad \text{se} \quad \frac{P_u}{P_n} < 0,2 \quad (9)$$

Sendo P_u a força axial solicitante de tração ou de compressão, P_n a força axial resistente nominal de tração ou de compressão, M_{ux} o momento fletor solicitante em relação ao eixo de maior inércia e M_{nx} o momento fletor resistente nominal em relação ao eixo de maior inércia. Os esforços resistentes nominais P_n e M_{nx} foram calculados para os elementos dos pórticos conforme os procedimentos prescritos pelo LRFD (AISC, 2005) e pela NBR 8800 (ABNT, 2008).

4.2 Estado limite de serviço

Para o critério de deslocamentos em serviço, a seguinte função de desempenho foi utilizada:

$$G(U) = 1 - \frac{\delta}{\delta_{limite}} \quad (10)$$

Sendo δ a componente do deslocamento nodal calculada e δ_{limite} o deslocamento máximo admissível do nó. Segundo Haldar e Mahadevan (2000), em geral são analisadas deflexões laterais nos nós de topo dos pilares do pórtico plano, limitadas pela altura do pórtico de modo que $\delta_{limite} = altura/400$, e são também analisadas deflexões verticais no meio do vão dos elementos de viga do pórtico plano, limitadas pelo vão da viga de modo que $\delta_{limite} = vão/360$.

5 Exemplos numéricos

Serão apresentados nesta seção os resultados da análise de confiabilidade estrutural de dois pórticos planos de aço. As análises de confiabilidade foram realizadas mediante o emprego da ferramenta computacional desenvolvida por Mapa (2016), que possibilitou avaliar os níveis de segurança dos estados limites nos pórticos.

No primeiro exemplo será apresentado um pórtico plano de um andar com ligações semirrígidas onde foram investigados os níveis de segurança com relação aos estados limites últimos e de serviço.

No segundo exemplo serão apresentados os resultados da análise de confiabilidade do pórtico plano de Vogel (1985), onde foi investigada a influência da não linearidade geométrica nos níveis de segurança dos estados limites últimos dos pilares do pórtico.

5.1 Pórtico plano de um andar com ligações semirrígidas

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural com relação aos estados limites últimos (Equações 8 e 9) e de serviço (Equação 10) do pórtico plano apresentado na Figura 3. A geometria, os carregamentos atuantes, as condições de apoio, a localização das ligações semirrígidas e das seções do pórtico são mostrados na Fig. 3. O pórtico é composto por dois pilares e uma viga, sendo que todos os elementos do pórtico são feitos do mesmo material e possuem a mesma seção transversal (perfil AISC W16×67). É assumido que o momento fletor resistente dos elementos do pórtico seja igual ao momento de plastificação total da seção transversal.

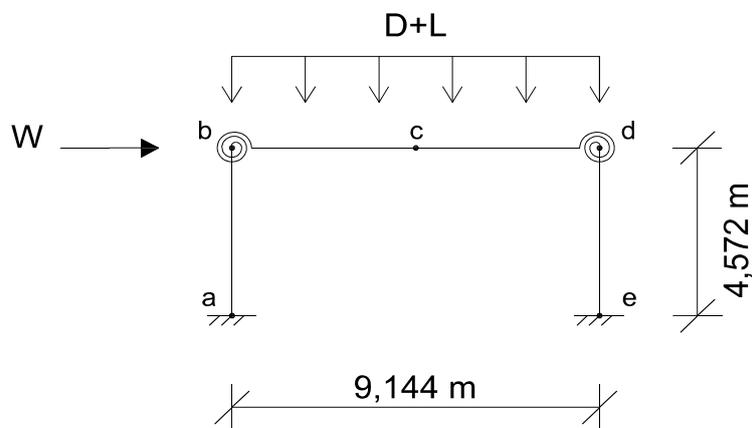


Figura 3 – Pórtico plano de um andar com ligações semirrígidas

Foram consideradas como aleatórias na análise de confiabilidade as variáveis: o carregamento permanente distribuído (D); o carregamento acidental distribuído (L); o carregamento concentrado devido a ação do vento (W); a área (A), o momento de inércia a flexão (I) e o módulo plástico (Z_x) da seção transversal dos elementos do pórtico; o módulo de elasticidade (E) e a tensão de escoamento (F_y) do material dos perfis de aço que constituem os elementos do pórtico. A Tabela 1 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural.

Considerando as ligações entre elementos do pórtico como ligações rígidas, o pórtico foi dimensionado por Gao (1994) seguindo as combinações de carregamentos: (1) $1,4D$; (2) $1,2D + 1,6L$; (3) $1,2D + 0,5L + 1,3W$; e (4) $0,9D - 1,3W$. O perfil AISC W16×67 foi considerado adequado para compor todos os elementos do pórtico, atendendo aos estados limites últimos segundo as prescrições do LRFD (AISC, 2005) em todas as combinações de ações citadas anteriormente.

Tabela 1 – Descrição estatística das variáveis aleatórias segundo Gao (1994)

Variável	Unidade	Valor nominal	Valor médio	Coefficiente de variação	Tipo de distribuição
E	MPa	199948,04	199948,04	0,06	Lognormal
A	cm ²	127,10	127,10	0,05	Lognormal
I	cm ⁴	39708,48	39708,48	0,05	Lognormal
Z_x	cm ³	2130,32	2130,32	0,05	Lognormal
F_y	MPa	248,21	260,62	0,10	Lognormal
D	kN/m	43,78	45,97	0,10	Lognormal
L	kN/m	16,05	16,05	0,25	Ext. Tipo I
W	kN	28,91	22,55	0,37	Ext. Tipo I

Na Tabela 2 são apresentados os máximos esforços internos solicitantes na viga e nos pilares do pórtico, bem como o valor obtido na equação de interação para a combinação (2) de ações, utilizando os valores nominais da Tabela 1, mediante análise linear e não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas.

Tabela 2 – Esforços solicitantes de projeto e resultados da equação de interação

Análise	Elemento	P_u (kN)	M_{ux} (kN.m)	P_u / P_n	M_{ux} / M_{nx}	$P_u / (2P_n) + M_{ux} / M_{nx}$
linear	Viga	142,0	434,8	0,06	0,91	0,94
	Pilares	357,6	434,8	0,14	0,91	0,98
não linear geométrica	Viga	139,5	436,1	0,06	0,92	0,95
	Pilares	358,3	436,1	0,14	0,92	0,99

Nota-se na Tabela 2 pouca diferença entre os resultados das análises linear e não linear geométrica do pórtico, sendo obtidos esforços internos ligeiramente superiores na análise não linear geométrica.

Conforme apresentado na última coluna da Tabela 2, os pilares do pórtico são mais solicitados que a viga, é esperado, portanto, na análise de confiabilidade estrutural dos estados limites últimos que a probabilidade de falha dos pilares seja maior que a probabilidade de falha da viga. É possível verificar também na última coluna da Tabela 2 que segundo a análise não linear geométrica, nos pontos nodais b e d da Figura 3, os pilares estão solicitados de 99% de sua capacidade resistente e a viga está solicitada de 95% de sua capacidade resistente, o que mostra que as solicitações estão muito próximas dos limites de resistência dos elementos do pórtico.

Foram feitas análises de confiabilidade estrutural, através de análise linear e não linear geométrica do pórtico para: estado limite de resistência última da viga sujeita a flexão composta; estado limite de resistência última do pilar da direita sujeito a flexão composta; estado limite de serviço referente ao deslocamento horizontal ($altura/400$) em b ; e estado limite de serviço referente a deflexão vertical ($v\tilde{a}o/360$) em c .

Na Tabela 3 são resumidos os índices de confiabilidade obtidos mediante análise linear e não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas. Analisando os índices de confiabilidade da Tabela 3 observa-se que o comportamento linear e não linear geométrico do pórtico plano analisado neste exemplo pouco se diferem. Os índices de confiabilidade da análise não linear resultam em probabilidades de falha ligeiramente maiores para todos os estados limites analisados.

Tabela 3 – Índices de confiabilidade obtidos para o pórtico com ligações rígidas

Estado limite	Localização	Carregamento	β (análise linear)	β (análise não linear)
Resistência última	Viga em d	$D + L$	3,04	3,02
	Pilar em d	$D + L$	2,78	2,76
Deslocamentos em serviço	lateral em b	$D + L + W$	5,08	5,01
	Deflexão em c	L	4,72	4,69

É interessante notar na Tabela 3 que os índices de confiabilidade correspondentes aos estados limites de serviço são muito maiores do que aqueles relacionados aos estados limites últimos de resistência, o que indica que os estados limites últimos são os estados limites governantes. É esperado que a estrutura falhe primeiramente por critério relacionado à resistência do que por critério relacionado a deslocamentos excessivos no pórtico plano. O pórtico plano de um andar analisado é suficientemente rígido para não desenvolver um problema de deslocamentos excessivos em serviço.

A probabilidade de falha da viga é de 0,13% e a probabilidade de falha dos pilares é de 0,29%, conforme os índices de confiabilidade da Tabela 3 para estados limites últimos obtidos via análise não linear geométrica do pórtico. A probabilidade de falha dos pilares é aproximadamente 2,3 vezes maior que a probabilidade de falha da viga.

De modo a avaliar a influência da existência de ligações semirrígidas na probabilidade de falha dos estados limites investigados, foram feitas análises de confiabilidade considerando a presença de ligações semirrígidas em *b* e *d* (Figura 3). O comportamento momento-rotação não linear das ligações será considerado através do modelo matemático de potências com quatro parâmetros proposto por Richard e Abbott (1975).

Foram adotadas três curvas momento-rotação, mostradas na Fig. 4, para representar o comportamento das ligações com rigidezes distintas. A Curva 1 representa ligações com rigidez elevada, a Curva 3 representa ligações com comportamento muito flexível e a Curva 2 representa ligações com rigidez intermediária. A descrição estatística das variáveis aleatórias que representam os quatro parâmetros do modelo de Richard e Abbott (1975) para as ligações flexíveis do pórtico é fornecida na Tabela 4.

Tabela 4 – Propriedades estatísticas dos parâmetros das ligações segundo Gao (1994)

Variável aleatória	Médias			Coeficiente de variação	Tipo de distribuição
	Curva 1	Curva 2	Curva 3		
k (kN.m/rad)	$1,1298 \times 10^6$	$1,4688 \times 10^5$	$5,6492 \times 10^4$	0,15	Normal
k_p (kN.m/rad)	$1,1298 \times 10^5$	$1,1298 \times 10^4$	$1,1298 \times 10^3$	0,15	Normal
M_o (kN.m)	508,43	451,94	338,95	0,15	Normal
N	0,5	1,0	1,5	0,05	Normal

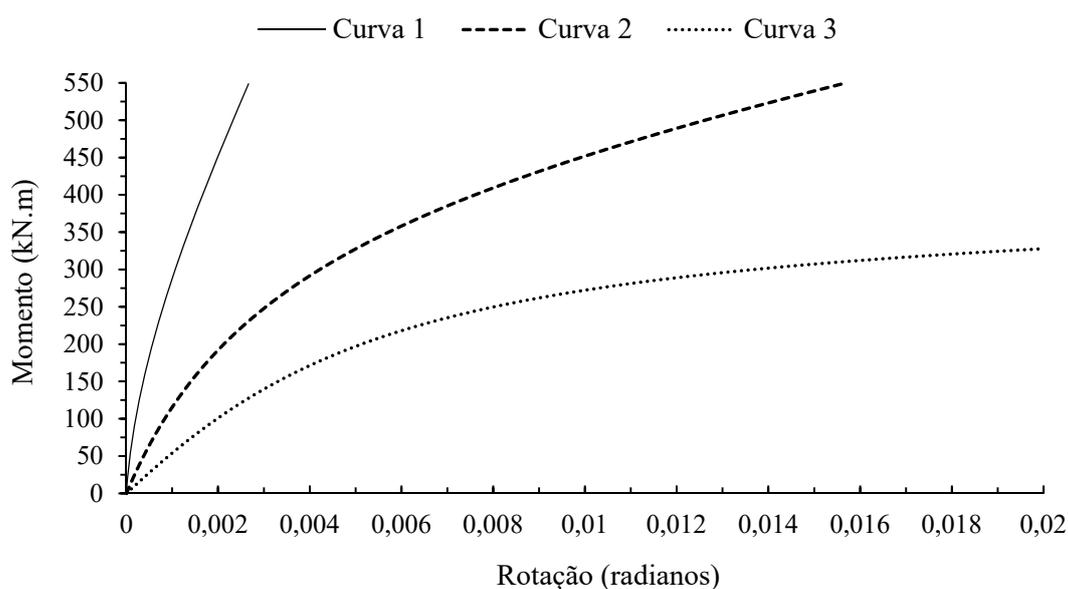


Figura 4 – Curvas momento-rotação das ligações semirrígidas

Na Tabela 5 são apresentados os máximos esforços internos solicitantes na viga e nos pilares do pórtico, bem como o valor obtido na equação de interação para a combinação (2) de ações, utilizando os valores nominais da Tabela 1 e médios da Tabela 4, mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas.

Tabela 5 – Esforços solicitantes de projeto e resultados da equação de interação

Ligações	Elemento	P_u (kN)	M_{ux} (kN.m)	P_u / P_n	M_{ux} / M_{nx}	$P_u / (2P_n) + M_{ux} / M_{nx}$
Curva 1	Viga	135,9	420,5	0,06	0,88	0,91
	Pilares	357,8	420,5	0,14	0,88	0,95
Curva 2	Viga	120,7	446,9	0,05	0,94	0,97
	Pilares	357,8	375,5	0,14	0,79	0,86
Curva 3	Viga	99,0	511,1	0,04	1,07	1,10
	Pilares	357,7	311,3	0,14	0,65	0,72

Conforme apresentado na última coluna da Tabela 5, os pilares do pórtico são mais solicitados que a viga para o caso de ligações semirrígidas com comportamento igual ao da Curva 1 (Fig. 4). Já para o caso de ligações semirrígidas com menor rigidez (Curvas 2 e 3), a viga passou a ser mais solicitada que os pilares do pórtico, e no caso das ligações semirrígidas com comportamento igual ao da Curva 3, as solicitações que atuam na viga excederam o limite de resistência (resultado da equação de interação maior que a unidade), indicando a necessidade de redimensionamento do pórtico. Ainda na última coluna da Tabela 5 é possível observar que a medida que se adotou para as ligações semirrígidas um comportamento momento-rotação menos rígido (Curvas 2 e 3) houve aumento da solicitação na viga e redução da solicitação nos pilares.

Na Tabela 6 são resumidos os índices de confiabilidade obtidos mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas cujo comportamento momento-rotação foi representado para cada uma das três curvas apresentadas na Fig. 4. Analisando a Tabela 6 observa-se que com a consideração das ligações semirrígidas, os índices de confiabilidade obtidos para os estados limites últimos e de serviço se alteram de forma significativa.

Com a ocorrência da redistribuição de momentos devido a presença das ligações semirrígidas, era esperado que o momento na seção *d* diminuísse e o momento na seção

c aumentasse, à medida que foram adotadas para as ligações curvas com comportamento menos rígido. O momento fletor máximo solicitante para a viga acaba sendo deslocado da seção d para a seção c no caso das ligações com comportamento igual ao da Curva 2 ou igual ao comportamento da Curva 3.

Tabela 6 – Índices de confiabilidade obtidos para o pórtico com ligações semirrígidas

Estado limite	Localização	Carregamento	β_1 (Curva 1)	β_2 (Curva 2)	β_3 (Curva 3)
Resistência última	Viga em d	$D + L$	3,23	3,91	5,01
	Viga em c	$D + L$	3,51	2,88	2,10
	Pilar em d	$D + L$	2,98	3,62	4,62
Deslocamentos em serviço	lateral em b	$D + L + W$	4,92	4,65	4,32
	deflexão em c	L	4,53	4,11	3,61

É interessante notar que na análise de confiabilidade do pórtico com ligações rígidas (Tabela 3), o estado limite com maior probabilidade de falha era aquele relacionado à falha do pilar por critério de resistência, mas à medida que a rigidez das ligações diminuiu, por exemplo quando se passou de um comportamento momento-rotação bastante rígido (Curva 1) para um comportamento bastante flexível (Curva 3) na Tabela 6, os índices de confiabilidade aumentaram para o pilar e diminuíram para a viga, tornando a viga mais propensa a falha do que os pilares no caso da Curva 3.

Analisando os índices de confiabilidade da Tabela 6 para a Curva 3 observa-se que o estado limite de resistência da viga é o estado limite governante (com maior probabilidade de falha) do pórtico. A probabilidade de falha da viga é de 1,79% nesse caso, sendo 14,1 vezes maior que a probabilidade de falha da viga para o pórtico com ligações rígidas (Tabela 3).

Para o pórtico analisado, a menor rigidez das ligações entre a viga e os pilares como no caso da Curva 3 teve um efeito benéfico para os pilares e um efeito prejudicial para a viga, o que pode levar à necessidade de redimensionamento do pórtico devido às mudanças significativas que ocorreram nos esforços internos solicitantes da viga.

Observa-se na Tabela 6 que os índices de confiabilidade relacionados aos estados limites de serviço diminuíram à medida que a rigidez das ligações foi sendo reduzida, o que era

esperado, uma vez que a presença das ligações semirrígidas reduziu a rigidez global do pórtico analisado. Este resultado foi também encontrado por Agostini *et al.* (2018).

Analisando os índices de confiabilidade β_3 na Tabela 6 observa-se que os estados limites de serviço passaram a ter maior probabilidade de falha do que o estado limite último do pilar. Portanto, se a flexibilidade nas ligações for significativa como no caso da Curva 3, critérios de segurança relacionados a estados limites de serviço tornam-se tão importantes quanto critérios relacionados a estados limites últimos.

5.2 Pórtico de Vogel

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural com relação aos estados limites últimos (Equações 8 e 9) do pórtico plano de Vogel (1985) apresentado na Figura 5, onde são mostradas a geometria, o carregamento atuante e as condições de apoio. O pórtico é composto por perfis laminados europeus HEB 300 para os pilares e perfil HEA 340 para a viga. Todos os perfis são feitos do mesmo material: aço com tensão de escoamento de 235 MPa e módulo de elasticidade longitudinal igual a 200 GPa.

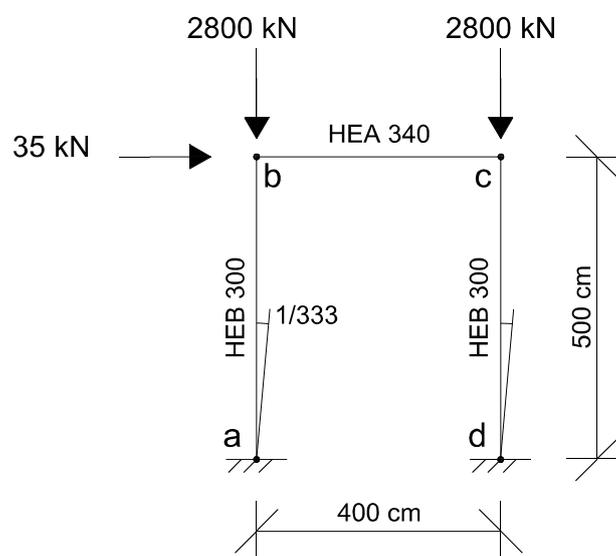


Figura 5 – Pórtico de Vogel (1985)

Seguindo as prescrições da norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2008), foram consideradas imperfeições geométricas globais iguais a $h/333$ no topo do pórtico, sendo h a altura total do pórtico. É assumido que o momento fletor resistente dos elementos seja igual ao momento de plastificação total da seção transversal, pois considera-se que

a viga e os pilares são adequadamente contidos lateralmente e as seções transversais dos perfis são compactas.

Na Tabela 7 são apresentados os máximos esforços internos solicitantes na viga e nos pilares do pórtico, bem como o valor obtido na equação de interação para verificação dos estados limites últimos conforme prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008), via análise elástica linear e não linear geométrica do pórtico. Observa-se na Tabela 7 que a análise não linear geométrica do pórtico resulta em maiores esforços solicitantes nos elementos e também se observa que os pilares do pórtico não passam nas verificações de esforços combinados (resultados da equação de interação maiores que a unidade).

Tabela 7 – Máximos esforços solicitantes e resultados da equação de interação

Análise	Localização	P_u (kN)	M_{ux} (kN.m)	P_u / P_n	M_{ux} / M_{nx}	Equação de interação
linear	Viga em <i>b</i>	17,38	57,62	0,01	0,15	0,15
	Pilar em <i>a</i>	2771,16	72,10	0,95	0,18	1,12
	Pilar em <i>d</i>	2828,71	71,88	0,97	0,18	1,13
não linear geométrica	Viga em <i>b</i>	17,32	69,22	0,01	0,18	0,18
	Pilar em <i>a</i>	2765,33	84,64	0,95	0,21	1,14
	Pilar em <i>d</i>	2834,49	84,37	0,98	0,21	1,16

Conforme o resultado da equação de interação para o estado limite último do pilar na seção *d*, o pórtico suporta aproximadamente 86,2% do carregamento total aplicado. Para 86,2% do carregamento total, o resultado da equação de interação para o pilar na seção *d* é de 0,9993 via análise não linear geométrica do pórtico, ou seja, pela verificação dos estados limites últimos conforme a NBR 8800 (ABNT, 2008), o pilar da direita está solicitado de 99,93% da sua capacidade resistente para esse nível de carregamento.

Lavall *et al.* (2013) também realizaram a análise elástica não linear geométrica desse pórtico conforme prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008) e chegaram à mesma conclusão de que o pórtico suporta aproximadamente 86,2% do carregamento total aplicado.

De modo a investigar os níveis de segurança dos pilares do pórtico, foram realizadas análises de confiabilidade para os estados limites últimos nas seções mais solicitadas dos pilares. Foram consideradas oito variáveis aleatórias nas análises de confiabilidade, cuja descrição estatística se encontra na Tabela 8. Na Tabela 9 são resumidos os índices

de confiabilidade obtidos por análise linear e não linear geométrica do pórtico, para 100%, 86,2% e 72,3% do carregamento total mostrado na Figura 5.

Tabela 8 – Descrição estatística das variáveis aleatórias

Variável	Unidade	Valor nominal	Valor médio	Coefficiente de variação	Tipo de distribuição
E	MPa	200000,00	200000,00	0,06	Lognormal
F_y	MPa	235,00	246,75	0,10	Lognormal
A_{viga}	cm^2	133,50	133,50	0,05	Lognormal
I_{viga}	cm^4	27690,00	27690,00	0,05	Lognormal
Z_{viga}	cm^3	1850,00	1850,00	0,05	Lognormal
$A_{colunas}$	cm^2	149,10	149,10	0,05	Lognormal
$I_{colunas}$	cm^4	25170,00	25170,00	0,05	Lognormal
$Z_{colunas}$	cm^3	1869,00	1869,00	0,05	Lognormal

Tabela 9 – Índices de confiabilidade obtidos para os pilares do pórtico

Nível de carregamento	Localização	β (análise linear)	β (análise não linear)
100%	Pilar em a	0,253	0,023
	Pilar em d	0,081	-0,179
86,2%	Pilar em a	1,729	1,539
	Pilar em d	1,559	1,343
72,3%	Pilar em a	3,455	3,302
	Pilar em d	3,286	3,113

Observa-se na Tabela 9 que os índices de confiabilidade obtidos via análise não linear geométrica resultam em probabilidades de falha maiores para todos os níveis de carregamento analisados, em comparação com a análise linear. A não linearidade geométrica afeta de forma significativa os níveis de segurança dos pilares do pórtico.

Os índices de confiabilidade do pilar na seção d via análise linear do pórtico indicam probabilidades de falha de 46,768% para 100% do carregamento, 5,953% para 86,2% do

carregamento e 0,051% para 72,3% do carregamento. Já os índices de confiabilidade do pilar na seção *d* via análise não linear do pórtico indicam probabilidades de falha de 57,100% para 100% do carregamento, 8,964% para 86,2% do carregamento e 0,093% para 72,3% do carregamento.

Seguindo as prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008) verificou-se que o pórtico se encontra seguro para 86,2% do carregamento total aplicado, mas através da análise de confiabilidade dos estados limites últimos foi possível conhecer o real nível de segurança dos elementos da estrutura para esse nível de carregamento determinístico. Se a confiabilidade desejada para os elementos do pórtico fosse uma probabilidade de falha menor que 0,1% ($\beta > 3,1$), observa-se na Tabela 9 que o carregamento aplicado na estrutura não poderia exceder 72,3% do carregamento total mostrado na Figura 5.

6 Considerações finais

No presente trabalho foi realizada a análise de confiabilidade de dois pórticos planos de aço via análise estrutural avançada em elementos finitos, considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações. O método analítico FORM foi empregado na avaliação da probabilidade de falha de funções de desempenho formuladas para estados limites últimos e estados limites de serviço, possibilitando avaliar o nível de segurança de estruturas com comportamento não linear.

A obtenção de índices de confiabilidade para diferentes estados limites e em diferentes seções do pórtico (Tabelas 3 e 6) permitiu avaliar os diferentes níveis de segurança de cada estado limite e também qual era o estado limite governante. No primeiro pórtico analisado, os índices de confiabilidade obtidos via análise não linear geométrica indicaram uma probabilidade de falha ligeiramente maior para os estados limites analisados (Tabela 3), em comparação com a análise linear. A influência da flexibilidade das ligações viga-pilar na confiabilidade estrutural do pórtico (Tabela 6) foi considerável e, portanto, a presença das ligações semirrígidas deve ser adequadamente considerada na análise e no projeto dos pórticos.

Em estruturas fortemente não lineares, como o exemplo numérico do pórtico plano de Vogel (1985), a influência da não linearidade geométrica nos índices de confiabilidade (Tabela 9) é significativa e, portanto, a confiabilidade deve ser estimada com base em

análise não linear geométrica. Neste exemplo também foi possível conhecer o nível de confiabilidade obtido ao se utilizar as prescrições da norma NBR 8800 (ANBT, 2008) na verificação dos estados limites últimos dos pilares do pórtico, ou seja, foi possível conhecer o real nível de segurança dos elementos da estrutura.

7 Agradecimentos

Os autores são gratos a CAPES, CNPq, FAPEMIG e Fundação Gorceix pelo apoio recebido para a realização deste trabalho de pesquisa.

8 Referências bibliográficas

- AGOSTINI, B. M. *et al.* Structural reliability analysis of steel plane frames with semi-rigid connections. **REM, Int. Eng. J.**, Ouro Preto, 71 (3), p. 333-339, 2018.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION (AISC). **Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design**. Chicago, 2005.
- ANG, A. H. S.; TANG, W. H. **Probability concepts in engineering planning and design – decision, risk and reliability**. John Wiley & Sons, v. II, 562 p., 1984.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.
- CORNELL, C. A. A Probability-Based Structural Code. **Journal of the American Concrete Institute**, Vol. 66, n. 12, p. 974-985, 1969.
- GAO, L. **Stochastic finite element method for the reliability analysis of nonlinear frames with PR connections**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – The University of Arizona, USA, 1994.
- HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Reliability assessment using stochastic finite element analysis**. John Wiley & Sons, 344 p., 2000.
- HASOFER, A. M.; LIND, N. C. An exact and invariant first-order reliability format. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 100, p. 111-121, 1974.
- LAVALL, A. C. C. *et al.* Análise avançada de pórticos de aço conforme as prescrições da ABNT NBR 8800: 2008. **Revista da Estrutura de Aço**, vol. 2, n. 3 (dezembro/2013), p. 146-165, 2013.
- MADSEN, H. O. *et al.* **Methods of structural safety**. Dover Publications, 2. ed., 416 p., 2006.
- MAPA, D. L. S. **Confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.
- MELCHERS, R. E. **Structural reliability analysis and prediction**. John Wiley & Sons, 2. ed., 431 p., 1999.
- RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. **Computer and Structures**, v. 9, p. 489-494, 1978.
- RICHARD, R. M.; ABBOTT, B. J. Versatile elastic-plastic stress-strain formula. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, vol. 101(4), p. 511-515, 1975.
- SAGRILO, L. V. S. **Confiabilidade estrutural – métodos analíticos para análise de confiabilidade**. Notas de aula – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.

SILVA, A. R. D. **Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.

VOGEL, U. Calibrating Frames. **Stahlbau**, vol. 54 (outubro/1985), p. 295-301, 1985.

YANG, Y. B.; KUO, S. R. **Theory & analysis of nonlinear framed structures**. Singapore: Prentice Hall, 1994.

Numerical-Experimental Evaluation of Masonry Infill Contribution to the Stiffening of Steel Frames

Rita de Cássia S. S. Alvarenga¹, Roberto M. da Silva^{2*}, Paulo B. Lourenço³ and Alba B. C. De Grandi⁴

¹ Department of Civil Engineering, UFV, Viçosa-MG, ritadecassia@ufv.br

² Department of Structure Engineering, UFMG, Belo Horizonte-MG, roberto@dees.ufmg.br

³ Department of Civil Engineering, UMinho, Guimarães-Portugal, pbl@civil.uminho.pt

⁴ Department of Structure Engineering, UFMG, Belo Horizonte-MG, alba_cdg@hotmail.com

Abstract

Masonry panels are usually adopted as infills in steel structures, but their contribution in global structural behavior is generally neglected. However, it is certain that masonry properties and constructive details strongly influence the structure behavior as a whole. A numerical-experimental study is presented concerning behavior of steel frames infilled with AAC masonry, taking into account the masonry contribution to lateral stiffness. Frame-panel system was experimentally subjected to monotonically increasing horizontal load and parameters such as height/length ratio of the frames, type of mortar in the joints and usage of horizontal ties on the panel-frame interface were evaluated. The tests were numerically replicated using non-linear analysis, allowing a better understanding of the observed behavior. The results of this research corroborate the efficiency of using masonry as a stiffening element for steel structures.

Keywords: *Structural masonry, infilled frame, experimental testing, finite element analysis, steel structures.*

1 Introduction

Diagonal steel bracing elements adequately located in vertical planes are commonly used in steel buildings. This procedure has the disadvantage of limiting the architecture, as doors or windows openings are not possible in such locations. In addition, the presence of steel diagonal elements reduces the speed of masonry execution, when placed in the same plane as the bracing, since diagonal cutting of the masonry units is required. There is also the possibility of separation between frame and masonry panel in case adequate constructive details are not adopted. The alternative of placing the bracing and the masonry panel in different vertical planes leads to a loss of net building space.

A suitable alternative for stiffening steel structures is the replacement of bracing elements by masonry panels. In fact, mostly masonry panels are already present in steel buildings, as non-structural elements. It is usual to assume that an equivalent compression strut can replace the action of masonry panels. This concept was introduced originally by Polyakov (1960) and further developed by Holmes (1961), Stafford-Smith (1966), Stafford-Smith and Carter (1969), Mainstone (1971) and Liauw and Lee (1977). The analysis of frames infilled with masonry subjected to in-plane lateral actions is a statically undetermined problem, involving stress redistributions between the frame and panel. In this system, the moderate stiffness of the frame interacts with the very high in-plane stiffness of the masonry panel. Moreover, the confinement effect provided by frame allows panel to support loads and to attain strains much larger than those obtained in isolated panel. Before ultimate load, the panel usually separates from the frame, cracks diagonally and, possibly, crushes at the compressed toes. Therefore, the process is highly non-linear and exhibits considerable complexity.

The progress of the finite element method allowed a better understanding of complex infilled frames behavior. Since pioneer work of Mallick and Severn (1967), several difficulties were evident from the simulations, namely issues of modeling the separation between frame and panel, of the bond strength and friction of connection between frame and panel, and of mechanical constitutive behavior of masonry itself. Riddington and Stafford-Smith (1978) found that the critical stresses for masonry panel are located in the centre and are mostly associated with tensile and shear failure. In this case, the frame-panel interaction was modeled by using double nodes and normal springs at the interfaces, with contact/separation modeled in a simplified way. King and Pandey (1978) further extended the numerical representation by adding interface elements capable of taking into account contact and friction for frame-panel interaction. This work was further extended with non-linear behavior of the panel and frame, by Liauw and Kwan (1982) and Dhanasekar and Page (1986) in the framework of continuum modeling, and by Mehrabi and Shing (1997) in the framework of discontinuum modeling. Presently, most of the research is devoted to the behavior under seismic loading and retrofitting, e.g. Madan et al. (1997) for an equivalent strut approach with a smooth hysteretic model, Calvi and Bolognini (2001) for weakly reinforced masonry and Hamid et al. (2005) for masonry retrofitted with fiber-reinforced polymer laminates.

Experimentally, many researchers have confirmed positive contribution of masonry panels as infilling of frames and studied the behavior of these structures using different materials and varying distinct parameters. Dawe and Seah (1989) carried out several natural-scale tests from which was possible to conclude a 20mm-gap between panel and frame reduces the system rigidity and strength significantly. Mosalam et al. (1997) verified the influence of openings (doors and windows) in the panels and observed that variations in mortar and unit strength affects directly the walls failure mode. More recently, Kauffman (2009) proposed the use of structural fuse elements as a mechanism which isolates the infill material from the frame under higher loads, preventing brittle failure of the infill walls or frame elements.

The present study presents a combined numerical-experimental evaluation concerning the behavior of steel frames infilled with a material that received limited attention in the field previously: autoclaved aerated concrete masonry. In addition, the experimental program varies the following parameters: frame length/height ratio, type of mortar used in the joints, and connection at the frame-panel interface.

2 Description of Experimental Program

The experimental program in the masonry infilled frames consisted of eight specimens, as indicated in Table 1. Due to the considerable scatter found in masonry structures, two equal specimens were made out for each test configuration. The influence of the height/length ratio was analyzed assuming frames with height/length (H/L) ratio equal to 0.83 (size of 2.68 x 3.22 m²) for six specimens type I and equal to 0.51 (size of 2.68 x 5.22 m²) for two specimens type II. The steel frames were kept in elastic range through the entire testing program, whereas the masonry was driven to collapse. The influence of the mortar type in the results was assessed using two panels built with general purpose mortar, using a volumetric ratio of 1:3:7.5 (cement:lime:sand) according to the block producer recommendations, with a thickness of 15 mm, and six panels built with a thin layer polymeric mortar, with a thickness of 5 mm. Finally, the connection at the panel-frame vertical interfaces was made with closed loop bars welded to the flange of the columns (four specimens) or with a thin layer mortar (four specimens). The horizontal interfaces were always prepared with thin layer mortar. The autoclaved aerated concrete

blocks used in the masonry panels have an average compressive strength of 4.5 N/mm² and dimensions of 600 x 300 x 150 mm³.

Table 1 - Details of test specimens for different height (H) to length (L) ratios

TEST	RATIO H/L	MORTAR	VERTICAL INTERFACE
01-I	0.83	GPM	Closed loop
02-I	0.83	GPM	Closed loop
03-I	0.83	TLM	Closed loop
04-I	0.83	TLM	Closed loop
05-I	0.83	TLM	TLM
06-I	0.83	TLM	TLM
01-II	0.51	TLM	TLM
02-II	0.51	TLM	TLM

GPM: General purpose mortar with a volumetric ratio 1:3:7.5 (cement:lime:sand); TLM: Thin layer mortar

The type I and type II frames with the masonry infill are shown in Figure 1. The adopted steel profiles have a height of 204 mm, a width of 200 mm, a web thickness of 6.3 mm and a flange thickness of 8 mm. Steel frames were rigidly connected to the laboratory reaction slab and the beam-column connections were built using bolted steel angles with flanges of 63.5 x 6.3 x 160 mm³ for height, thickness and length, respectively. Two ASTM-A325 16 mm bolts with a spacing of 75 mm perform the semi-rigid connections. The closed loop ties between the columns and masonry panel were made using steel bars with 5 mm diameter, in a closed loop (Figure 2). The loops were welded to the flange of the steel columns at each masonry course, so that they could be embedded in the bed joints.

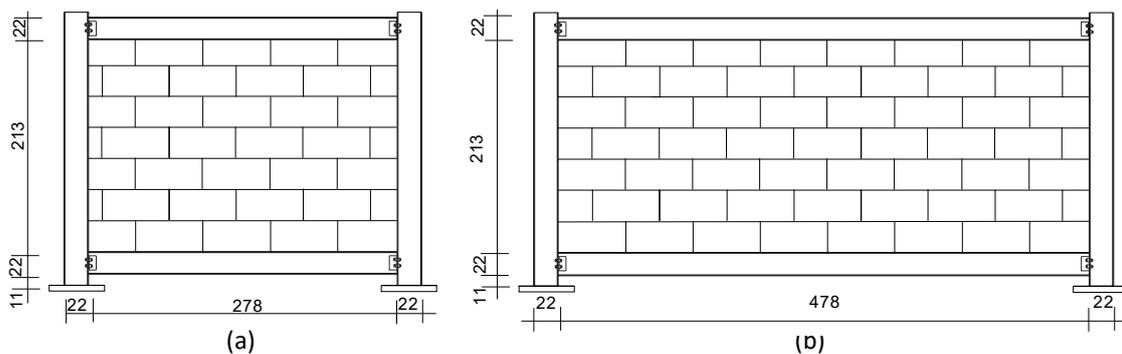


Figure 1 - Geometry of specimens (cm): (a) Type I (0.83 H/L ratio); (b) Type II (0.51 H/L ratio).

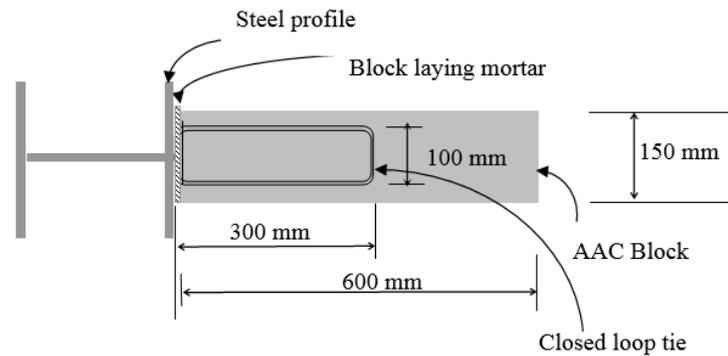


Figure 2 - Details of closed loop tie (plan view).

2.1 Loading and instrumentation

A steel reaction frame enclosing the testing specimen was designed and built, see Figure 3. Out-of-plane bracing is made by two welded-profile bars perpendicular to the columns and linked to a second reaction frame.

In order to characterize the response of the specimen, five displacement transducers, eight strain gages and eight mechanical extensometers were used in order to measure the strains and displacements at selected points of panel and frame.

Initially, a force of approximately 10% the maximum expected load was applied. After unloading up to 5% of the maximum expected load, the horizontal load was increased monotonically until failure. The data from the mechanical extensometers and the automatic readings from the data acquisition system were filtered and combined for further processing.

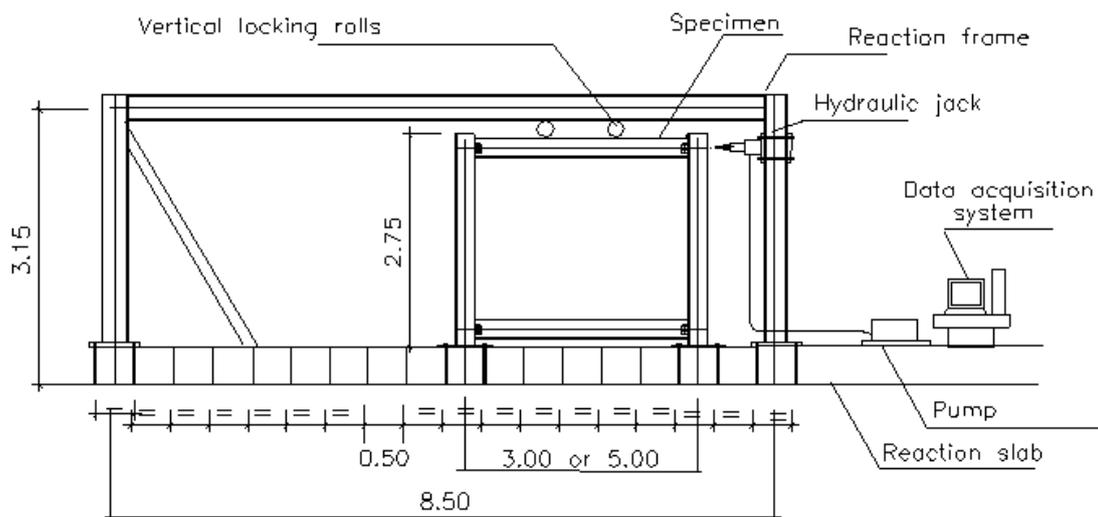


Figure 3 - Test set-up.

3 Experimental Results

Figure 4 presents the force-displacement diagrams corresponding to the six Type-I specimens tested, together with the response of the bare frame. The stiffening effect of the masonry panels is clearly visible, with the global stiffness of the structure increasing by a factor of about ten. Here, specimens 01-I and 02-I are with general purpose mortar and specimens 03-I to 06-I are with thin layer mortar. Specimens 01-I to 04-I are with closed loop bars at the vertical connection and specimens 05-I and 06-I are only with thin layer mortar. The tests with infilled frames were carried out until diagonal cracking of the panel, as this was considered non-acceptable damage for further use of the structure.

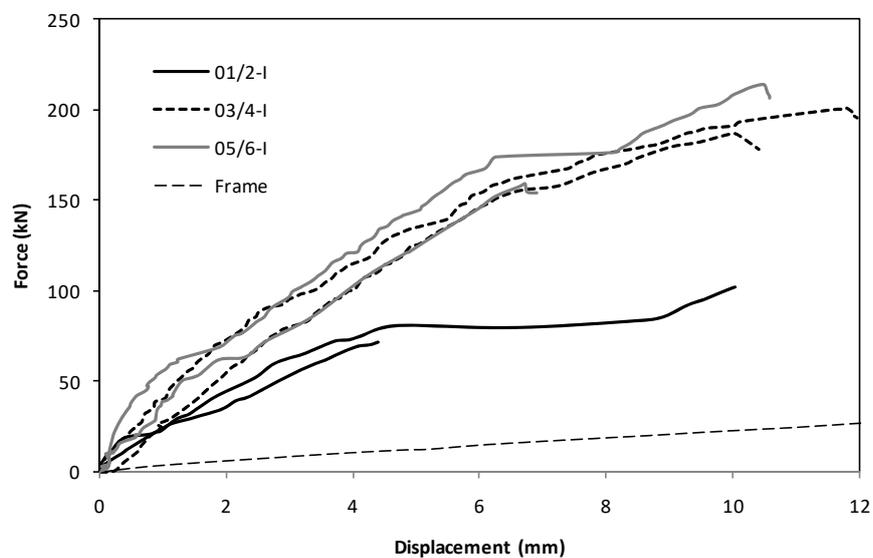


Figure 4 - Force-displacement diagram for specimens type I.

For the first two specimens (01-I and 02-I), failure occurred by diagonal shear mostly crossing the horizontal and vertical joints of the panel, as shown in Figure 5. The diagonal shear load was 71.2 kN and 83.5 kN respectively, for a horizontal displacement around 4.5 mm.

In the other four specimens (03-I to 06-I), there was a significant increase in the diagonal shear load with respect to the first two specimens. In these tests, almost no cracks appeared in mortar joints until reaching the cracking load, except for some minor movements at the interface. During the loading process the panel behaved as a monolithic panel, with a sudden straight diagonal tensile crack through the AAC units, as shown in Figure 6. The ultimate average load found was 198.2 kN for specimens 03-I and 04-I, and 172.5 kN for specimens 05-I and 06-I.

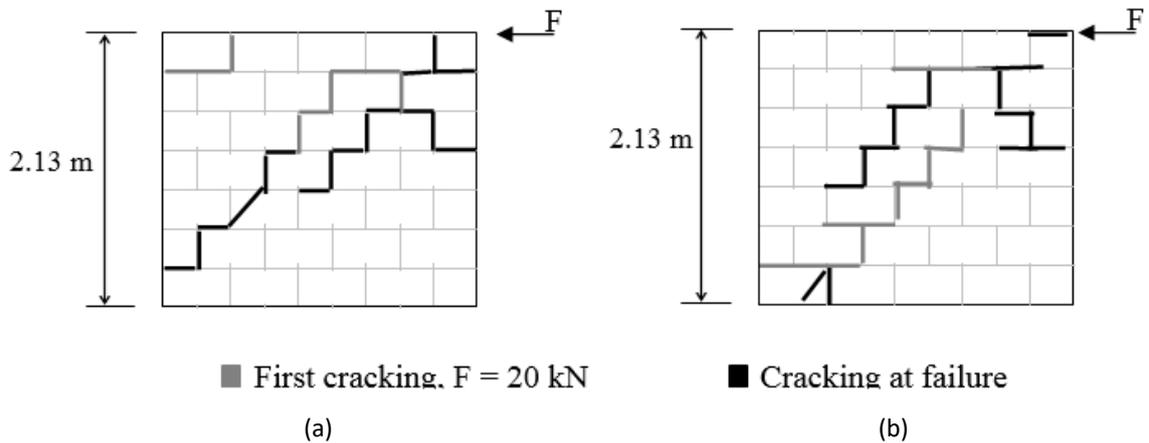


Figure 5 - Failure modes concerning for specimens built with general purpose mortar and closed loops at vertical interface: (a) 01-I; (b) 02-I.

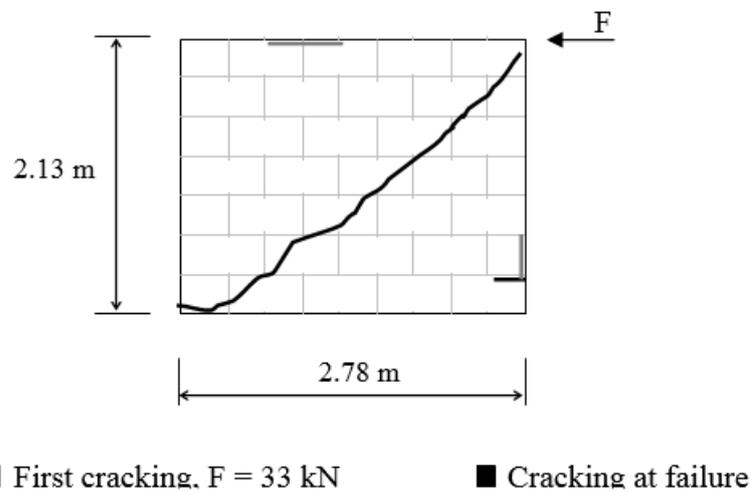


Figure 6 - Typical failure mode of specimens type I with thin layer mortar (specimen 03-I shown).

Figure 7 presents force-displacement diagrams corresponding to the two Type-II specimens tested. The ultimate average load found due to diagonal cracking was 196.5 kN. Around a load of 140 kN, crushing of compressed corners was initiated. A sudden straight diagonal crack through masonry units lead to final collapse of the wall. Before the diagonal crack, a vertical straight crack appeared, at an average load of 126.0 kN, aligned with the compressed toe of the panel (see Figure 8).

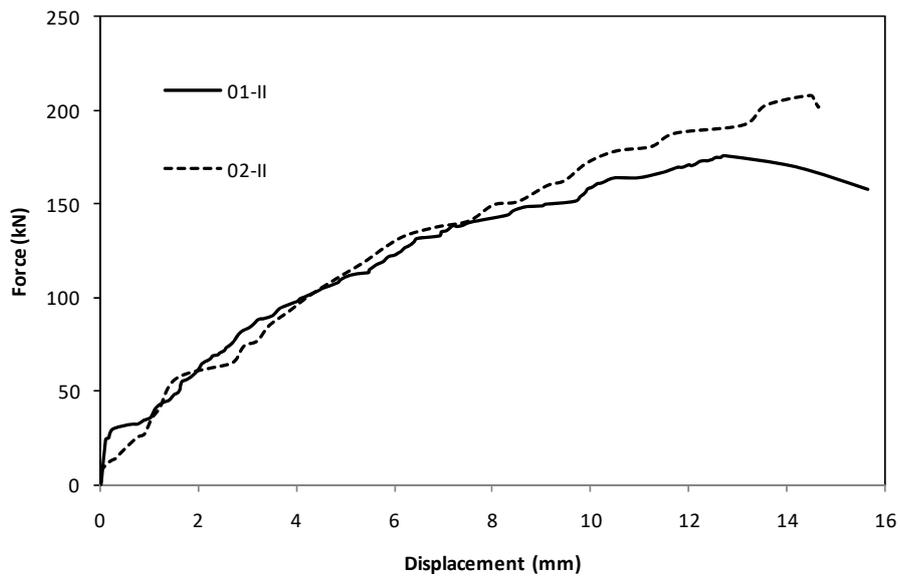


Figure 7 - Force-displacement diagram for specimens type II.

3.1 Influence of closed loop ties

Figure 4 shows the force-displacement diagrams of specimens 03-I to 06-I, with and without closed loop ties. It can be observed that the presence of the ties does not affect the stiffness of the infilled frames and has only a very moderate contribution to failure load. The increase in terms of average failure load is only about 15%, from 172.5 kN to 198.2 kN. Given difficulties of execution and cost of the operation, it is not recommended to adopt the solution of closed loop ties.

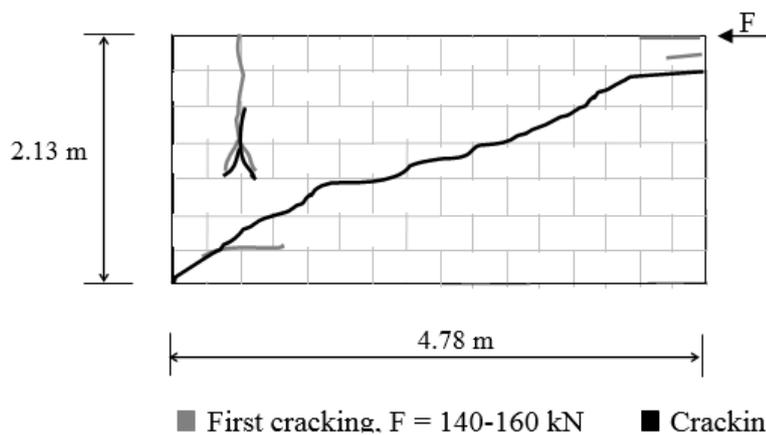


Figure 8 - Typical failure mode of specimens type II with thin layer mortar (specimen 01-II shown).

3.2 Influence of mortar type

Figure 4 shows also the force-displacement diagrams of specimens 01-I to 04-I, with general purpose mortar and thin layer mortar. It can be observed that the bond properties of the mortar have a major influence in the response, both in terms of stiffness and strength. In particular, an average strength increase of +160% is observed, from 77.4 kN to 198.2 kN. Moreover, the failure mode changes from a stepped diagonal crack, through vertical and horizontal joints, to a straight diagonal crack, through AAC units. In the first case, the tensile and shear strength of the joint is exhausted at failure whereas, in the second case, the tensile strength of the masonry blocks is triggered.

3.3 Influence of height/length ratio of the panels

Figure 9 shows the force-displacement diagrams of specimens 05-I and 06-I, and their equivalent longer specimens 01-II and 02-II. The height of the specimens is kept constant and thin layer mortar is used in the joints and vertical interfaces. It can be observed that the change in stiffness is only marginal, as the expected increase of stiffness due to a longer panel is counterbalanced by the longer span of the frame beams. The average failure load increases with the span of the panel (or decreases with the H/L ratio), but the increase is only about 15%, from 172.5 kN to 196.5 kN. Moreover, vertical cracks appear close to the specimen ends and the separation between the masonry panel and the columns is more noticeable in the larger panels (lower H/L ratio). If the vertical crack is assumed as the maximum load, then the average failure load reduces with the span of the panel (or increases with the H/L ratio) with a value of 30% from 172.5 kN to 126.0 kN.

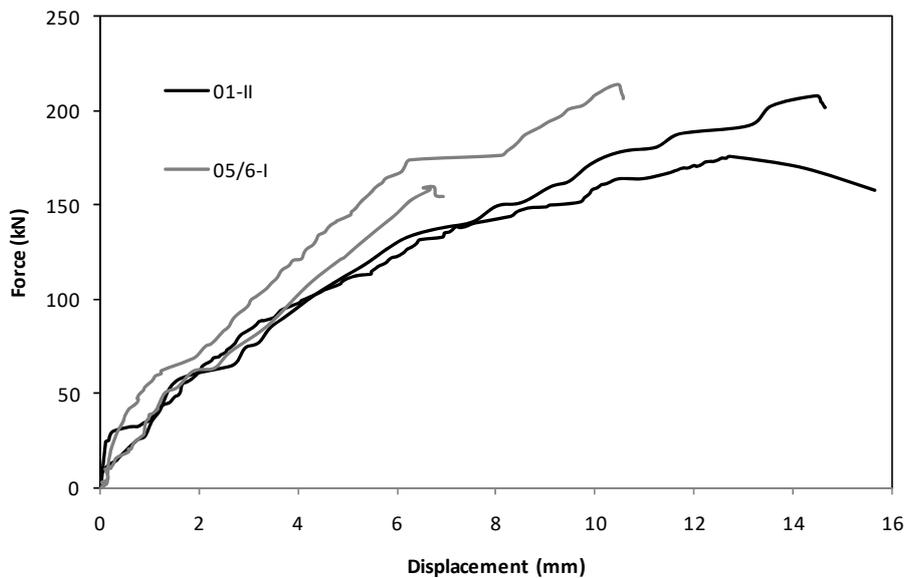


Figure 9 - Force-displacement diagrams: Comparison between a H/L ratio of 0.83 (05-I and 06-I) and a H/L ratio of 0.51 (01-II and 02-II)

4 Numerical Analysis

In order to further discuss the experimental results found, nonlinear finite element analysis was carried out for the specimens with thin layer mortar and no closed loop ties (05-I / 06-I and 01-II / 02-II). Simulation of masonry structures is normally carried out using macro-models, where a homogenised material is assumed, or a micro-model, where units and joints are represented separately (Lourenço, 2002).

The considerable bond strength of the thin layer mortar and the low strength of the autoclaved aerated concrete blocks lead to a relatively homogeneous masonry composite, where the joints do not represent a preferential cracking plane. Therefore, taking into account the rather localized crack obtained in the experimental results, a macro-model has been combined with discrete cracking along potential fracture lines pre-placed in the finite element mesh.

4.1 Adopted constitutive models and material properties

Interface elements with zero thickness were adopted to represent the possible separation between panel and frame, and the potential cracks in the locations observed in the experimental program. In addition, plane stress elements were used to represent the masonry composite, with the possibility of additional damage due to compression failure.

Linear elements have been used with a refined mesh so that stress locking problems can be minimized.

Non-linear behavior was considered in the continuum and in the interfaces, see Figure 10. For the continuum, a composite plasticity model with a compression and tension limiter has been used, see Feenstra and de Borst (1996) for details. In the model, linear behavior up to one-third of the compression strength f_{cm} is obtained, followed by parabolic hardening and softening. The energy exhausted in this degradation process is usually denoted as compressive fracture energy G_c . The tensile part of the yield criterion was not activated because a discrete cracking approach based on interface elements has been used. More complex anisotropic models specific for masonry, e.g. Lourenço et al. (1998), where not considered, as experimental data was insufficient. For the interface elements, used as a potential masonry crack or a potential interface separation between frame and masonry panel, a combination of Coulomb's friction law with a straight tension cut-off was adopted, see Lourenço and Rots (1997) for details. Here, failure is controlled by the cohesion c , the friction angle ϕ and the tensile strength f_t . Exponential softening is considered in the post-peak regime according to a mode I / tensile fracture energy G_f^I and a mode II / shear fracture energy G_f^{II} , with coupling of tension and shear degradation. The dilatancy angle, which controls the volume expansion upon shearing, is given by ψ .

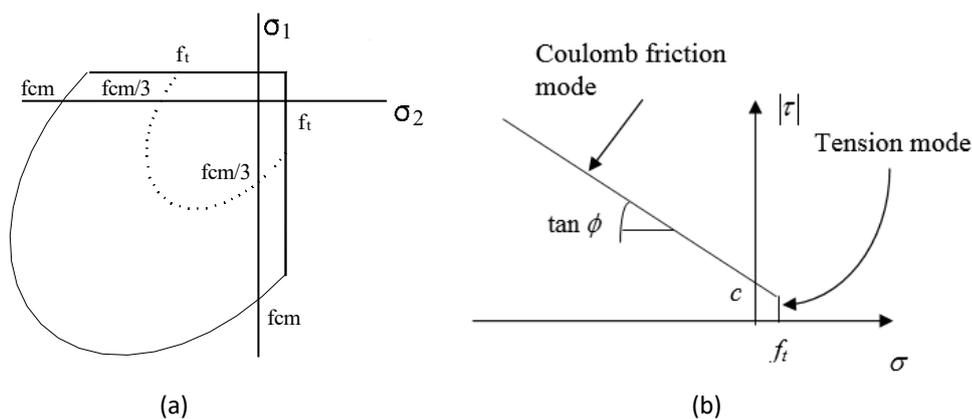


Figure 10 - Adopted non-linear material models: (a) continuum elements, Feenstra and de Borst (1996); (b) interface elements, Lourenço and Rots (1997). Here, f_{cm} is the compressive strength, f_t is the tensile strength, c is the cohesion and ϕ is the friction angle.

Table 2 shows the properties of the materials used in the numerical analysis, according to the experimental data found in Alvarenga (2002). Here, E denotes the Young's modulus

and ν denotes the Poisson's coefficient. k denotes the interface stiffness, which has been generally considered as an artificially high dummy value to avoid interpenetration, meaning that the interface only becomes active upon tensile or shear failure. The only exception is the beam-column interface, which has been calibrated from the tests in the bare frame.

Table 2 - Properties of the materials used in the numerical analysis, Alvarenga (2002)

ELEMENTS	PROPERTIES
Masonry panel	$f_{cm} = 2.6 \text{ N/mm}^2$
	$G_c = 4.0 \text{ N/mm}$
	$E = 1750 \text{ N/mm}^2$
	$\nu = 0.16$
Steel frame (elastic)	$E = 200000 \text{ N/mm}^2$
	$\nu = 0.30$
Beam-column interface (elastic)	$k = 2.0\text{E-}3 \text{ N/mm}^3$
	$k = 1.0\text{E}6 \text{ N/mm}^3$
Panel-frame interface	$\phi = 0.75$
	$c = 0.0$
	$f_t = 0.0$
	$k = 1.0\text{E}6 \text{ N/mm}^3$
Potential masonry crack	$c = 0.36 \text{ N/mm}^2$
	$f_t = 0.26 \text{ N/mm}^2$
	$G_f^I = 0.08 \text{ N/mm}$
	$\phi = 0.75$
	$G_f^{II} = 1.0 \text{ N/mm}$

It is noted that, for the masonry-frame interface, the tensile strength was considered equal to zero due to the difficulties found in ensuring a mortar connection with the steel frame, whereas for the potential masonry interface the value of the tensile strength was considered equal to 1/10 of the masonry compressive strength.

Loading was monotonically increased in order to obtain the complete behavior of the specimens, from elastic behavior, through separation between frame and panel, through diagonal cracking, up to crushing of the panel. Loading was carried out using the arc-length method and line searches, aiming at a globally convergent algorithm.

4.2 Type I specimen (Tests 05-I and 06-I)

Figure 11 presents the numerical results, which includes the diagram of horizontal force vs. horizontal displacement at the top of the specimen, incremental deformed mesh and minimum principal stresses. The load displacement diagram indicates an approximately linear relation, with a load drop at about 175 kN, due to the diagonal crack, and corner

crushing at about 320 kN. This is in agreement with experimental findings and literature, even if crushing could not be compared with experimental results, as the tests were stopped shortly after diagonal cracking not to damage the steel frame.

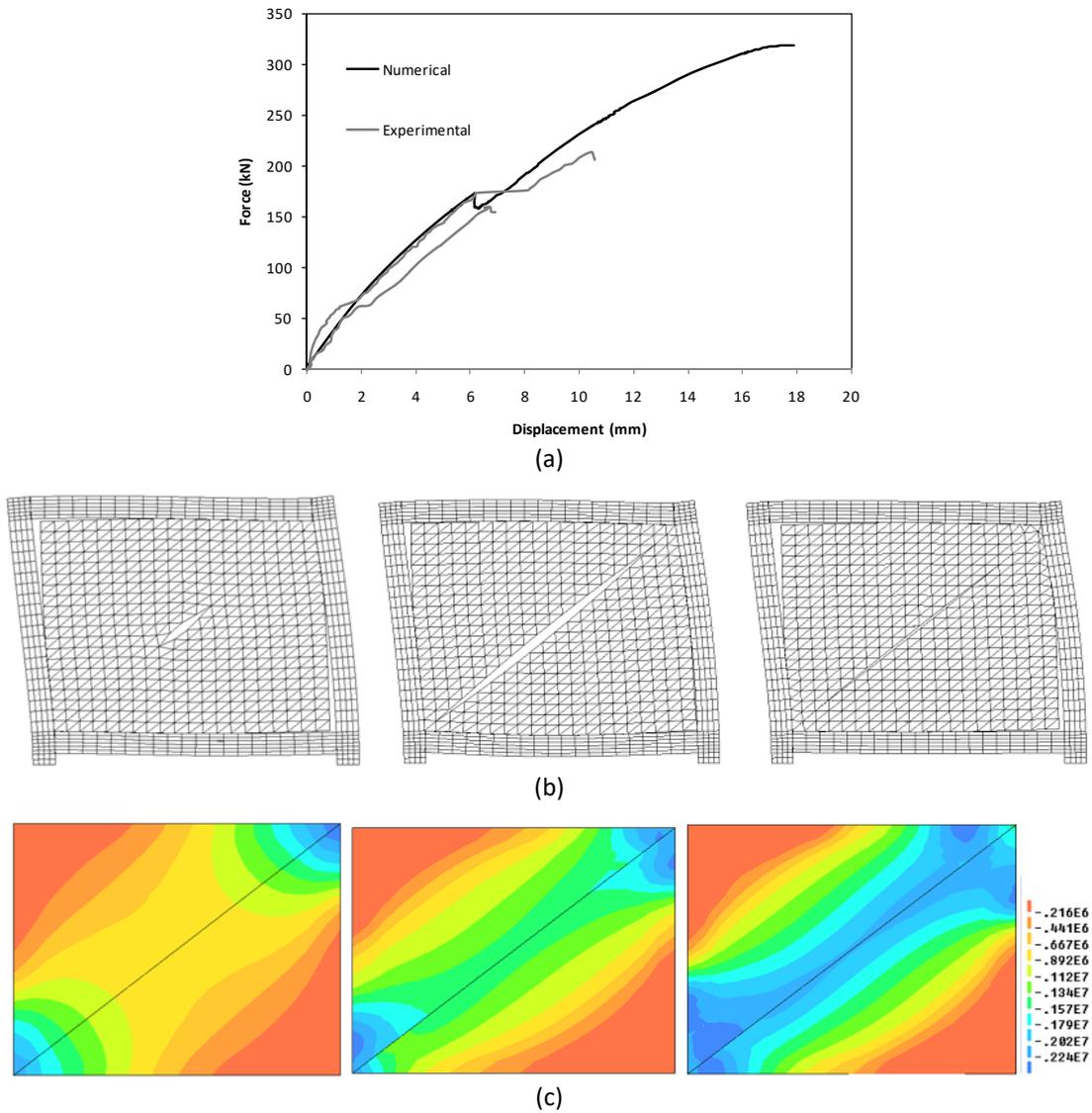


Figure 11 - Numerical results for Type I specimen: (a) force-displacement diagram; (b) incremental displacements at values of F equal to 175, 250 and 320 kN; (c) corresponding minimum principal stresses (in N/m^2).

Cracking is initiated in the central part of the panel, with very fast progression to the panel corners, see Figure 11b. This energy stored in the structure is higher than the energy dissipated in the diagonal crack and, for this reason, a load drop is found. This is obtained using arc length control in the numerical analysis but it is hard to obtain in experimental tests once the load applied to the structure has to be reduced.

As soon as the diagonal crack is fully formed, the load can again be increased with a very low loss of global stiffness, until the panel corners reach the maximum compressive strength. This is shown in Figure 11c, where the concentration of compressive stresses in a diagonal strut is observed, due to separation between masonry panel and frame. It is noted that, for early cracking, the compressive stresses are continuous over the potential crack. Once the cracks fully open and crushing is initiated, shearing in the joint is visible, as the compressive stresses are no longer continuous over the crack.

The contact between the panel and the frame was measured with a series of displacement transducers. Figure 12 shows that very good agreement was found between experimental and numerical values, reaffirming the adequate performance of the proposed model.

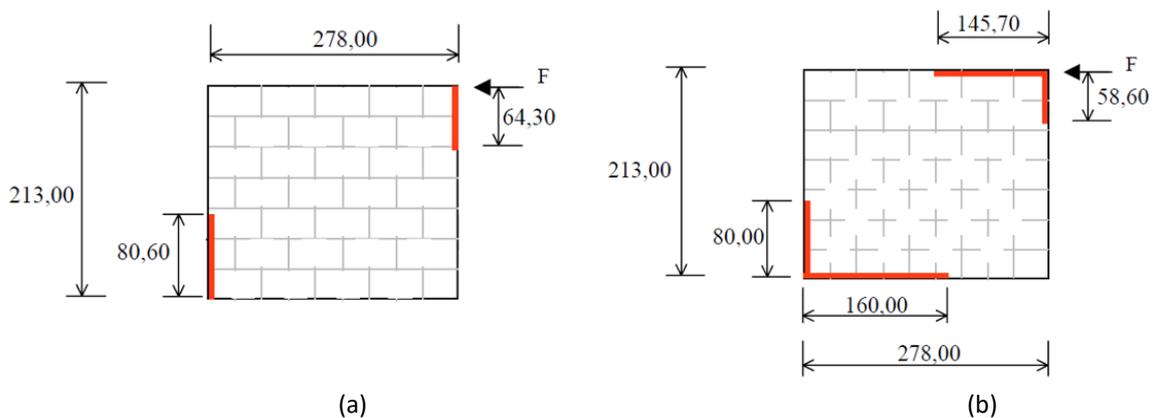
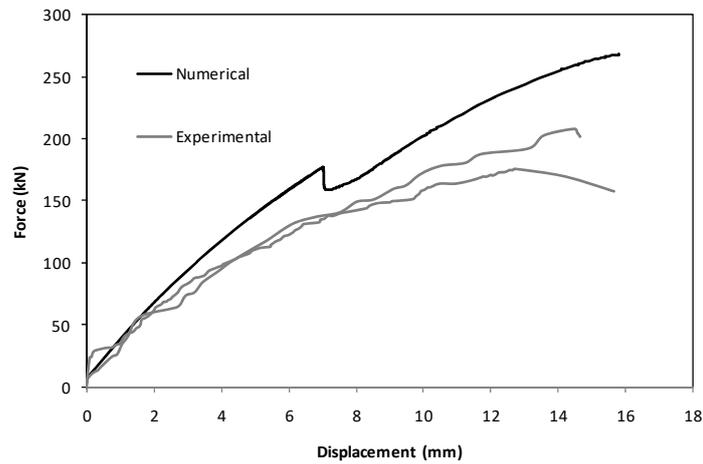


Figure 12 - Contact (cm) between frame and panel for $F = 170$ kN: (a) experimental (only vertical contact was measured); (b) numerical.

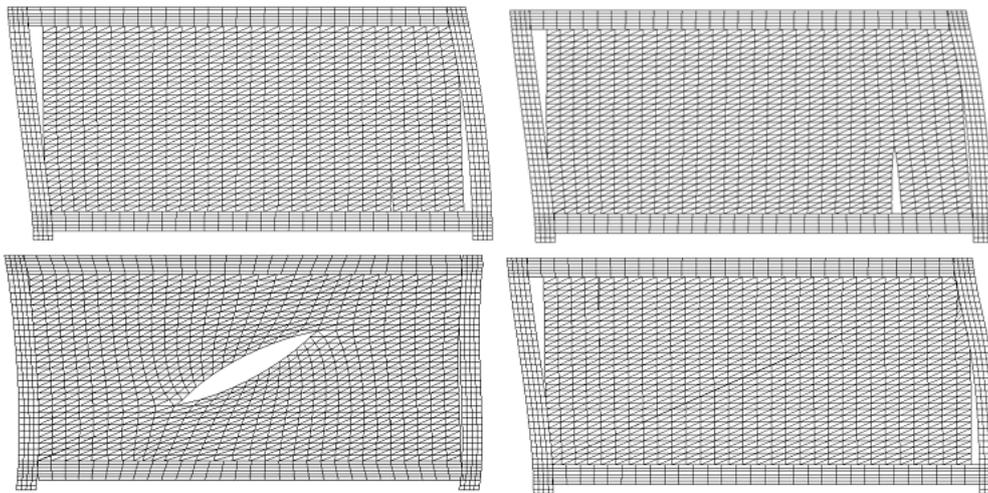
4.3 Type II specimen (Tests 01-II and 02-II)

In the type II specimen besides the diagonal potential crack also the vertical potential crack that appeared in the experimental tests has been considered. Figure 13 presents the numerical results in terms of force-displacement diagram, incremental deformed mesh, total deformed mesh and minimum principal stresses.

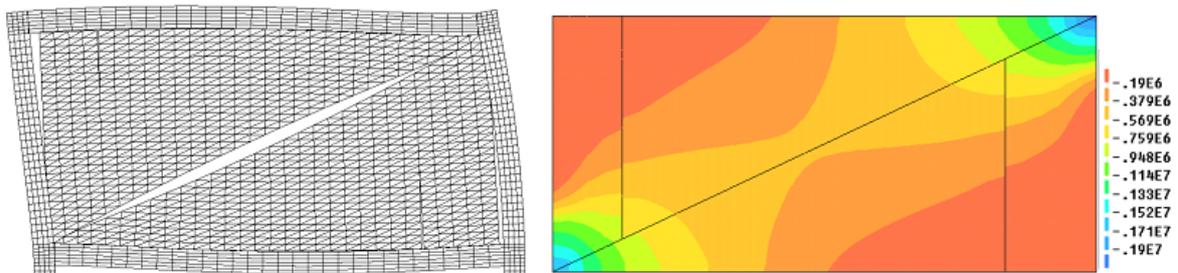
The load displacement diagram indicates again an approximately linear relation, with a load drop at about 170 kN, due to the diagonal crack, and corner crushing at about 270 kN. The tested specimens behaved differently, with 01-II exhibiting diagonal cracking for a force of 172 kN and 02-II exhibiting no cracking occurred up to a force of 210 kN, when the system was unloaded not to damage the steel frame. As the response is sensitive to the tensile strength of masonry, the different responses can be considered as normal.



(a)



(b)



(c)

Figure 13 - Numerical results for Type II specimen: (a) force-displacement diagram; (b) incremental displacements at values of F equal to 40, 100, 170 and 270 kN (failure); (c) total displacements and minimum principal stresses at failure (in N/m^2).

Separation between the panel and the frame is clearly visible at early stage of loading, see Figure 13b. Subsequently, a vertical crack occurs at the bottom right side of the panel (note that the crack in the specimens occurred symmetrically). This is followed by diagonal cracking initiated in the central part of the panel, with very fast progression to the panel corners. Finally, failure is reached with crushing of the masonry panel corners.

Figure 13c shows the total deformed mesh at failure with all cracks open and the diagonal strut typical in masonry infills.

The agreement in terms of load-displacement diagrams and contact length, shown in Figure 13, is less good for these specimens but can still be considered very reasonable given the complexity of the phenomena involved and the fact that different responses have been obtained in the two tested specimens.

5 Conclusions

A numerical-experimental evaluation of aerated autoclaved (AAC) masonry infilled frames was accomplished, by varying parameters such as: height/length ratio of the frames, mortar, and connection elements in the frame-panel interface. The contribution of the masonry panels for the stiffness (and certainly strength) of the infilled frames were confirmed.

The most important additional conclusions from the experimental program were: (a) usage of thin layer polymeric mortar changes the behavior of AAC masonry to a stiffer and more homogeneous material, with joints behaving no longer as a weakness plane. This mortar provides an increase of tensile strength, which doubled the diagonal cracking load of the masonry panel. Standard cement and lime based mortars are not recommended for the present application; (b) the closed loop bar connection between panel and frame, placed at masonry joints, provides very low beneficial effect in terms of stiffness or strength, and should not be used; (c) a high height/length ratio provides a single diagonal crack for the present infill material, while a low ratio provides also vertical cracks at the corners subjected to tension.

Numerical simulation of the specimens was accomplished by nonlinear analysis, and the obtained results were compared with the experimental ones. This allowed to demonstrate the effectiveness of the proposed numerical model, which uses a homogenous material for compressive crushing and interface elements for the possible separation between frame and panel, and for potential masonry cracks. The model allowed also to measure the contact length between panel and frame, and to predict ultimate failure of the panel due to compressive failure of the panel corners.

6 References

- ALVARENGA, Rita de Cássia S.S. Theoretical-experimental analysis of steel frames infilled with aerated autoclaved concrete masonry. PhD thesis. **School of Engineering of São Carlos**, University of São Paulo, Brazil (in Portuguese). 380p. 2002.
- CALVI, G.M.; BOLOGNINI, D. Seismic response of reinforced concrete frames infilled with weakly reinforced masonry panels. **Journal of Earthquake Engineering**, 5(2), 153-185. 1991.
- DAWE, J.L.; SEAH, C.K. Behaviour of masonry infilled steel frames. **Canadian Journal of Civil Engineering**. p. 865-876. 1989.
- DHANASEKAR, M.; PAGE, A.W. The Influence of brick masonry infill properties on the behavior of infilled frames. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, part 2, 81, 593-605. 1986.
- FEENSTRA, P.H., BORST, R. A composite plasticity model for concrete. **Int. J. Solids Structures**, 33(5), 707-730. 1996.
- HAMID, A.A.; EL-DAKHAKHNI, W.W.; HAKAM, Z.H.R.; ELGAALY, M. Behavior of composite unreinforced masonry-fiber-reinforced polymer wall assemblages under in-plane loading. **Journal of Composites for Construction**, 9(1), 73-83. 2005.
- HOLMES, M. Steel frames with brickwork and concrete infilling. **Proc. Inst. Civ. Eng.**, 19, 473-478. 1961.
- KAUFFMAN, A. L. Cyclic In-Plane Lateral Load Testing of Masonry Infill Walls with Structural Fuse Elements. Master's Thesis. **The Pennsylvania State University**, Pennsylvania, EUA. 415p. 2009.
- KING, G.J.W.; PANDEY, P.C. The analysis of infilled frames using finite elements. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, part 2, 65, 749-760. 1978.
- LIAUW, T.C., KWAN, K.H. Non-linear analysis of multi-storey infilled frames. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, Part 2, 73, 441-454. 1982.
- LIAUW, T.C., LEE, S.W. On the behaviour and the analysis of multi-storey infilled frames subjected to lateral loading. **Proc. Inst. Civ. Eng.**, 63, 641-657. 1977.
- LOURENÇO, P.B., ROTS, J.G. Multisurface interface model for the analysis of masonry structures, **J. Engrg. Mech.**, ASCE, 123(7), 660-668. 1997.
- LOURENÇO, P.B., ROTS, J.G., BLAAUWENDRAAD, J. Continuum model for masonry: Parameter estimation and validation. **J. Struct. Engrg.**, ASCE, 124(6), p. 642-652. 1998.
- LOURENÇO, P.B. Computations of historical masonry constructions **Progress in Structural Engineering and Materials**, 4(3), p. 301-319. 2002.
- MADAN, A.; REINHORN, A.M.; MANDER, J.B.; VALLES, R.E. Modeling of masonry infill panels for structural analysis. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, 123(10), 1295-1302. 1997.
- MALLICK, D.V., SEVERN, R.T. The behavior of infilled frames under static loading. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, 38, 639-656. 1967.

MAINSTONE, R J. Supplementary note on the stiffness and strength of infilled frames. CP13 74, **Build. Res. Establishment**. London, England. 1971.

MEHRABI, A.B.; SHING, P.B. Finite element modelling of masonry-infilled RC frames. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, 123(5), 604-613. 1997.

MOSALAM, K.M.; WHITE, R.N.; GERGELY, P. Static response of infilled frames using quasi-static experimentation. **Journal of Structural Engineering**. 123(11), p. 1462-1469. 1997.

POLYAKOV, S.V. On the interaction between masonry filler walls and enclosing frame when loaded in the plane of the wall. **Earthquake Engineering**. Earthquake Engineering Research Institute, San Francisco, 36-42. 1960.

RIDDINGTON, J.R.; STAFFORD-SMITH, B. Composite method of design for heavily loaded wall-beam structures. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, Part 1, 64, 137-151. 1978.

STAFFORD-SMITH, B. Behaviour of square infilled frames. **Journal of the Structural Division**, ASCE, 92(ST1), 381-403. 1966.

STAFFORD-SMITH, B.; CARTER, C. A method of analysis for infilled frames. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, 44, 31-48. 1969.

Estudo de barras de aço fletidas do sistema *light steel framing* com a presença de furos

Rafael Luiz Galvão de Oliveira^{1*}, Rodrigo Barreto Caldas², Francisco Carlos Rodrigues³

¹ Engenheiro Civil, rafaelluiz_go@hotmail.com; ² Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, caldas@dees.ufmg.br; ³ Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, francisco@dees.ufmg.br.

Study of steel bars of the light steel framing system under bending with the presence of holes

Resumo

Neste trabalho apresenta-se um estudo sobre a capacidade resistente de perfis formados a frio, usuais no sistema *light steel framing* (LSF), fletidos e com a presença de furos. A norma ABNT NBR 14762:2010 somente aborda o dimensionamento, com a presença de furos, para barras tracionadas e para ligações parafusadas. São apresentados estudos realizados e o procedimento da norma norte americana AISI S100-16 para o dimensionamento de perfis com furos. Neste artigo, o *software* desenvolvido por Oliveira *et al* (2018) para dimensionamento de perfis formados a frio fletidos, com a presença de furos, é validado. A presença de furos padronizados em almas de perfis Ue pode causar redução de até 18,8% no momento fletor resistente de barras usuais do sistema LSF e de até 72,6% da força cortante resistente, portanto deve ser considerada no dimensionamento.

Palavras-chave: Light steel framing, furos, perfurações.

Abstract

This paper presents a theoretical study on the resistance of cold-formed steel sections, usually used on the light steel framing construction system, under bending and with the presence of holes. The Brazilian Standard ABNT NBR 14762:2010 presents the design rules only for members subject to axial tensile and bolted connections. Some studies on the cold-formed steel profiles with holes are presented, as well as the design method for cold-formed sections with holes of the North American Standard AISI S100-16. The software developed by Oliveira *et al* (2018), for the design of cold-formed sections with openings in bending, was validated. The presence of the standards holes in web can cause a reduction in flexure strength up to 18,8% and a reduction in shear strength up to 72,6%, therefore it should be taken in accounting on the structural design.

Keywords: Light steel framing, holes, perforations.

* autor correspondente

1 Introdução

Os perfis formados a frio adotados no sistema construtivo *Light Steel Framing* (LSF) usualmente recebem furos para a passagem de tubulações elétricas, hidráulicas e afins. Segundo Moen e Schafer (2008) a existência de furos nos perfis podem alterar a rigidez elástica e a capacidade resistente das barras. Segundo Moen e Schafer (2009), a execução de furos na alma dos perfis reduz a rigidez rotacional fornecida à mesa, de modo que a força axial e o momento fletor de flambagem distorcional elástica diminuam.

A norma brasileira ABNT NBR 14762:2010, Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio, não aborda o dimensionamento de perfis com furos em seu escopo, com exceção dos capítulos que tratam de barras tracionadas e ligações parafusadas. Deste modo, é necessário lançar mão do código normativo norte americano *American Iron and Steel Institute* (AISI) S100-16, que apresenta formulações para o dimensionamento de perfis com furos.

Neste trabalho são apresentadas as reduções provocadas no momento fletor resistente de cálculo e na força cortante resistente de cálculo pela presença de furos na alma de perfis Ue. São apresentados gráficos para os perfis usuais no sistema *light steel framing*. Tais resultados podem ser utilizados para o projeto de barras fletidas, com os perfis e condições analisadas, para prever a influência dos furos em sua capacidade resistente.

Para a determinação dos esforços resistentes, adotou-se a formulação presente na norma norte americana AISI S100-16 para o dimensionamento perfis formados a frio com furos. O *software* desenvolvido por Oliveira *et al* (2018) é validado para o dimensionamento de barras fletidas, por meio de uma comparação com resultados analíticos obtidos via método da resistência direta (MRD) e ensaios experimentais realizados por Moen *et al* (2013). Também é apresentado de maneira mais detalhada o comportamento de barras submetidas à flexão, com os perfis usualmente adotados no sistema *light steel framing*.

2 Prescrições da AISI S100-16

A norma norte americana *American Iron and Steel Institute* (AISI) S100-16, *North American Cold-Formed Steel Specifications* trata do dimensionamento de perfis formados a frio. Esta norma apresenta uma formulação completa para o dimensionamento de perfis formados a frio com a presença de furos. A nomenclatura adotada é apresentada na Figura 1.

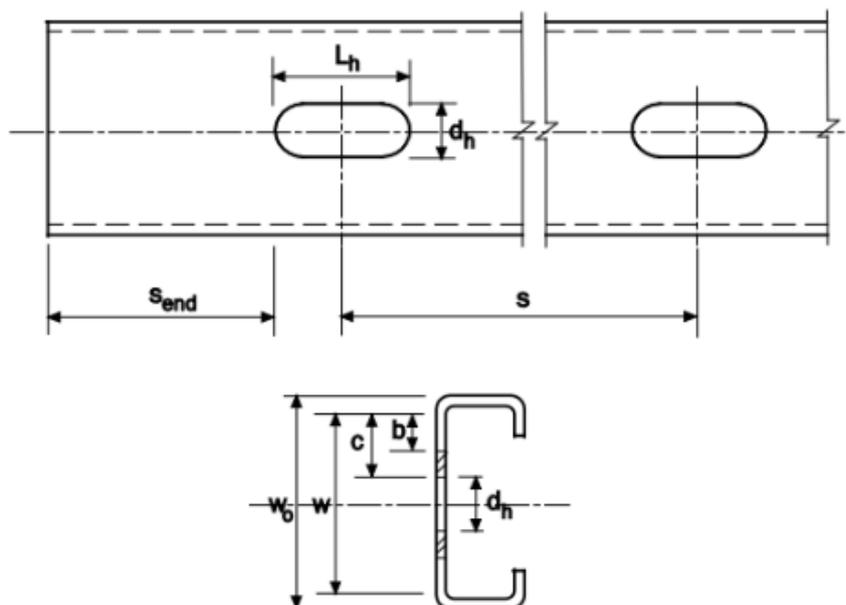


Figura 1 - Nomenclatura adotada na norma AISI S100-16

Na Figura 1, L_h é o comprimento do furo, d_h é o diâmetro do furo, s é o espaçamento entre o centro de furos, s_{end} é a distância entre a borda do furo e a borda do perfil, w_o é a altura nominal do perfil, w é a altura da parte plana do perfil, c é a distância entre borda do furo e início da curva do perfil, b é a largura efetiva do elemento.

2.1 Método da Largura Efetiva aplicado em almas de perfis Ue submetidas à flexão

Para almas de perfis Ue com a presença de furos e sujeitas a flexão, a norma AISI S100-16 recomenda, em seu item 1.1.3 do apêndice 1, que para as relações $d_h/h < 0,38$ deve-se adotar as formulações apresentadas em sua seção 1.1(a), para cálculo da largura efetiva do elemento, assumindo que não existe furo na alma.

Para as relações $d_h/h \geq 0,38$ o cálculo da largura efetiva da alma deve ser feito conforme seção 1.2.1(a) da AISI S100-16, assumindo que a parte comprimida da alma

consiste em um elemento não enrijecido adjacente ao furo, submetida à máxima tensão de compressão, f_1 .

Adicionalmente, as seguintes disposições construtivas devem ser atendidas:

- a) relação $d_h/h \leq 0,70$;
- b) relação $h/t \leq 200$;
- c) furos centralizados na meia altura da alma do perfil;
- d) distância entre furos ≥ 457 mm (18 in);
- e) furos não circulares com raio de borda $\geq 2t$;
- f) furos não circulares com $d_h \leq 63,5$ mm (2,5 in) e $L_h \leq 114$ mm (4,5 in);
- g) diâmetro dos furos circulares ≤ 152 mm (6 in);
- h) diâmetro dos furos, $d_h > 14,3$ mm (9/16 in).

Para o cálculo da largura efetiva do elemento, em estado-limite de serviço, é necessário adotar a formulação apresentada na seção 1.1.2(a) assumindo que não existe furo na alma.

2.2 Força resistente ao cisalhamento de perfis Ue com furos na alma

O item G3 da norma AISI S100-16 recomenda que a força resistente de cisalhamento de perfis Ue com furos na alma seja calculada conforme a seção G2.3, que trata de perfis sem furos. Em seguida, se aplica o fator de redução q_s sobre a força resistente, conforme apresentado na Equação 1a e Equação 1b:

$$q_s = 1,0 \quad \text{se } c/t \geq 54 \quad \text{(Equação 1a)}$$

$$q_s = c/54t \quad \text{se } 5 \leq c/t < 54 \quad \text{(Equação 1b)}$$

Onde c é um fator que varia para furos circulares e não circulares e pode ser obtido pela Equação 2a para furos circulares e pela Equação 2b para furos não circulares:

$$c = h/2 - d_h/2,38 \quad \text{para furos circulares} \quad \text{(Equação 2a)}$$

$$c = h/2 - d_h/2,00 \quad \text{para furos não circulares} \quad \text{(Equação 2b)}$$

Adicionalmente, as disposições construtivas apresentadas anteriormente devem ser atendidas.

2.3 Força resistente a *web crippling*

O item G6 da norma AISI S100-16 recomenda que a força resistente a *web crippling* de perfis Ue com furos na alma seja calculada conforme a seção G5, que trata de perfis sem furos. Em seguida, deve-se aplicar o fator de redução R_c sobre a força resistente, conforme apresentado na Equação 3a para a condição EOF (*End One Flange*) e na Equação 3b (*Interior One Flange*) para a condição IOF:

$$R_c = 1,01 - 0,325d_h / h + 0,083x / h \leq 1,0, \text{ sendo } N \geq 25,4 \text{ mm} \quad (\text{Equação 3a})$$

$$R_c = 0,90 - 0,047d_h / h + 0,053x / h \leq 1,0, \text{ sendo } N \geq 76,2 \text{ mm} \quad (\text{Equação 3b})$$

Sendo x a menor distância entre a borda do furo e a mesa, d_h o diâmetro do furo, h a altura da seção transversal e N a largura do apoio. As condições de carregamento externo sobre uma mesa ou *Extern One Flange* (EOF) e carregamento interno sobre uma mesa *Intern One Flange* (IOF) são apresentadas na Figura 2:

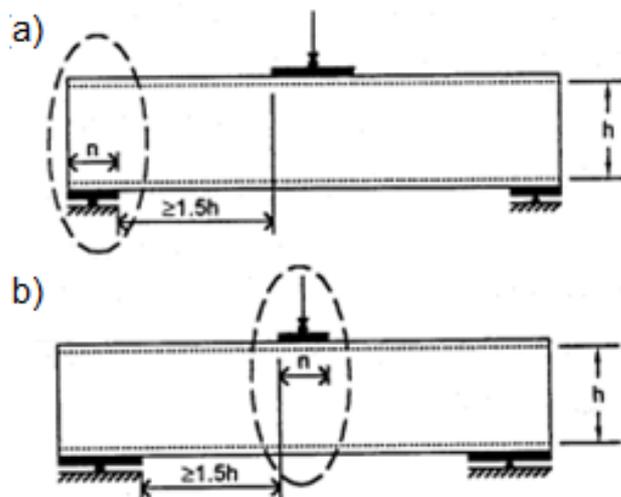


Figura 2 - Condições de carregamento. (a) Carregamento externo sobre uma mesa (EOF), (b) Carregamento interno sobre uma mesa (IOF) (Fonte: AISI Report RP02-2, modificada)

Adicionalmente, as disposições construtivas apresentadas anteriormente para o cálculo da largura efetiva de almas de perfis Ue submetidas à flexão devem ser atendidas.

2.4 Método da Resistência Direta aplicado a perfis com furos

A norma AISI S100-16 apresenta nas seções E4.2 e F4.2 as formulações para o dimensionamento de perfis com a presença de furos via método da resistência direta. Moen e Schafer (2009) apresentam uma metodologia para obtenção das forças de flambagem elástica de perfis formados a frio com furos pelo método das faixas finitas, para tanto, adota-se o CUFSM, um *software* para análise da estabilidade elástica de perfis formados a frio, desenvolvido por Li e Schafer (2010).

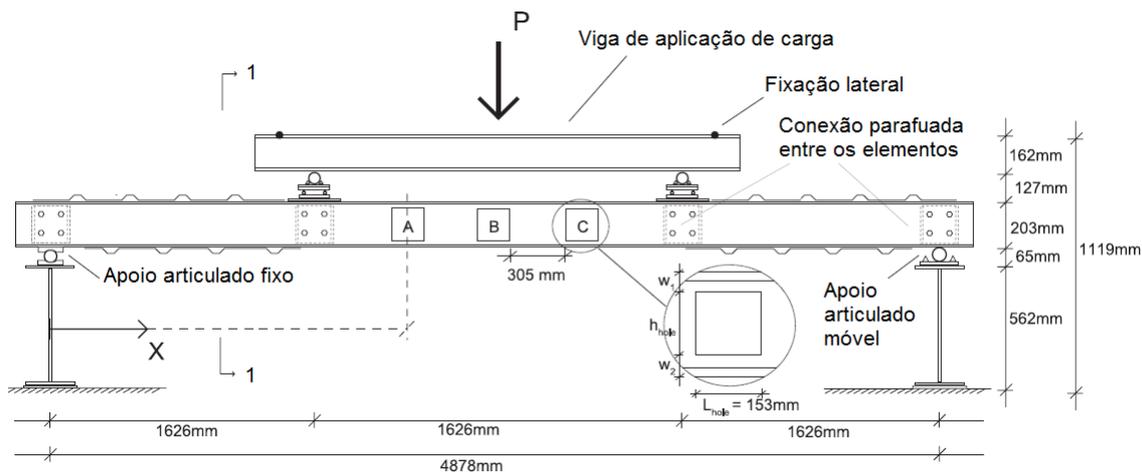
3 Validação do aplicativo desenvolvido para o dimensionamento de barras submetidas à flexão com a presença de furos

Para avaliar experimentalmente o comportamento de barras formadas a frio fletidas com furos na alma, Moen *et al* (2013) realizaram ensaios em dezoito peças, sendo nove com furos e nove sem furos. Uma seção transversal comercial sujeita à distorção foi escolhida e uma atenção especial foi dada para a amplificação da deformação causada pela instabilidade distorcional nas peças com furos. Este ensaio foi realizado em flexão de quatro pontos com controle de deslocamentos, conforme apresentado na Figura 3.

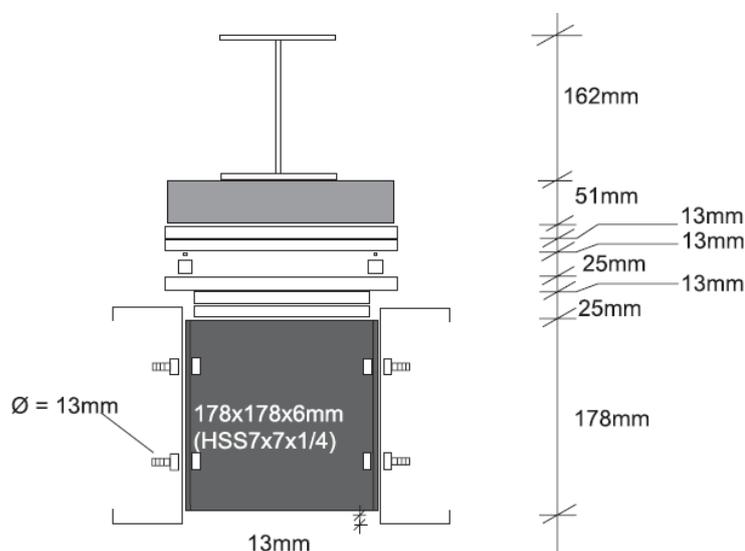
Cada corpo de prova possuía três furos retangulares em sua alma, feitos com um sistema de corte de água pressurizada. A dimensão dos furos foi escolhida de modo a garantir que a relação entre inércia bruta da seção e inércia líquida na região dos furos fosse de 0,90 para os modelos H0.9 e de 0,80 para os modelos H0.8.

Os momentos fletores nominais resistentes foram calculados para cada perfil, incluindo a influência dos furos, via método da resistência direta. A análise de estabilidade elástica foi realizada conforme recomendações de Moen e Schafer (2009).

Moen *et al* (2013) observaram que o momento resistente sofreu uma redução média de 19% para as peças com $I_{net} / I_g = 0,90$ e de 34% para as peças com $I_{net} / I_g = 0,80$. Nestas peças foram observadas instabilidades distorcionais na região do furo, acompanhadas de instabilidades locais na região comprimida da alma próxima ao furo. Para alguns modelos observou-se o colapso repentino da peça na região do furo.



(a) Vista em elevação



(b) Corte 1-1

Figura 3 - Esquema adotado nos ensaios realizados por Moen *et al* (2013)

Moen *et al* (2013) concluíram que a presença de furos reduz a capacidade resistente do perfil e aumentam os deslocamentos provenientes da instabilidade distorcional. Também foi comprovado que o método da resistência direta é viável para cálculo do momento fletor resistente de perfis Ue analisados no experimento.

As propriedades geométricas das seções dos perfis ensaiados são apresentadas na Tabela 1. Os autores calcularam os momentos fletores de flambagem local elástica (M_{nl}), flambagem distorcional elástica (M_{nd}) e flambagem global elástica (M_{ne}) considerando a existência dos furos. Tais valores foram usados para determinar o momento fletor resistente nominal (M_n) via método da resistência direta. Os valores

obtidos estão apresentados na Tabela 2, juntamente com os momentos fletores resistentes obtidos nos ensaios (M_{test}).

Tabela 1 – Dimensões das seções ensaiadas – Moen *et al* (2013)

Modelo	f_y	t	H	B_1	B_2	D_1	D_2
	MPa	mm	mm	mm	mm	mm	mm
H0.9-1.1	365	1,76	203	63,7	62,6	13,7	15,6
H0.9-2.2	363	1,77	203,1	62,6	63,6	15,3	13,9
H0.9-3.1	370	1,77	203	62,8	63,4	15,5	13,8
H0.8-1.2	360	1,77	203	63,5	62,9	14	15,2
H0.8-2.2	363	1,75	203,1	63,5	62,7	14,3	15,3
H0.8-3.2	376	1,76	203,1	63,4	62,6	14	15,2

Tabela 2 – Cálculo do momento fletor resistente nominal pelo MRD – Moen *et al* (2013)

Modelo	M_n calculado via MRD						M_{test} obtido no ensaio	
	M_y	M_{ynet}	M_{ne}	M_{nl}	M_{nd}	M_n	M_{test}	M_{test} / M_n
	kN m	kN m	kN m	kN m	kN m	kN m	kN m	
H0.9-1.1	13,20	11,98	12,70	11,50	9,40	9,40	9,70	1,03
H0.9-2.2	13,20	11,90	12,60	11,50	9,70	9,70	10,50	1,08
H0.9-3.1	13,40	12,32	12,80	11,80	9,90	9,90	10,80	1,09
H0.8-1.2	13,20	10,67	12,40	11,40	8,50	8,50	8,20	0,96
H0.8-2.2	13,30	10,78	12,40	11,40	8,60	8,60	8,60	1,00
H0.8-3.2	13,80	11,16	12,90	11,70	8,80	8,80	8,60	0,98

Os momentos fletores resistentes nominais (M_{Rk}) para as barras ensaiadas foram calculadas por meio do aplicativo CFD desenvolvido neste trabalho e são apresentados na Tabela 3, na qual, também está desenvolvida uma comparação entre os valores obtidos.

Tabela 3 - Cálculo do momento fletor resistente de cálculo pelo aplicativo CFD

Modelo	M_{Rk} [kN m]	M_{test} / M_{Rk}	M_n / M_{Rk}
H0.9-1.1	9,44	1,03	1,00
H0.9-2.2	9,48	1,11	1,02
H0.9-3.1	9,6	1,12	1,03
H0.8-1.2	8,5	0,96	1,00
H0.8-2.2	8,47	1,02	1,02
H0.8-3.2	8,71	0,99	1,01

Com base na Tabela 3, observa-se que os momentos fletores obtidos via aplicativo são coerentes com os valores obtidos no ensaio experimental. Para o modelo H0.9-2.2, observou-se uma diferença percentual máxima entre os valores calculados de 12%. Observa-se também consonância entre os valores calculados via método da resistência direta por Moen *et al* (2013) e via aplicativo desenvolvido, onde foi observada uma diferença percentual máxima de 3%, o que é aceitável uma vez que o aplicativo trabalha com o método da largura efetiva e pode fornecer resultados ligeiramente diferentes que os resultados obtidos pelo método da resistência direta.

4 Estudo de barras fletidas do sistema LSF com furo oblongo

4.1 Influência da presença de furos no comportamento de barras fletidas

Na Figura 4 é possível observar o gráfico que apresenta o comportamento do perfil Ue 90x40x12x0,80 submetido à flexão, com furos oblongos na alma. Este gráfico apresenta a força distribuída solicitante de cálculo (q_{sd}) que pode ser aplicada no perfil em função de seu comprimento, limitado a 200 cm.

Foi considerada a relação d_h/h variando de 0,40 até 0,70 uma vez que para relações $d_h/h < 0,38$ a presença do furo pode ser desconsiderada no dimensionamento à flexão, conforme prescrições da AISI S100-16. Foi apresentado também o comportamento do perfil sem furos. Para elaboração do gráfico, adotou-se aço ZAR230 e considerou-se um travamento central, de modo que $K_yL_y = K_zL_z = K_xL_x / 2$.

A carga distribuída solicitante de cálculo, q_{sd} , é igual a máxima carga distribuída que pode ser aplicada na barra. Essa foi tomada como a menor entre os estados-limites de:

- i) momento fletor resistente de cálculo;
- ii) força cortante resistente de cálculo;
- iii) deslocamento máximo para vigas biapoiadas.

Conforme apresentado na equação 4:

$$q_{Sd} \leq \begin{cases} \frac{8M_{Rd}}{L^2} \\ \frac{2V_{Rd}}{L} \\ 1,4 \left(\frac{384}{5} \right) \frac{EI_{ef}}{350L^3} \end{cases} \quad \text{(Equação 4)}$$

O momento fletor resistente de cálculo foi calculado como o menor dos estados limites de início de escoamento da seção efetiva e flambagem lateral com torção. Foi adotada a formulação apresentada na norma AISI S100-16 para o cálculo da largura efetiva de elementos com furos sob flexão. O coeficiente C_b foi tomado como 1.

A força cortante resistente de cálculo, V_{Rd} foi obtida conforme apresentado na NBR 14762:2010, considerando a alma sem enrijecedores transversais, sendo $k_v=5$. Para o cálculo da força cortante resistente de cálculo de perfis com furos, o coeficiente de redução q_s apresentado na norma AISI S100-16 foi aplicado.

Foi considerado o deslocamento admissível como $L/350$, conforme recomendações da ABNT NBR 14762:2010 para vigas de piso. Para cálculo do deslocamento, o momento de inércia efetivo foi obtido desconsiderando a existência de furos, conforme recomendado no item 1.1.2 na AISI S100-16. Considerou-se que q_{Sd} é 1,4 vezes a carga distribuída característica.

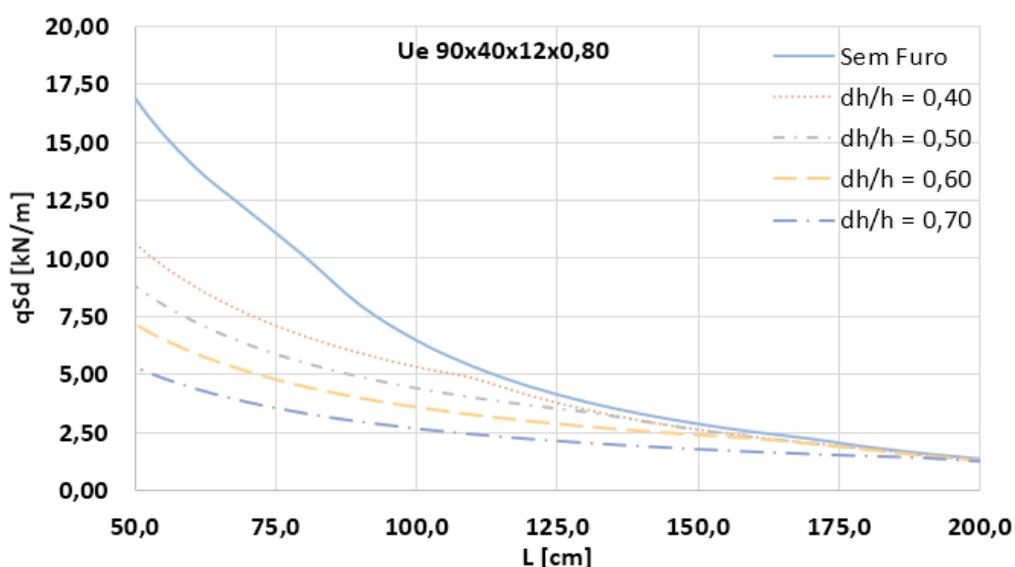


Figura 4 - Gráfico da força distribuída de cálculo que pode ser aplicada em uma viga com seção Ue 90x40x12x0,80 e a presença de furos oblíquos

4.2 Influência da existência de furos no momento fletor resistente de cálculo

Nesta seção será avaliada a influência que a existência de furos na alma de perfis formados a frio causa no momento fletor resistente de cálculo. Serão apresentados gráficos $q_{sd} \times L$ para os perfis usuais no sistema *light steel framing*. Sendo q_{sd} é a máxima carga distribuída de cálculo que pode ser aplicada no perfil, considerando os estados-limites de momento fletor resistente de cálculo e deslocamento admissível para vigas, conforme equação 5:

$$q_{sd} \leq \begin{cases} \frac{8M_{Rd}}{L^2} \\ 1,4 \left(\frac{384}{5} \right) \frac{EI_{ef}}{350L^3} \end{cases} \quad \text{(Equação 5)}$$

De maneira semelhante ao realizado na seção anterior, o momento fletor resistente de cálculo foi calculado como o menor dos estados limites de início de escoamento da seção efetiva e flambagem lateral com torção. Foi adotada a formulação apresentada na AISI S100-16 para o cálculo da largura efetiva de elementos com furos sob flexão e o coeficiente C_b foi tomado como 1. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 5 a 11.

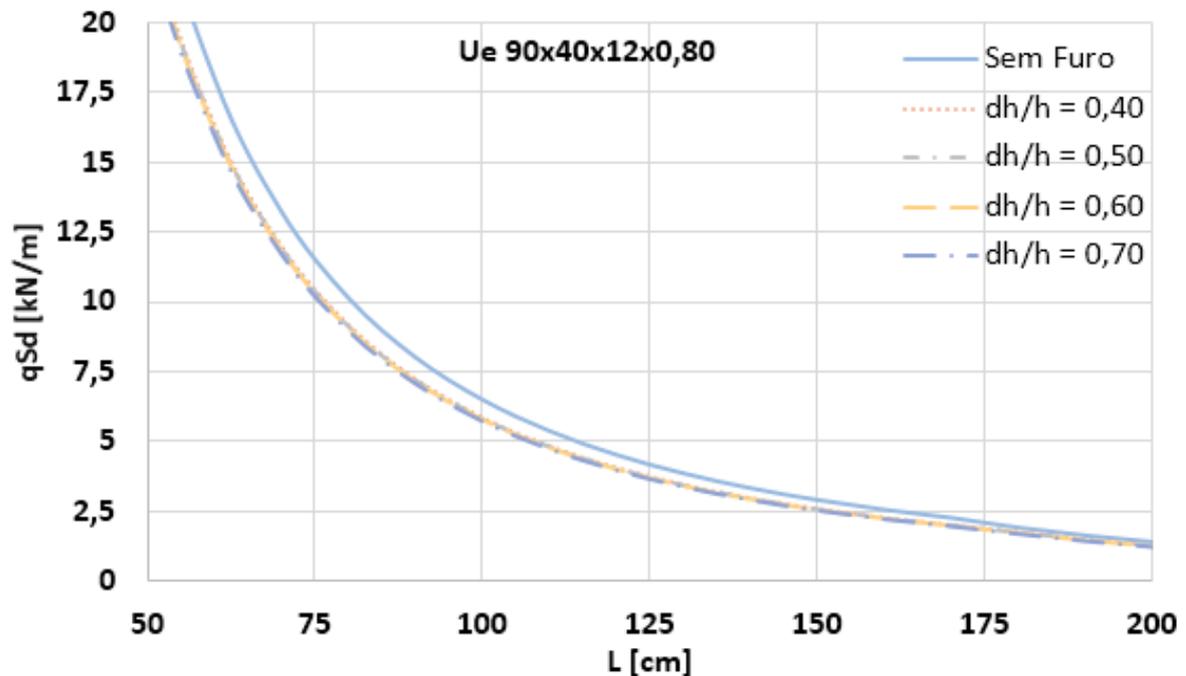


Figura 5 - Gráfico da força distribuída de cálculo que pode ser aplicada em uma viga com seção Ue 90x40x12x0,80 e a presença de furos oblongos

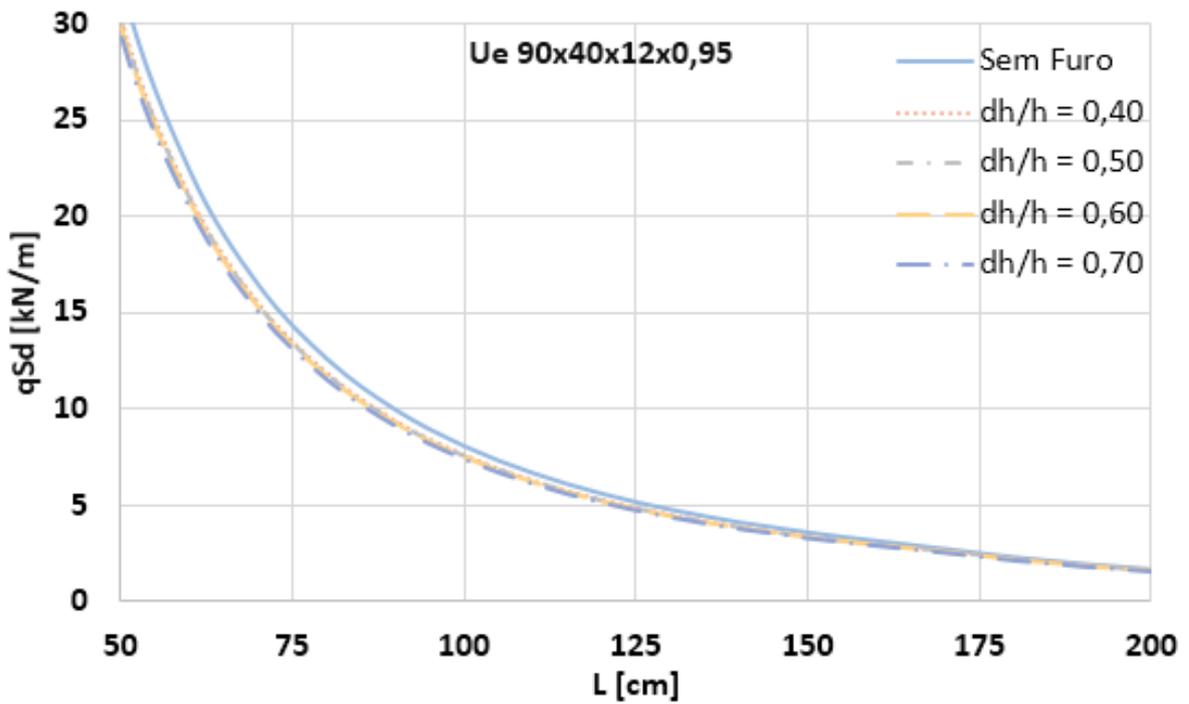


Figura 6 - Gráfico da força distribuída de cálculo que pode ser aplicada em uma viga com seção Ue 90x40x12x0,95 e a presença de furos oblongos

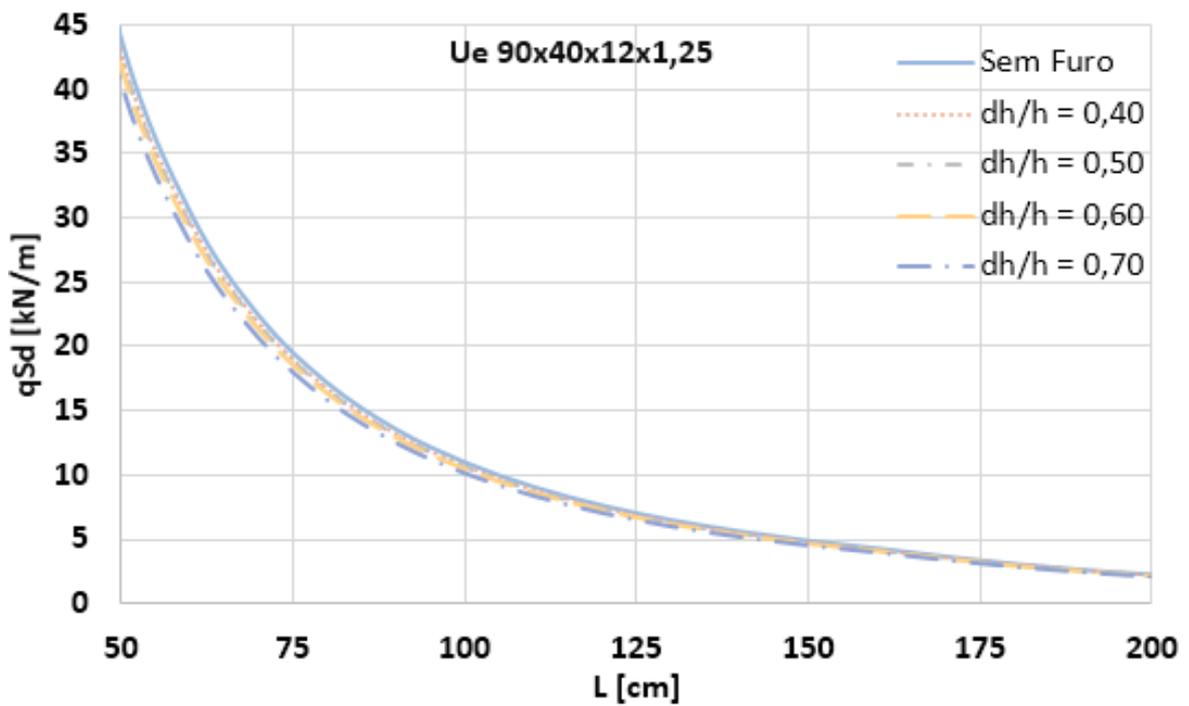


Figura 7 - Gráfico da força distribuída de cálculo que pode ser aplicada em uma viga com seção Ue 90x40x12x1,25 e a presença de furos oblongos

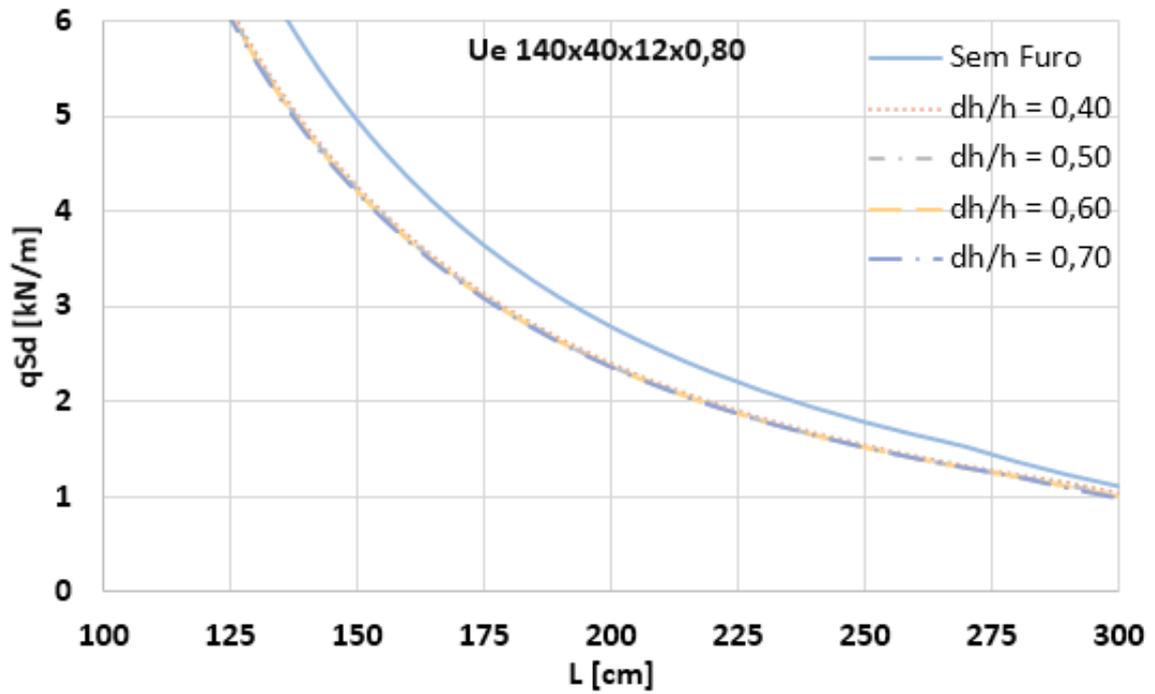


Figura 8 - Gráfico da força distribuída de cálculo que pode ser aplicada em uma viga com seção Ue 140x40x12x0,80 e a presença de furos oblongos

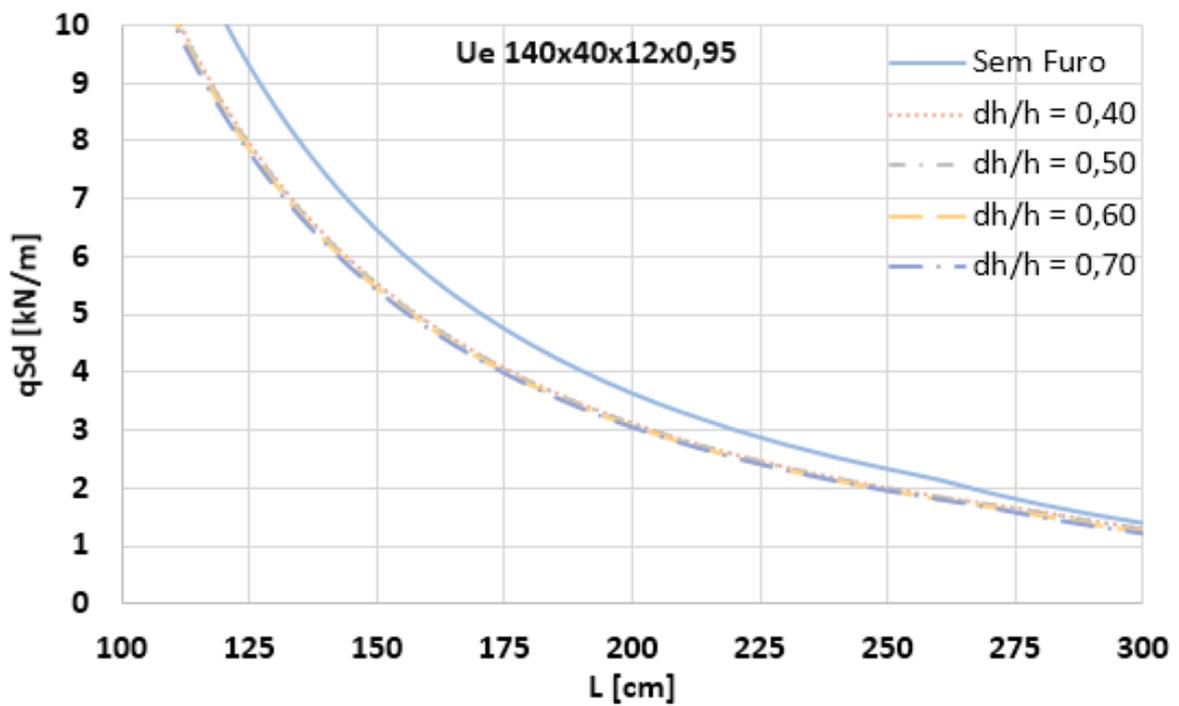


Figura 9 - Gráfico da força distribuída de cálculo que pode ser aplicada em uma viga com seção Ue 140x40x12x0,95 e a presença de furos oblongos

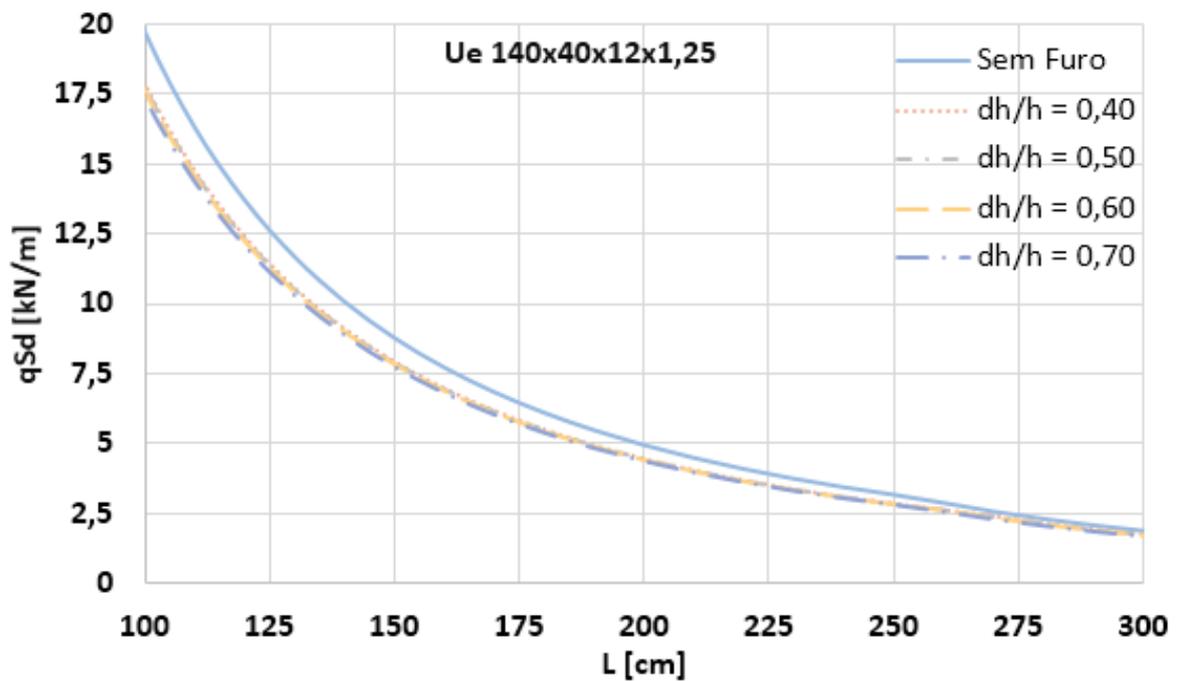


Figura 10 - Gráfico da força distribuída de cálculo que pode ser aplicada em uma viga com seção Ue 140x40x12x1,25 e a presença de furos oblongos

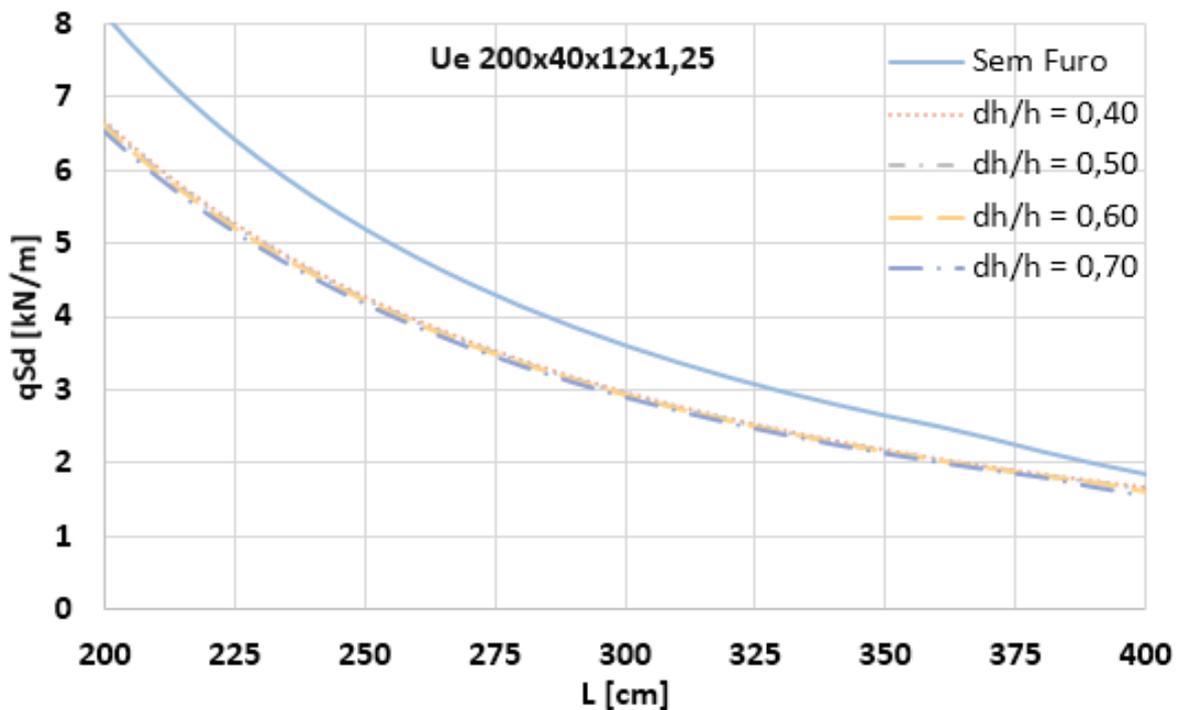


Figura 11 - Gráfico da força distribuída de cálculo que pode ser aplicada em uma viga com seção Ue 200x40x12x1,25 e a presença de furos oblongos

Quando furos oblongos são realizados na alma de um perfil submetido à flexão, esta deixa de ser tratada como um elemento com vínculo do tipo apoio-apoio e coeficiente de flambagem k na ordem de 24 (quando não ocorre instabilidade local na mesa) e passa a ser considerada como dois elementos com vínculos do tipo apoio-livre não enrijecidos, adjacentes ao furo. O elemento tracionado não está sujeito a flambagem local e para o elemento comprimido deve se adotar $k = 0,43$.

As propriedades efetivas da seção resultam em valores menores do que no elemento com vínculo do tipo apoio-apoio. A variação da condição de contorno da alma pode provocar grande redução do momento fletor resistente do perfil. As barras sujeitas à flexão, que possuem furos oblongos, apresentam redução do momento fletor resistente de cálculo, como pode ser observado na Figura 5 para o perfil Ue 90x40x12x0,80.

Foi possível observar no perfil estudado, uma redução percentual de até 13,3% no momento fletor resistente de cálculo. Para o perfil Ue 200x40x12x1,25 é possível observar uma redução de até 18,8% no momento fletor resistente de cálculo.

Observou-se um padrão na redução percentual no momento fletor resistente de cálculo, conforme indicado na tabela 4. Portanto, foi proposto um coeficiente de redução $b=0,80$ para determinação do momento fletor resistente de perfis com a presença de furos. Tal coeficiente deve ser aplicado sobre o momento fletor resistente de perfis sem furos.

Tabela 4 - Redução percentual máxima do momento fletor resistente de cálculo

Perfil	Redução percentual máxima M_{xRd}
Ue 90x40x12x0,80	13,30%
Ue 90x40x12x0,95	11,10%
Ue 90x40x12x1,25	10,30%
Ue 140x40x12x0,80	16,00%
Ue 140x40x12x0,95	13,10%
Ue 140x40x12x1,25	10,00%
Ue 200x40x12x1,25	18,80%

4.3 Influência da existência de furos no cálculo dos deslocamentos

Conforme preconizado na norma AISI S100-16 o cálculo das propriedades efetivas da seção em estado-limite de serviço pode ser realizado desconsiderando-se a existência dos furos.

Conforme observado nas Figuras 4 a 11, os valores dos gráficos convergem para uma mesma carga distribuída para perfis com maiores comprimentos, com ou sem furos. Isto ocorre porque o estado-limite predominante para barras fletidas de maiores comprimentos é o deslocamento máximo para vigas.

4.4 Influência da existência de furos na força cortante resistente de cálculo

Conforme apresentado no item 2.2 para a determinação da força cortante resistente de cálculo de um perfil Ue com a presença de furos na alma, inicialmente é necessário calcular a força resistente de um perfil sem furos e em seguida aplicar um fator de redução (q_s) sobre este valor.

A Figura 12 apresenta a comparação entre os coeficientes q_s para furos circulares e não circulares na alma de um perfil Ue 90x40x12x0,80. A redução da força resistente é maior para furos não circulares. Adicionalmente, as dimensões permitidas para furos circulares (diâmetro máximo de 152mm) são maiores do que para furos não circulares (profundidade máxima de 63,5mm).

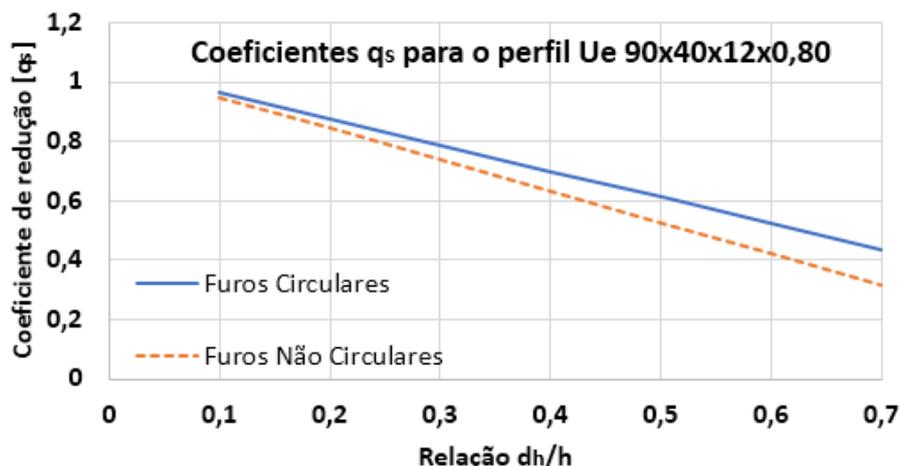


Figura 12 - Comparação entre os coeficientes de redução q_s para furos circulares e não circulares na alma de um perfil Ue 90x40x12x0,80

As Figuras 13, 14 e 15 apresentam os coeficientes de redução q_s para furos circulares na alma dos perfis usuais no sistema *light steel framing*. Ressalta-se o fato de que a norma AISI S100-16 recomenda que furos somente devem ser realizados na alma de perfis submetidos à força cortante que apresentem relação $h/t \leq 200$, portanto os perfis Ue 200x40x12x0,80 e Ue 200x40x12x0,95 não foram analisados.

A presença de furos circulares na alma de perfis Ue pode causar redução de até 72,6 % na força cortante resistente de cálculo, como observado para o perfil Ue 90x40x12x1,25, na Figura 12.

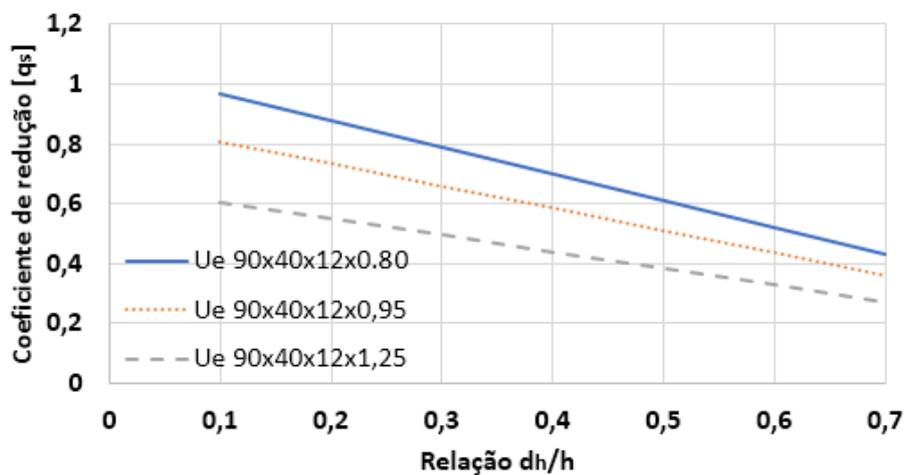


Figura 13 - Coeficientes de redução q_s para furos circulares na alma de perfis Ue 90x40x12

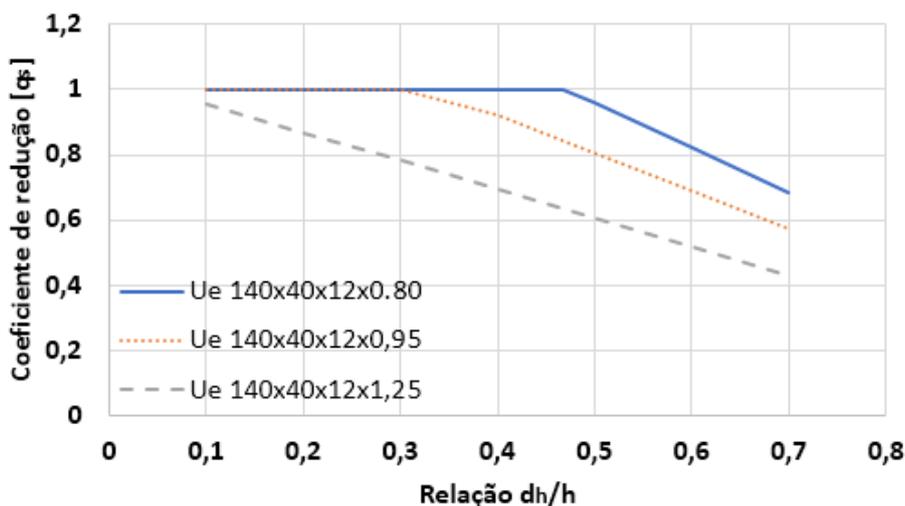


Figura 14 - Coeficientes de redução q_s para furos circulares na alma de perfis Ue 140x40x12

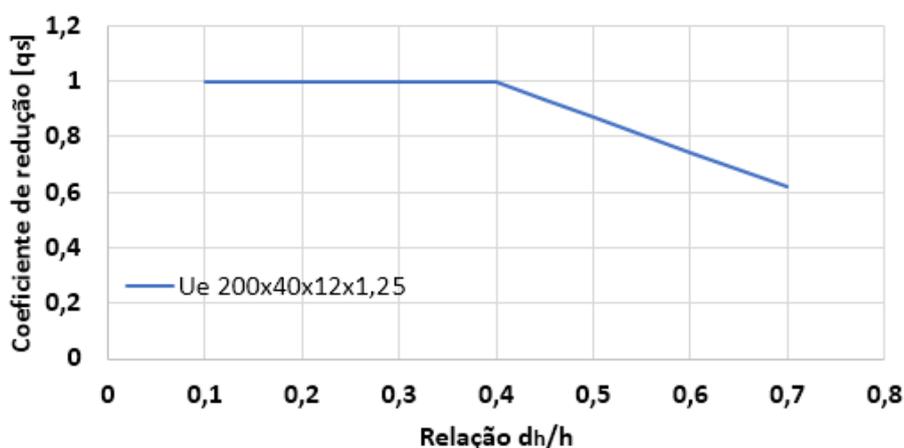


Figura 15 - Coeficientes de redução q_s para furos circulares na alma do perfil Ue 200x40x12x1,25

5 Conclusão

Conforme apresentado ao longo deste trabalho, os perfis formados a frio, adotados no sistema *light steel framing*, usualmente recebem furos para passagem e acomodação de tubulações elétricas, hidráulicas e outros. A presença de furos reduz a capacidade resistente dos perfis. Entretanto, a ABNT NBR 14762:2010 somente contempla em seu escopo a existência de furos nos capítulos de barras submetidas à força axial de tração e de ligações parafusadas. Deste modo, o engenheiro que se depara com tal situação pode fazer uso da norma norte americana AISI S100-16.

A norma AISI S100-16 apresenta formulação para o cálculo da largura efetiva de elementos submetidos à flexão, métodos para o cálculo da força resistente ao cisalhamento e da força resistente a *web crippling* de perfis com a presença de furos. A AISI S100-16 apresenta também uma adaptação do método da resistência direta para o dimensionamento de vigas com a presença de furos.

O *software* desenvolvido por Oliveira *et al* (2018) foi validado para o dimensionamento de vigas com a presença de furos, por meio de comparações com os valores experimentais e teóricos calculados via método da resistência direta por Moen *et al* (2013).

Ressaltam-se as observações de Moen e Schafer (2009) sobre a redução da rigidez rotacional fornecida pela alma à mesa causada pela presença de furos na alma de

perfis formados a frio, de modo que a força axial de flambagem distorcional elástica e o momento fletor de flambagem distorcional elástica diminuam.

Quando furos oblongos são realizados na alma de um perfil submetido à flexão, esta deixa de ser tratada como um elemento com vínculo do tipo apoio-apoio e com coeficiente de flambagem k na ordem de 24 (quando não ocorre flambagem local na mesa e enrijecedor) e passa a ser considerada como dois elementos com vínculos do tipo apoio-livre não enrijecidos, adjacentes ao furo. O elemento tracionado não está sujeito a flambagem local, entretanto para o elemento comprimido deve se adotar $k=0,43$. As propriedades efetivas da seção resultam em valores menores do que no elemento com vínculo do tipo apoio-apoio; a variação da condição de contorno da alma pode provocar grande redução do momento fletor resistente do perfil.

As barras sujeitas à flexão, que possuem furos oblongos, apresentam redução do momento fletor resistente de cálculo, como pode ser observado na Figura 5 para o perfil Ue 90x40x12x0,80. Também foi possível observar que para o perfil estudado, uma redução percentual de até 72,6% na força cortante resistente de cálculo e uma redução de até 13,3% no momento fletor resistente de cálculo. Para o perfil Ue 200x40x12x1,25 é possível observar uma redução de até 18,8% no momento fletor resistente de cálculo.

Observou-se um padrão na redução percentual no momento fletor resistente de cálculo, conforme indicado na tabela 4. Portanto, foi proposto um coeficiente de redução $b=0,80$ para determinação do momento fletor resistente de perfis com a presença de furos. Tal coeficiente deve ser aplicado sobre o momento fletor resistente de perfis sem furos.

Conforme preconizado na norma AISI S100-16 no cálculo das propriedades efetivas de perfis com furos, a presença destes pode ser desconsiderada na verificação dos deslocamentos.

Sugere-se que em trabalhos futuros sejam elaborados gráficos de pré-dimensionamento, conforme feito por Caldas *et al* (2015a e 2015b), para perfis em compressão, flexão e flexo-compressão com a presença de furos. Tais gráficos poderão

ser utilizados para projeto por engenheiros e arquitetos no processo de concepção e dimensionamento estrutural.

Referências Bibliográficas

ABNT NBR 14762:2010. **Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2010;

AISI S100-16. **North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. American Iron and Steel Institute, Washington, 2016;

AISI Report RP02-2. Web Crippling and Bending Interaction of Cold-Formed Steel Members. **RESEARCH REPORT RP02-2**. MARCH 2002. REVISION 2006 Committee on Specifications for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members;

CALDAS, Rodrigo Barreto; RODRIGUES, Francisco Carlos; MEIRA, Lucimar de Oliveira. **Pré-dimensionamento de perfis de aço para o sistema *light steel Framing***. Revista da Estrutura de Aço, CBCA, 2015a;

CALDAS, Rodrigo Barreto; RODRIGUES, Francisco Carlos; MEIRA, Lucimar de Oliveira. **Pré-dimensionamento de perfis de aço para o sistema *light steel Framing* - gráficos**. Revista da Estrutura de Aço, CBCA, 2015b;

Li, Z., e Schafer, B. W., 2010a. **Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods**. Proceedings of the 20th Int. *I. Spec. Conf. on Cold-Formed Steel Structures*. St. Louis, MO. 2010;

MOEN, C. D.; e SCHAFER, B. W. **Experiments on cold-formed steel columns with holes**. *Thin-Walled Structures*, v 46, p. 1164-1182.2008;

MOEN, C. D.; e SCHAFER, B. W. **Elastic Buckling of cold-formed steel columns and beams with holes**. *Journal of Structural Engineering*. v 47., p. 2812-2824, 2009;

MOEN, C. D., SCHUDLICH, A. e HEYDEN, A. **Experiments on Cold-Formed Steel C-Section Joists with Unstiffened Web Hole**. *Journal of Structural Engineering*.139 (5) pp. 695-704. 2013;

OLIVEIRA, Rafael Luiz Galvão; CALDAS, Rodrigo Barreto; RODRIGUES, Francisco Carlos. **Estudo de barras de aço comprimidas do sistema *Light Steel Framing* com a presença de furos**. Revista da Estrutura de Aço, CBCA, 2018;

RODRIGUES, Francisco Carlos; CALDAS, Rodrigo Barreto. **Steel Framing: Engenharia**. Série Manual de Construção em Aço, IBS/CBCA, Rio de Janeiro, 2016.

Análises numérica e paramétrica de pilares de aço isolados submetidos a elevadas temperaturas

Yagho de Souza Simões^{1*}, Fábio Martin Rocha² e Jorge Munaiar Neto³

¹ Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos (USP), São Carlos (SP), yaghosimoes@usp.br

² Universidade do Triângulo Mineiro (UFTM), Uberaba (MG), fabio.rocha@uftm.edu.br

³ Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, (USP), São Carlos (SP), jmunaiar@sc.usp.br

Numerical and parametrical analysis of isolated steel columns subjected to high temperatures

Resumo

Neste trabalho apresenta-se um estudo numérico desenvolvido por meio do código computacional ABAQUS, a fim de simular o comportamento termoestrutural de pilares de aço isolados sujeitos à ação do fogo. Foram propostos modelos térmicos e termoestruturais adequados, o que possibilitou a avaliação de parâmetros como fator de carga e níveis de restrição axial e rotacional na resistência ao fogo dos pilares. Constatou-se a influência negativa do fator de carga quando aumentado. Quanto à restrição axial, foi verificado que sua presença possui maior influência na resistência ao fogo em comparação com sua intensidade, uma vez que a elevação desse parâmetro não afetou o tempo crítico dos pilares na maior parte dos casos. Em relação à rigidez rotacional, ela se mostrou benéfica quanto a resistência ao fogo. Correlações entre esses parâmetros e os tempos de pico e críticos também foram realizadas.

Palavras-chave: Pilares, Aço, Modelagem Termoestrutural, Análise Paramétrica, Fogo.

Abstract

This article presents a numerical study developed with the computational code ABAQUS 6.14 version in order to simulate the thermo structural behavior of isolated steel columns subjected to fire. Suitable thermal and thermo structural models were proposed, which allowed the evaluation of the parameters' influence such as the load factor level and the axial and rotational restraint on fire resistance of the columns. The negative effect of the load factor was verified when this parameter was increased. Regarding the axial restraint, it was observed that its presence is more relevant to the fire resistance than its intensity, since the increase of this parameter did not affect the critical time of the columns in most examples. Concerning the rotational restraint, it was showed to be beneficial to fire resistance. Correlation between these parameters and critical and peak time were also analyzed.

Keywords: Columns, Steel, Thermo-structural Modeling, Parametrical Analysis, Fire.

* autor correspondente

1 Introdução

As normas vigentes que tratam do dimensionamento de estruturas de aço sob ação do fogo, em especial a norma brasileira ABNT NBR 14323:2013 e o Eurocode 3 Parte 1-2 (2005), abordam somente dos pilares com distribuição uniforme da temperatura na seção transversal, portanto, isolados e sem interação com a estrutura de apoio.

Apesar disso, os pilares fazem parte de uma estrutura global, interagindo com as vigas ou lajes que podem estar apoiados sobre eles. Diante do exposto, durante um incêndio esse elemento tende naturalmente a se deformar, de modo que o restante da estrutura impõe restrições (axiais e rotacionais) a essa deformação térmica, o que promove o aparecimento de esforços adicionais aos pilares que podem afetar a estabilidade dos mesmos e modificar a sua resistência ao fogo.

Estudos têm sido desenvolvidos para compreender o comportamento desses elementos em situação de incêndio. Em Ali e O'Connor (2001), por meio de experimentos foi investigado o impacto das restrições rotacionais na resistência ao fogo de pilares metálicos. Os protótipos foram testados para cinco diferentes níveis de carregamentos, dois valores adimensionais de restrição rotacional, no caso, 0,18 e 0,93, e um fator de 0,29 para a restrição axial adimensional. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles apresentados em Ali, Sirnms e O'Connor (1997) e em Ali et al. (1998) em que foram consideradas somente restrições axiais nos experimentos.

Os autores concluíram que o aumento da rigidez rotacional pouco afetou a intensidade das forças de restrição geradas, porém a temperatura crítica cresceu para um mesmo nível de carregamento. Além disso, no que concerne ao fator de carga, o seu aumento provocou uma queda brusca na temperatura crítica e na força máxima axial atingida. Tais conclusões também foram obtidas em Valente e Neves (1999) e Velarde (2008).

Correia e Rodrigues (2012) desenvolveram um estudo experimental executado no Laboratório de Ensaio de Estruturas e Materiais da Universidade de Coimbra, sobre pilares de aço com restrições à deformação térmica. Foram ensaiados 14 protótipos com a variação dos seguintes parâmetros: seção transversal, fator de carga, nível das rigidezes axiais e rotacionais da estrutura envolvente e diferentes valores de esbeltez.

Posteriormente, em Correia, Rodrigues e Gomes (2013) foram utilizados os dados dos ensaios descritos em Correia e Rodrigues (2012) para o desenvolvimento de estudos numérico e teórico sobre pilares de aço. O objetivo do trabalho foi desenvolver um método de cálculo simplificado para obtenção da temperatura e do tempo críticos.

Tendo em vista o exposto, propõe-se desenvolver modelos numéricos validados por meio de ensaios experimentais descritos em Rocha (2016) com o objetivo de elucidar o comportamento de pilares de aço isolados em situação de incêndio com restrições axiais e rotacionais nas extremidades. Outras análises foram efetuadas com a mesma proposta de modelagem a fim de estudar a influência de parâmetros tais como o nível de restrição e o fator de carga na resistência ao fogo dos pilares metálicos. Por fim, diferentemente do que foi desenvolvido em Correia, Rodrigues e Gomes (2013), correlações entre tais parâmetros e os tempos de pico e críticos também foram realizados.

2 Materiais e métodos

A modelagem numérica aqui proposta consistiu de três etapas executadas em sequência desenvolvidas no código computacional ABAQUS versão 6.14. A primeira, chamada de análise térmica, é responsável por determinar o campo de temperaturas obtido no ensaio experimental em todo o tempo de aquecimento. A segunda fundamenta-se na inserção das imperfeições geométricas iniciais como um deslocamento no meio do vão do pilar. Na terceira e última etapa, denominada análise termoestrutural, o elemento imperfeito foi carregado e recebeu gradualmente o campo térmico previamente determinado visando então representar o comportamento do pilar sob ação do fogo.

Após a definição de cada modelo, os resultados numéricos passaram por um processo de validação, que consistiram em compará-los com resultados experimentais, em particular, com aqueles apresentados em Rocha (2016). A seguir estão descritos, de maneira geral, os ensaios experimentais de referência e cada etapa do desenvolvimento dos modelos numéricos.

2.1 Programa experimental de referência

O programa experimental de referência, Rocha (2016), foi realizado no Laboratório de Ensaio de Estruturas e Materiais da Universidade de Coimbra, Portugal, e contou com um total de doze protótipos considerando pilares de aço e mistos de aço e concreto,

inseridos ou não em paredes. Dos doze protótipos, somente dois foram objeto aqui de interesse, cujas nomenclaturas adotadas para fins de identificação são: H100-ISO e H220-ISO. Essas referências apresentam como informações o tipo de perfil de aço (HEA 100 ou HEA 220) e a abreviatura ISO, que reafirma que esse pilar apresenta aquecimento uniforme em suas quatro faces, sendo, portanto, isolado.

No que concerne aos procedimentos de ensaio, os pilares foram carregados com 30% da sua carga última teórica à temperatura ambiente e, posteriormente, conectados a um sistema tridimensional de restrição que impunha limitação à deformação térmica, tanto em contexto de translação como de rotação das extremidades. Em seguida, os elementos estruturais foram aquecidos. A Figura 1 ilustra o sistema de ensaio experimental de um dos pilares inseridos em paredes do estudo de referência. Destaca-se que ele foi idêntico independentemente do tipo de pilar ensaiado.

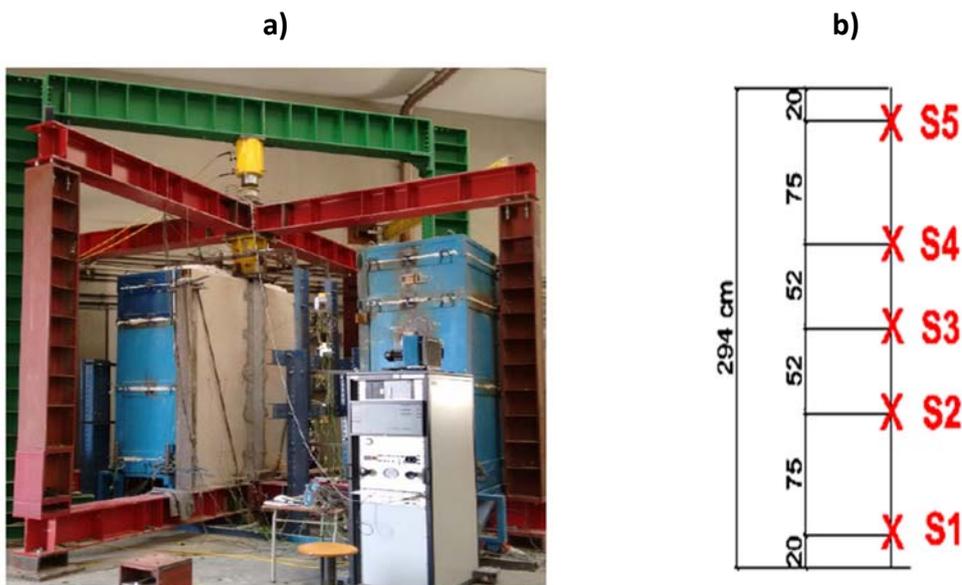


Figura 1 - a) Representação do sistema de ensaio utilizado em Rocha (2016); b) Representação das seções para medição das temperaturas

No que se refere à instrumentação realizada, foram medidas as temperaturas e a força axial ao longo de todo o aquecimento. A primeira grandeza foi mensurada por termopares localizados em vários pontos da seção transversal e instalados em cinco seções dos pilares, como representado na Figura 1b. Ainda que cinco seções tenham sido monitoradas, a apresentação dos resultados e a validação dos modelos propostos serão estabelecidas tendo como referência as temperaturas medidas na seção transversal S3 (central).

A posição dos termopares na seção transversal está indicada ao longo da apresentação dos resultados. A terminologia utilizada para cada termopar é dada por TX.Y, em que X indica a seção do pilar estudada e Y, a posição do equipamento de medição na seção transversal. Em relação à força de restrição, ela foi determinada por meio de uma célula de carga situada entre o pilar e o pórtico de restrição.

2.2 Modelagem numérica proposta

Em relação à modelagem numérica, os perfis de aço foram modelados com o uso do elemento finito do tipo casca (*shell*) e, por isso, apresentaram como nomenclatura DS4 e S4R, para análises térmicas e termoestruturais, respectivamente.

2.2.1 Análise térmica

Trata-se de uma análise numérica térmica transiente, ou seja, a temperatura e, conseqüentemente, as propriedades do material variam com o tempo. As condições de contorno necessárias para realização da análise térmica se referem aos três mecanismos de transferência de calor: convecção, radiação e condução.

Na modelagem numérica, para considerar a convecção e a radiação inserem-se as grandezas coeficiente de convecção (α_c) para o primeiro mecanismo, bem como a emissividade do material (ϵ) e a constante de Stefan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$) para o segundo. Já a condução de calor exige a inclusão, no modelo numérico, de parâmetros relativos ao próprio material da seção, como a densidade, condutividade térmica e calor específico. Essas propriedades térmicas foram determinadas a partir da ABNT NBR 14323:2013.

Sobre os parâmetros de modelagem, o coeficiente de convecção e a emissividade do material, tanto a norma brasileira ABNT NBR 14323:2013 quanto a norma europeia (Eurocode 3 Parte 1-2, 2005) consideram o coeficiente de convecção igual a $25 \text{ W/m}^2\text{°C}$ e emissividade de 0,7 para a superfície do aço. Tais valores foram testados e representaram adequadamente os resultados experimentais dos pilares isolados.

Além disso, em todos os modelos propostos não foi reproduzido o sistema de restrição tridimensional dos ensaios, como pode ser visto na Figura 2, uma vez que a representação simplificada foi suficiente para obtenção de bons resultados. No que diz

respeito ao processo de geração de malhas, foi feito um refinamento que permitiu a adoção de elementos finitos com tamanho de 30 mm.

Outra consideração importante pode ser observada ainda na Figura 2 e diz respeito às cinco divisões presentes nos pilares ao longo de sua altura (eixo z). Nos ensaios descritos em Rocha (2016) foi utilizado um forno modular elétrico, composto de três módulos com alturas 1,0 m, 1,0 m e 0,5 m. Desta forma, apenas um comprimento central de 2,5 m do pilar estaria sob o efeito do aquecimento. Nas proximidades de cada um destes módulos foi inserido um termopar que mediria a temperatura dos gases em diferentes alturas no interior do forno.

A partir desta metodologia de instrumentação, foram obtidas três curvas temperatura *versus* tempo que descreve o desenvolvimento da temperatura nas regiões próxima à cada módulo. Sendo assim, em cada uma das três divisões centrais do modelo, foi inserida a temperatura obtida nas proximidades de cada módulo, visando a melhor representação dos resultados experimentais de referência. Vale ressaltar ainda que essas curvas não foram coincidentes com aquela referente ao incêndio-padrão definida pela ISO 834-1:1999.

Por fim, ressalta-se que após o processamento do modelo térmico, a sua validação foi realizada a partir da comparação das temperaturas experimentais e numéricas extraídas da seção transversal central do pilar, no caso, a seção S3 mostrada na Figura 1b.

2.2.2 Análise termoestrutural

No âmbito da análise termoestrutural, que envolve fenômenos térmicos e estruturais em conjunto, foi adotado o acoplamento fraco para realização da modelagem numérica, assim como foi feito em Vila Real (2003), Caldas (2008) e Ribeiro (2009). Esse acoplamento consiste em desenvolver modelos térmicos e estruturais inicialmente independentes e, posteriormente, conectá-los por meio da transferência do campo térmico como carregamento para o modelo estrutural. Para facilitar o processamento de dados, utilizou-se a mesma malha, ou seja, a quantidade e a posição dos nós e dos elementos foram iguais em ambos os modelos.

Na etapa de carregamento, o elemento foi modelado com imperfeições geométricas iniciais, as quais foram inseridas como deslocamento lateral no meio do pilar em todos

os nós localizados nessa posição. Para determinação da amplitude desse parâmetro foram testados os valores $L/1500$, $L/1000$ e $L/500$ nas direções dos eixos fraco e forte da seção transversal. Optou-se pelo parâmetro $L/500$ na direção do eixo mais fraco, pois notou-se que este parâmetro não tem grande influência no desenvolvimento das forças axiais nos casos de interesse. A verificação da influência desse parâmetro pode ser constatada em Simões (2018).

Sobre às propriedades mecânicas empregadas para construção dos modelos, o aço seguiu o critério de plastificação de *von Mises* em conjunto com os diagramas tensão *versus* deformação em função da temperatura disponíveis no Eurocode 3 Parte 1-2 (2005).

A estratégia numérica adotada consistiu em inserir uma mola com rigidez axial e rotacional na extremidade superior dos pilares de modo a simular a estrutura tridimensional de restrição do ensaio experimental, como indicado na Figura 2. O valor da rigidez das molas foi definido a partir de calibrações numéricas, uma vez que esta informação não foi aferida no trabalho de referência.

Apesar dos ensaios experimentais de Rocha (2016) terem sido desenvolvidos no forno vertical da Universidade de Coimbra, a estrutura de restrição empregada nesses experimentos difere de outros trabalhos realizados neste local, como o de Correia e Rodrigues (2012), o que alterou a intensidade da restrição axial e rotacional fornecida pelo sistema que já havia sido aferida anteriormente.

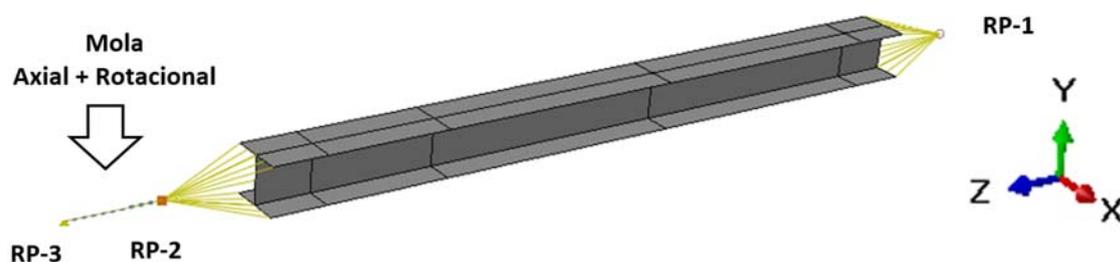


Figura 2 - Representação do modelo numérico para o pilar H220-ISO

Como pode ser vista novamente na Figura 2, foram criados nós de referência nas extremidades dos pilares para os quais foram acoplados os graus de liberdade das partes superior e inferior do elemento estrutural.

O desenvolvimento do modelo termoestrutural foi realizado em 2 passos, ou 2 *steps*, forma na qual o ABAQUS atribui cada um dos passos de uma análise. O primeiro *step* consistiu na etapa de carregamento do pilar imperfeito (considerando sua imperfeição geométrica inicial) a partir da inserção da carga axial no nó RP-2. Além disso, como condição de contorno, adotou-se engaste para o nó RP-1, bem como foram fixados os deslocamentos na direção X e Y e a rotação em torno do eixo Z para o nó RP-2, sendo que os demais graus de liberdades resultassem livres para se manifestar. No nó RP-3 não foi aplicada restrição alguma, pois nessa etapa não houve a participação da mola.

O segundo *step* representou a fase de aquecimento do elemento estrutural e se baseou na transferência do campo térmico para o pilar carregado. Além disso, foi inserida a participação da mola na extremidade superior por meio da aplicação de condições de contorno do nó RP-3. Assim, essa mesma mola atuou restringindo as deformações longitudinais (eixo Z) e as rotações em torno do eixo X e Y, as quais, no passo anterior, estavam livres para se deformar. Os modelos numéricos foram processados até o instante correspondente à duração dos ensaios experimentais.

No que diz respeito à validação do modelo termoestrutural, foi avaliada a força axial relativa como parâmetro de comparação entre resultados numérico e experimental. A força axial relativa foi obtida por meio da relação entre a força axial em determinado instante do aquecimento por aquela medida antes de iniciar o aquecimento. O uso da força, em termos relativos, facilita a discussão dos resultados, uma vez que o carregamento aplicado em cada um dos pilares foi diferente.

3 Resultados e discussões

Inicialmente, os modelos numéricos foram desenvolvidos com base nas estratégias de modelagem discutidas nos itens 2.2.1 e 2.2.2. Em seguida, os mesmos foram validados a partir dos ensaios experimentais descritos em Rocha (2016).

Posteriormente à validação, os modelos passaram por uma análise paramétrica considerando a curva de incêndio-padrão da ISO 834-1:1999, de modo a avaliar a influência de fatores como o fator de carregamento e o nível de restrição à deformação térmica no comportamento termoestrutural dos pilares. Por fim, o item é concluído com

uma análise de correlações relativa ao comportamento desses parâmetros em função dos tempos de pico e crítico.

3.1 Validação dos modelos numéricos

Iniciando com os resultados da análise térmica, nas Figuras 3a e 3b são apresentadas as variações de temperatura, obtidas numérica e experimentalmente, na seção média dos pilares de aço H100-ISO e H220-ISO, respectivamente. Conforme indicado nas mesmas figuras, apenas dois pontos de leitura foram representados, sendo um para a alma do perfil (termopar T3.1) e outro para a mesa superior (termopar T3.3). Como a temperatura na seção é praticamente uniforme, há apenas uma pequena diferença dessa grandeza entre alma e mesa, sendo a alma com temperaturas ligeiramente superiores devido ao maior fator de massividade deste componente em relação à mesa. Além do mais, destaca-se que as curvas experimentais se encontram sobrepostas às numéricas o que dificulta a sua visualização.

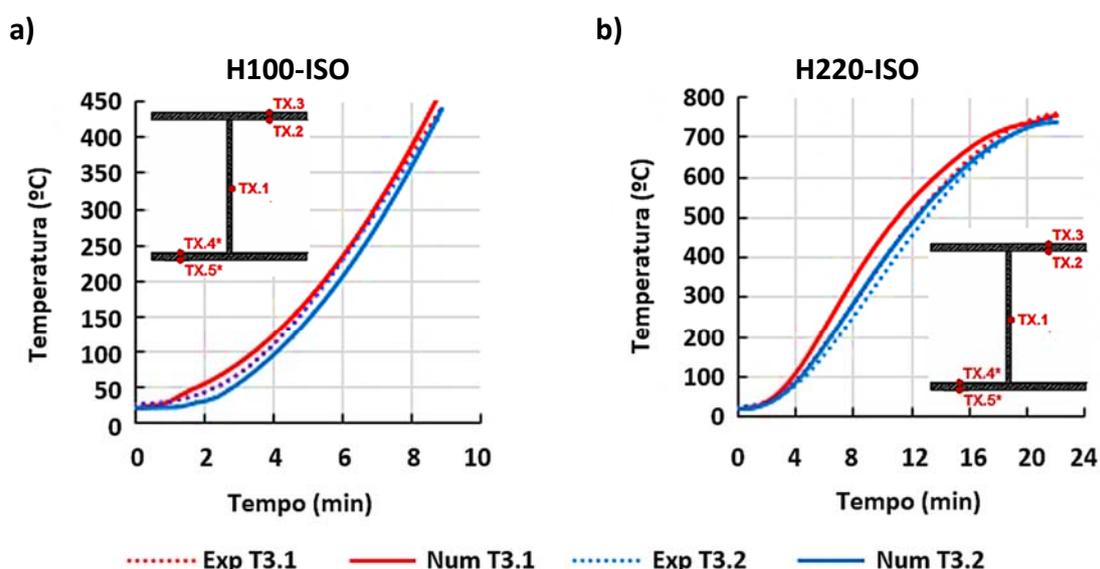


Figura 3 - Validação dos modelos numéricos térmicos para os pilares isolados: a) H100-ISO; b) H220-ISO

Com o modelo térmico validado, partiu-se para a comparação dos resultados termoestruturais dos pilares modelados. Nesse aspecto, o primeiro passo consistiu em determinar o valor da rigidez da mola presente na extremidade dos elementos. A calibração numérica para as molas correspondentes ao sistema de restrição foi feita em Simões (2018) para pilares isolados. A partir dessa abordagem, definiu-se que os valores correspondentes à rigidez axial e à rigidez rotacional resultam iguais a 30 kN/mm e 5000

kN.m/rad, respectivamente. A partir disso, a comparação entre resultados numéricos e experimentais para os pilares de aço H100-ISO e H220-ISO estão representados na Figura 4.

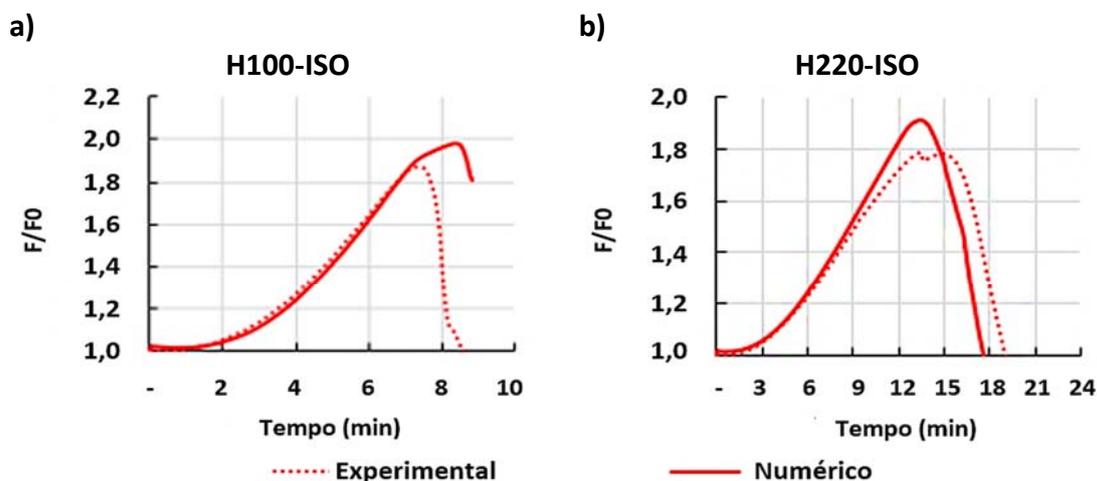


Figura 4 - Validação dos modelos termoestruturais: a) H100-ISO; b) H220-ISO

Analisando a Figura 4, observa-se que os resultados numéricos representaram de forma adequada os ensaios experimentais, principalmente o comportamento ascendente da curva “força axial relativa versus tempo”. No caso do pilar H100-ISO (Figura 4a) houve uma reprodução consistente do resultado experimental até próximo de atingir o pico da curva. Já em relação ao pilar H220-ISO (Figura 4b), a partir de 10 minutos a curva começa a se distanciar daquela experimental, apresentando uma diferença da ordem de 5% do valor máximo atingido nos experimentos.

Com relação ao trecho descendente, o modelo representativo do pilar mais robusto apresentou uma pequena separação entre curvas numérica e experimental, enquanto que para o pilar H100-ISO esse trecho não foi reproduzido como desejado. Tal fato pode ser consequência da forte instabilidade verificada no modelo numérico a partir do instante que o pilar atinge a força máxima de restrição.

3.2 Análise Paramétrica

Tomando por base a proposta de modelagem numérica termoestrutural para os pilares de aço isolados, a mesma estratégia será aqui utilizada com o intuito de estender as análises desenvolvidas anteriormente para casos diferentes daqueles expressos no programa experimental de referência, Rocha (2016).

Nestas novas análises, os pilares serão modelados utilizando a curva de incêndio-padrão em concordância com a ISO 834-1:1999, com os parâmetros térmicos definidos pela norma brasileira, a fim de adequar os novos resultados com as prescrições normativas da ABNT NBR 14323:2013. O tempo de análise do modelo térmico foi limitado ao instante em que a força axial que atua no pilar volta ao seu valor inicial, caracterizando a resistência ao fogo, conforme descrito em Neves (1995).

Dentre os parâmetros monitorados nas análises numéricas realizadas, foram considerados o fator de carregamento do pilar e o nível de restrição imposta ao elemento estrutural. Apesar de o Eurocode 3 Parte 1-2 (2005) considerar ações que levam a um máximo de fator de carga igual a 70%, como níveis de carregamento para análise dessa pesquisa foram adotados valores entre 5% a 100% da força normal resistente do pilar à temperatura ambiente, determinada pelas prescrições da ABNT NBR 8800:2008. Isso é justificado pelo fato desse estudo se tratar de uma análise paramétrica e, portanto, optou-se por levar em consideração níveis de carga maiores que 70% a fim de avaliar a tendência dos tempos de pico e crítico em função desse parâmetro.

No que concerne às restrições, essas se dividem em restrição axial e restrição rotacional. O foco desse trabalho está direcionado principalmente à influência do nível de restrição axial no comportamento termoestrutural dos pilares de modo que foram avaliados os seguintes valores adimensionais (α_A): 0; 0,05; 0,1; 0,3; 0,75 e 1, correspondentes à relação entre a rigidez da estrutura circundante e a rigidez do pilar.

Tendo em vista o fato de os pilares de aço formados pelos perfis HEA 100 e HEA 220 possuírem diferentes capacidades de carga e de rigidez, os valores absolutos do carregamento aplicado e da rigidez da estrutura circundante resultaram diferentes para cada caso, porém os níveis de carregamento e de rigidez relativa fixados anteriormente foram respeitados. Outras abordagens, de caráter inicial e exploratório, sobre a atuação da restrição rotacional também foram realizadas.

Nos itens que seguem, apresenta-se a forma como os parâmetros mencionados influenciarão o comportamento termoestrutural dos pilares em situação de incêndio.

3.2.1 Quanto ao fator de carga

Nas Figuras 5a e 5b são apresentadas as curvas de evolução da força axial relativa considerando para a rigidez axial o parâmetro adimensional igual a 0,1. Na apresentação dos resultados, considera-se fixo o nível de rigidez axial relativa, de forma separada para os pilares H100-ISO e H220-ISO. Nessa análise, a modelagem numérica foi realizada sem considerar a rigidez rotacional da estrutura circundante sobre o pilar.

Observa-se que quanto maior o nível de carga aplicado antes do aquecimento, menor será o valor atingido da força axial relativa. Analisando primeiramente a Figura 5a, correspondente ao modelo H100-ISO, os resultados mostram que para os pilares com $\alpha_A = 0,1$, as forças axiais relativas máximas para os fatores de carga de 30%, 50% e 70% resultaram iguais a 2,74; 1,94 e 1,58, respectivamente. Já para o pilar H220-ISO, como pode ser visto na Figura 5b, para o mesmo parâmetro α_A , os valores de pico para força axial resultaram iguais a 1,78; 1,35 e 1,17, respectivamente.

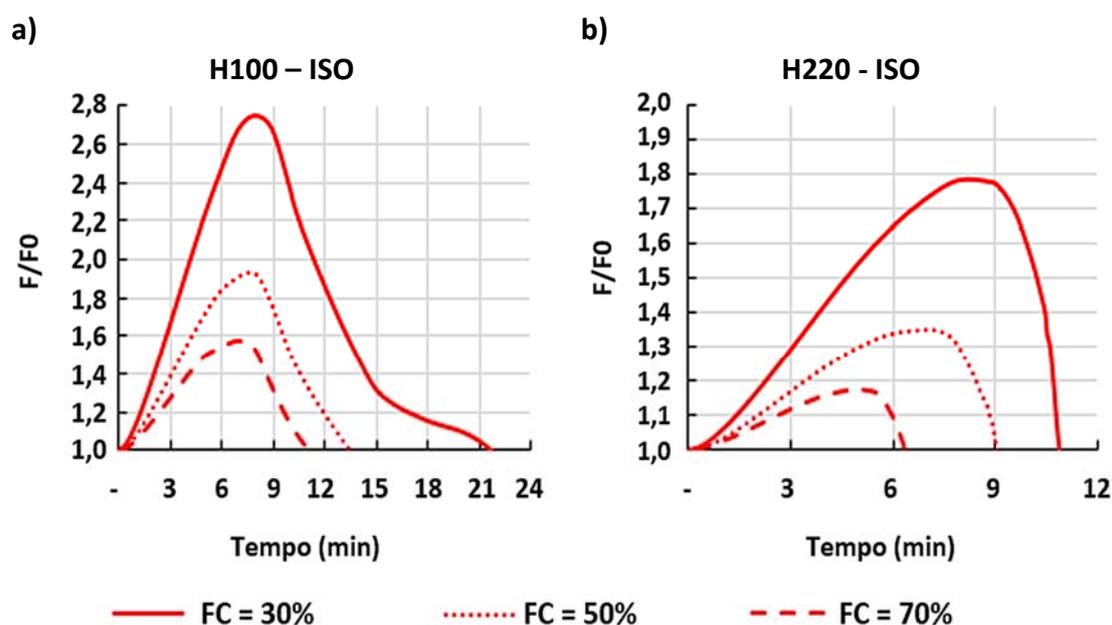


Figura 5 - Influência da variação do fator de carga no desenvolvimento das forças axiais relativas

Além disso, tais picos foram observados em tempos distintos, sendo que quanto menor o fator de carga, mais tempo se fez necessário para atingi-lo, aspecto que se mostra coerente pois o aumento de força se dá de forma gradual com o aumento de temperatura. Sendo assim, quanto menor a carga aplicada ao pilar no início do

aquecimento, mais força axial será possível resistir e, conseqüentemente, mais tempo para atingir a sua capacidade de carga.

Após o pico, as forças apresentam uma queda até o instante de tempo em que elas voltam a apresentar a mesma intensidade aplicada antes do aquecimento, o qual é aqui considerado como o tempo de resistência ao fogo. É importante lembrar que os resultados dos modelos numéricos para pilar H100-ISO, quando de sua validação numérica, seção 3.1, resultaram consistentes somente até a carga máxima atingida, enquanto que para o trecho descendente esse mesmo modelo numérico não representou de forma satisfatória os resultados experimentais (ver Figura 4a) e, portanto, não é possível medir o tempo crítico para esse pilar.

Apesar disso, os tempos críticos encontrados para o pilar H220-ISO resultaram iguais a 11,12; 9,05 e 6,18 minutos para fatores de carga iguais a 30%, 50% e 70%, respectivamente, dado um $\alpha_A = 0,1$ (Figura 5b), o que permite estabelecer, assim como para os valores de pico, que os tempos críticos observados são sempre maiores quanto menor for o fator de carga empregado.

3.2.1.1 Análise de correlações

A partir de uma extensa análise paramétrica é possível realizar um estudo de correlações entre o fator de carga e os tempos de pico e de resistência ao fogo de forma detalhada nessa seção.

Esses dois parâmetros são relevantes quando se realiza uma análise termoestrutural. Em relação ao tempo de resistência ao fogo, sua importância já foi mencionada, tendo em vista que ele corresponde ao instante que o pilar entra em colapso em incêndio. Já o tempo de pico corresponde ao instante em que o pilar perde rigidez e resistência, pois o aço entra em escoamento, o que compromete sua capacidade portante.

Com relação ao tempo de pico, as Figuras 6 e 7 permitem a análise desse parâmetro para os pilares H100-ISO e H220-ISO, respectivamente, para as rigidezes axiais relativas iguais a 0,1, 0,3 e 1.

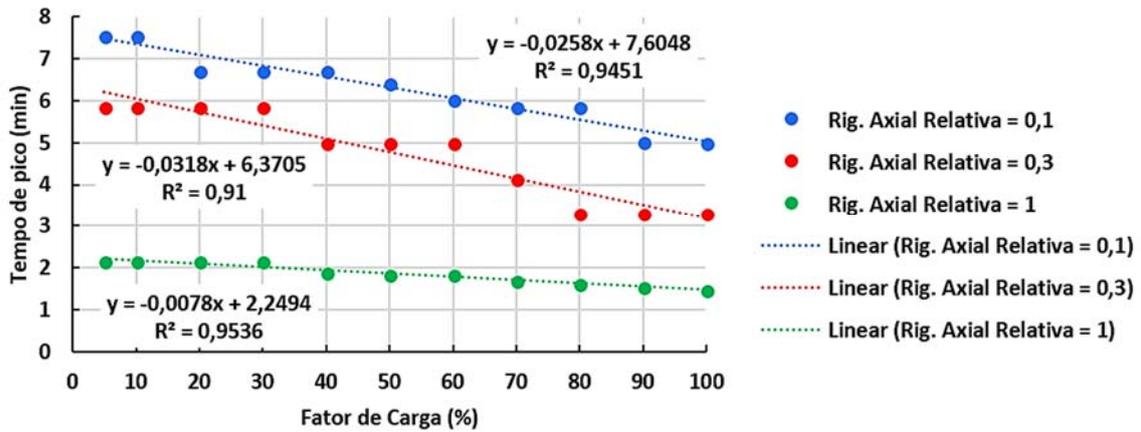


Figura 6 - Avaliação do fator de carga em função do tempo de pico (min) para o pilar H100-ISO

De maneira geral, é possível notar que a curva que caracteriza as grandezas estudadas nos gráficos sugere ser linear decrescente, com um R² superior a 0,9. Além do mais, quando se considera forças axiais superiores a 30 % de sua carga última, o R² se aproxima ainda mais de um.

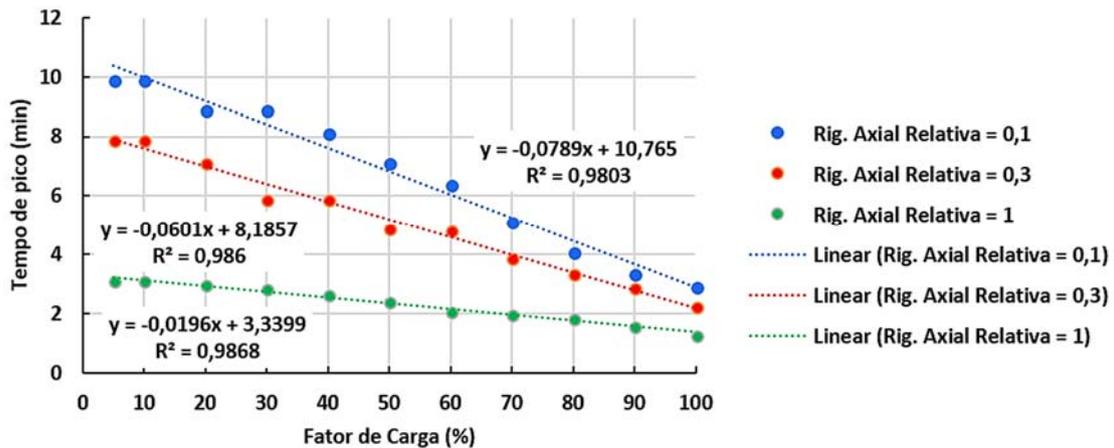


Figura 7 - Avaliação do fator de carga em função do tempo de pico (min) para o pilar H220-ISO

Quando se analisa o fator de carga e o tempo crítico, a melhor correlação encontrada para tais parâmetros foi a curva logarítmica (Figura 8a). Mesmo variando a rigidez axial relativa de 0,1 para 1, as curvas resultaram bastante próximas, de modo que, para representar tal comportamento através de uma equação, optou-se pela aquela em que a rigidez axial relativa era igual a 1.

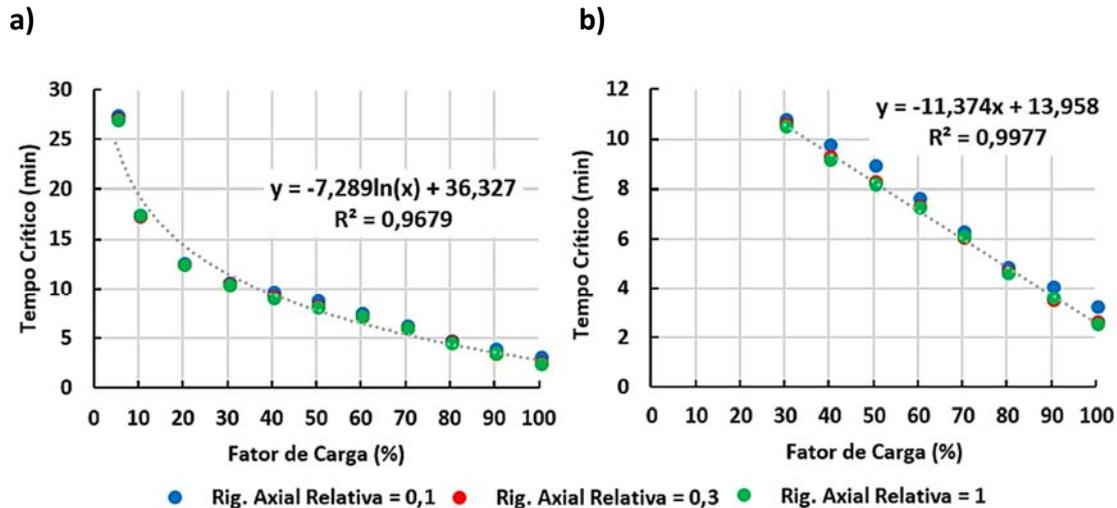


Figura 8 - Avaliação do fator de carga em função do tempo crítico (min) para o pilar H220-ISO com: a) Variados níveis de carga, b) Níveis de carga superiores a 30%

Novamente, ao retirar do gráfico os pontos referentes aos fatores de carga menores que 30%, é possível obter o comportamento ilustrado na Figura 8b. Observa-se que a curva que melhor representa as grandezas analisadas passa a ser uma reta, cujo R^2 é aproximadamente de um.

3.2.2 Quanto à restrição axial

De forma semelhante ao que foi realizado no item anterior, são apresentadas nas Figuras 9a e 9b o comportamento da força axial relativa para o nível de carregamento igual a 50%, de forma separada para os pilares H100-ISO e H220-ISO, com relação à variação da rigidez axial da estrutura circundante. Mais uma vez, destaca-se o fato de a modelagem numérica ter sido realizada sem considerar a rigidez rotacional da estrutura circundante sobre o pilar.

Dentre as principais considerações, é possível notar o modo como a mudança da rigidez axial da estrutura circundante afeta a intensidade da força gerada no pilar. Observa-se que quanto maior a rigidez axial relativa, maior será a restrição à expansão térmica, gerando assim um esforço maior nos pilares.

Por meio da Figura 9a, destaca-se que a curva referente a $\alpha = 0,1$ apresentou comportamento atípico para evolução das forças axiais relativas, pois o tempo crítico do pilar foi menor que o esperado. Isso ocorreu por problemas de convergência numérica, o que dificultou a análise dessa curva.

Além do mais, atenções especiais devem ser direcionadas ao fato de a variação da rigidez axial da estrutura circundante pouco (ou quase nada) ter afetado o tempo crítico dos pilares dado um mesmo nível de carregamento, aspecto esse que apresenta coincidência com as observações identificadas e apresentadas em Neves (1995) e Franssen (2000).

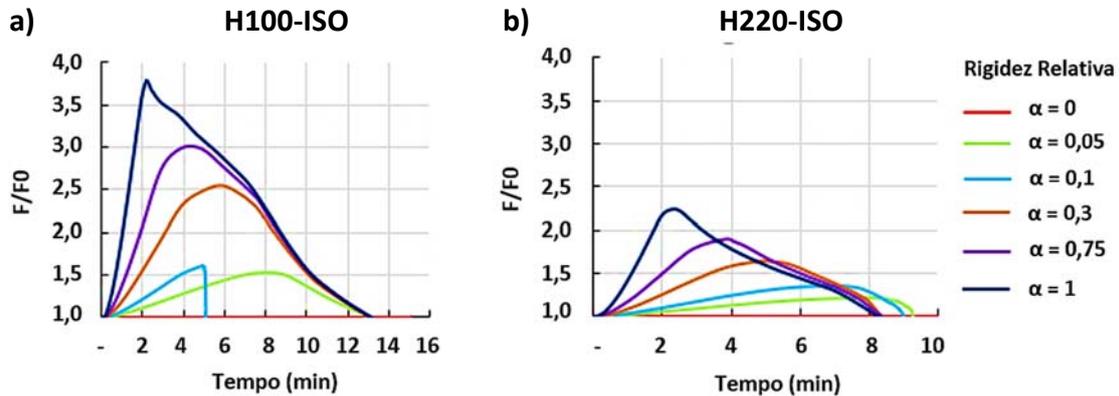


Figura 9 - Influência do nível de rigidez axial no desenvolvimento das forças axiais relativas para os pilares de aço isolados

Vale aqui estabelecer análise particular em relação ao pilar H220-ISO, para o qual a maior diferença entre tempos críticos foi observada, principalmente entre as rigidezes axiais relativas mais baixas, ou seja, iguais a 0, 0,05 e 0,1, o que permite estabelecer como entendimento que a presença de restrição térmica é mais impactante do que sua própria intensidade na resistência ao fogo do elemento estrutural.

De modo a estudar de forma mais detalhada tal aspecto, o pilar foi modelado variando mais uma vez a rigidez axial relativa, porém agora, incluindo valores muito pequenos desse parâmetro. Em seguida, foi possível medir o tempo crítico para esse pilar para cada valor de rigidez axial. A Figura 10 reproduz graficamente o comportamento “rigidez axial relativa *versus* tempo crítico”.

É possível observar que a maior variação do tempo crítico ocorreu até uma rigidez axial relativa de aproximadamente 0,1. A partir desse valor, o tempo requerido de resistência ao fogo (TRRF) praticamente se estabilizou, comprovando a afirmação anteriormente feita em que a presença de restrição térmica é muito mais impactante do que sua própria intensidade na resistência ao fogo do elemento estrutural.

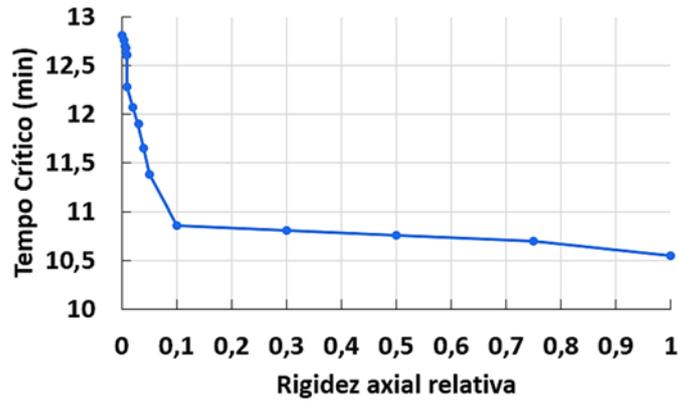


Figura 10 - Gráfico “Rigidez axial relativa versus Tempo Crítico” para o pilar H220-ISO

3.2.2.1 Análise de correlações

Nesse estudo realiza-se uma correlação entre a rigidez axial relativa e o tempo de pico alcançados pelos pilares de forma detalhada nessa seção. É importante destacar que o tempo crítico não foi avaliado tendo em vista as conclusões obtidas anteriormente, em que essa grandeza pouco varia com o aumento da restrição térmica axial.

A Figura 11 permite a análise do tempo de pico para os pilares H100-ISO e H220-ISO, respectivamente, para os fatores de carga iguais a 30%, 50% e 70%. Nota-se que os parâmetros analisados aparentam ter uma correlação linear decrescente, com um R^2 superior a 0,9.

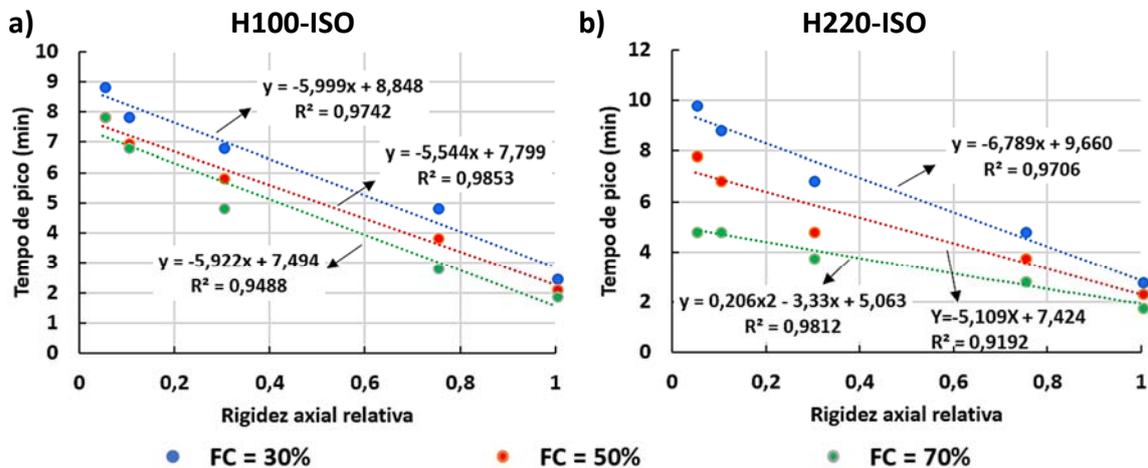


Figura 11 - Avaliação da rigidez axial relativa em função do tempo de pico (min): a) para o pilar H100-ISO; b) para o pilar H220-ISO

3.2.3 Quanto à restrição rotacional

Esse subitem busca identificar a influência da restrição rotacional no comportamento termomecânico dos pilares de aço. Tendo em vista que o fato de ter a restrição à

deformação térmica é mais importante do que sua intensidade, adotou-se o fator de carga igual a 30% e a rigidez axial relativa de 0,3 para os dois pilares de aço isolados.

Diante do proposto, buscou-se verificar o quanto a presença da restrição rotacional impacta no desenvolvimento das forças axiais do elemento estrutural. Para tanto, foram testados quatro valores de rigidez: 500, 5000, 50000 e 500000 kN.m/rad. A Figura 12 traz os resultados numéricos para o pilar H100-ISO e H220-ISO.

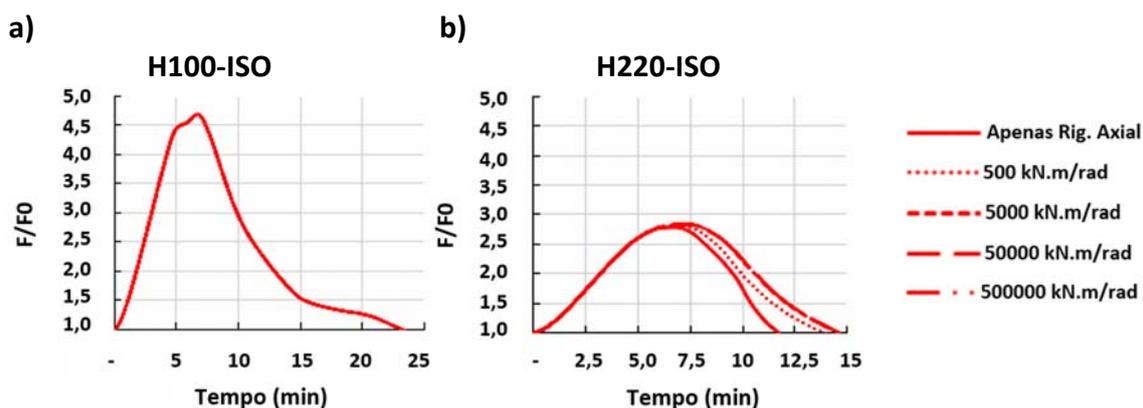


Figura 12 - Influência do nível de rigidez rotacional no desenvolvimento das forças axiais relativas para os pilares de aço isolados

Na parte da curva numérica referente ao crescimento das forças axiais é possível notar que ambos os pilares não sofreram alterações significativas com a inserção da restrição rotacional em suas extremidades uma vez que todas as curvas numéricas se encontram sobrepostas.

Por outro lado, quando se trata do tempo de resistência ao fogo, para o pilar H220-ISO (Figura 12b), a presença desse tipo de restrição aumentou o tempo crítico em mais de dois minutos, constatando o seu efeito benéfico, como usualmente relatado em diversos trabalhos de caráter científico. Apesar disso, a partir de um dado valor de restrição rotacional, o tempo crítico se estabilizou.

Em relação ao pilar H100-ISO (Figura 12a), novamente nada se pode afirmar sobre o comportamento do trecho descendente da curva, tendo em vista a não validação numérica do modelo para o mesmo, como mencionado em itens anteriores.

4 Conclusões

Como considerações, destaca-se que o presente estudo aqui desenvolvido contou, enquanto proposta, com um conjunto de análises numéricas, realizadas por meio do

código computacional ABAQUS versão 6.14, voltadas a pilares de aço com restrições à deformação térmica a fim de estudar o comportamento desses elementos em situação de incêndio. Os modelos térmicos e termoestruturais representaram adequadamente os resultados experimentais de referência.

A partir dos modelos desenvolvidos, realizou-se um conjunto de análises paramétricas de modo a avaliar a restrição térmica e o fator de carga no comportamento termoestrutural dos pilares. Foi constatado que o fator de carga diminui a resistência ao fogo dos elementos enquanto que a restrição rotacional é favorável para tal característica. Sobre a restrição axial, identificou-se que tal parâmetro possui influência na resistência ao fogo do pilar até em torno de $\alpha_A = 0,1$. A partir desse valor, o tempo crítico não apresentou variação significativa. Com isso, desenvolveu-se uma análise dos dados em que foi possível realizar correlações entre tais parâmetros e os tempos de pico e de resistência ao fogo. Grande parte das repostas obtidas foi do tipo linear.

Além disso, observou-se que em todos os modelos propostos, os tempos críticos obtidos foram menores que 30 min, que é o menor TRRF prescrito pela ABNT NBR 14432:2001. Assim, esse trabalho comprova a baixa eficiência estrutural do aço em situação de incêndio. Esse comportamento, ainda que preocupante, não traz grandes surpresas tendo em vista a alta condutividade térmica do material e pelo fato de o mesmo formar perfis com pequenas espessuras, o que facilita o seu aquecimento. Isso indica a necessidade do uso de revestimentos contra fogo para que esse material venha a desempenhar um papel satisfatório quando sujeito à essa ação excepcional.

5 Referências Bibliográficas

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14323**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios em situação de incêndio. Rio de Janeiro: ABNT, 2013.

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14432**: Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2001.

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.

ALI, F.A. et al. The effect of axial restraint on the fire resistance of steel columns. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 46, p. 305-306, 1998.

ALI, F.A.; O'CONNOR, D.J. Structural performance of rotationally restrained steel columns in fire. **Fire Safety Journal**, v. 36, n. 7, p. 679-691, 2001.

ALI, F.A.; SIRNMS, I.W.; O'CONNOR, D.J. Behaviour of axially restrained steel columns during fire. **Fire Safety Science**, v. 5, p. 1105-1116, 1997.

CALDAS, R. B., **Análise Numérica de Estruturas de Aço, Concreto e Mistas em Situação de Incêndio**. 226p. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

CORREIA, A.J.P.M.; RODRIGUES, J.P.C.; GOMES, F.C.T. A simplified calculation method for fire design of steel columns with restrained thermal elongation. **Computers and Structures**, v. 116, p. 20-34, 2013.

CORREIA, A.J.P.M.; RODRIGUES, J.P.C. Fire resistance of steel columns with restrained thermal elongation. **Fire Safety Journal**, v. 50, p. 1-11, 2012.

EUROCODE. EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1993-1-2. **Eurocode 3: Design of Steel Structures - Part 1-2: General rules - Structural Fire Design**. Brussels: CEN, 2005.

FRANSSEN, J.M. Failure temperature of a system comprising a restrained column submitted to fire. **Fire Safety Journal**, v. 34, n. 2, p. 191-207, 2000.

ISO. INTERNATIONAL STANDARD. **ISO 834: Fire-resistance tests – Elements of building construct – Part 1: General requirements**. ISO 834-1:1999. Geneva: ISO, 1999.

NEVES, I.C. The critical temperature of steel columns with restrained thermal elongation. **Fire Safety Journal**, v. 24, n. 3, p. 211-227, 1995.

ROCHA, F.M. **Pilares de aço e misto de aço e concreto inseridos em paredes em situação de incêndio**. 2016. 256p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

RIBEIRO, J.C.L. **Desenvolvimento e aplicação de um sistema computacional para simulação via Método dos Elementos Finitos do comportamento de estruturas de aço e mistas em situação de incêndio**, 2009. 282p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

SIMÕES, Y.S. **Análise numérica de pilares de aço isolados e inseridos em paredes em situação de incêndio**. 2018. 198p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

VALENTE, J.C.; NEVES, I.C. Fire resistance of steel columns with elastically restrained axial elongation and bending. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 52, n. 3, p. 319-331, 1999.

VELARDE, J.S.S. **Sobre o comportamento de pilares de aço em situação de incêndio**. 2008. 144p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

VILA REAL, P. **Incêndio em Estruturas Metálicas – Cálculo Estrutural**. Edições Orion, Mafra, 2003.

Algoritmo generativo para estruturas porticadas com perfis de aço laminado

Adônis Cavalcante de Melo Penalva¹ e Felipe Tavares da Silva²

¹ Faculdade de Arquitetura, Universidade Federal da Bahia, Rua Caetano Moura, 121, Federação, Salvador-Bahia adonispenalva@hotmail.com

² Faculdade de Arquitetura, Universidade Federal da Bahia, Rua Caetano Moura, 121, Federação, Salvador-Bahia, felipe.tavares@ufba.br

Generative algorithms for framed structures with steel sections

Resumo

O pré-dimensionamento estrutural é frequentemente relegado durante o processo criativo de projetos arquitetônicos. Em parte, isso acontece pela carência de métodos práticos para a realização dessa atividade. Em face disto, este trabalho apresenta um algoritmo generativo para geração automatizada de modelos de estruturas em pórticos com perfis em aço laminado de abas paralelas (*W-wide section*). Nele foram considerados parâmetros dimensionais de vãos e seções transversais, além da resistência do material no caso dos pilares. A relação espessura/vão das peças teve como base valores sugeridos pela literatura, enquanto a leitura das seções transversais são realizadas a partir de um catálogo de perfis laminados de abas paralelas disponível no mercado brasileiro. Este algoritmo pode ser útil tanto no processo preliminar de projeto, quanto servir de ferramenta auxiliar no processo de ensino e aprendizado de concepção de estruturas de pórticos em aço.

Palavras-chave: algoritmo generativo; projeto paramétrico; pré-dimensionamento; estruturas em aço; grasshopper.

Abstract

The structural preliminary design is often relegated during the creation process of architectural designs. Sometimes, it happens due the lack of practical methods to do this kind of design activity. In face of that, this work presents a generative algorithm for automatic generation of framed structures with steel I and H-sections, hot rolled. The algorithm considers dimension parameters of span and steel sections, besides the columns material resistance. The relation thickness/span was defined according with the literature, while the sections reading are realized from a Steel I and H-sections catalog, available in the Brazilian market. This algorithm can be useful in the process of preliminary designs and as an auxiliary tool in the process of teaching/learning structures in steel frames.

Keywords: generative algorithm; parametric design; preliminary design; steel structures; grasshopper.

* autor correspondente

1 Introdução

O processo de evolução tecnológica tem acontecido em uma velocidade impressionante. Em parte, este fenômeno ocorre devido ao constante desenvolvimento e uso das ferramentas computacionais. Algumas destas ferramentas possibilitam o uso de algoritmos customizados para realizar tarefas, tornando os processos mais efetivos. O grande ganho que há no uso destas ferramentas está no uso de modelos preditivos para a projeção e, mais recentemente, o desenvolvimento de modelos geométricos para quantificação e verificação de detalhes construtivos dos sistemas.

Segundo Knuth (1983), um algoritmo é um conjunto de regras para obter resultados específicos através da manipulação de dados, com passos precisamente definidos e ordenados ao ponto de poderem ser executados por máquinas.

Aprofundando o conceito de algoritmo, quando este é relacionado com a geração de geometrias, tem-se então o algoritmo generativo, podendo ser definido como uma composição de regras para a geração de geometrias vetoriais em ambientes digitais (Khabazi, 2010). Devido à relação topológica entre os parâmetros definidores da geometria, a modelagem paramétrica permite alterações dinâmicas do modelo tridimensional. Isso possibilita a obtenção de várias instâncias diferentes advindas da mesma conformação topológica do objeto e assim são geradas a partir de uma mesma programação algorítmica.

De acordo com Davis (2013), um modelo paramétrico é único devido à maneira que ele é gerado, e não pelo fato de conter parâmetros ou a habilidade de mudança. É através da programação computacional algorítmica que um modelo pode alcançar a condição de paramétrico. Seguindo uma sequência lógica, a associação entre parâmetros e funções matemáticas com a programação algorítmica permite geração de pontos, linhas, superfícies e volumes, estando estes relacionados com o sistema de coordenadas cartesianas. Florio (2011) afirma que o uso de parâmetros para gerar a geometria dos elementos de uma edificação tem se provado cada vez mais eficaz no processo de projeto de edificações, tornando possível que sejam gerados modelos com alto grau de detalhe ou complexidade a partir de uma entrada de dados sistematizada.

O uso de algoritmos generativos no processo projetual de edificações vem crescendo nos últimos anos, hoje já existem grandes expoentes da arquitetura contemporânea que utilizam esta tecnologia. Escritórios como Zaha Hadid Architects, BIG, Foster and Partners, entre outros, vêm trabalhando na vanguarda deste movimento. Eles utilizam todo o potencial da programação algorítmica para modelar formas de edificações de alta complexidade estrutural e formal, como o *Baku Cultural Center*, o *Serpentine Pavillion* e o *The Gherkin*. Neste cenário, o modelo paramétrico é crucial para atingir uma maior eficiência do processo projetual da edificação, permitindo a obtenção de diversas opções de geometria para uma mesma tipologia programada algoritmicamente.

Dentre as diversas fases que compõem o projeto de uma edificação, a concepção estrutural é uma das mais importantes. Segundo Engel (2001) e Rebello (2007), o pré-dimensionamento estrutural deve ser realizado no estágio inicial do projeto, e de forma prática, para que não se interrompa a fluidez do processo criativo na concepção da forma e da estrutura arquitetônica.

O algoritmo generativo proposto neste artigo gera um modelo paramétrico de uma estrutura de pórtico com perfis em aço, considerando regras de pré-dimensionamento das seções transversais dos membros estruturais. O modelo estrutural paramétrico permitirá rápidas visualizações de diferentes opções de geometria modular, considerando como dados de entrada um catálogo comercial de perfis laminados de abas paralelas W (*wide section*), nível de carga total do sistema de piso (lajes, vigas e sobrecarga), a capacidade resistente dos pilares em relação a sua área de influência, e o número de replicações modulares da unidade básica estrutural.

As seções transversais são carregadas no algoritmo a partir da leitura de uma planilha eletrônica, que contém os dados dos perfis disponíveis no catálogo de perfis em aço de abas paralelas conformados a quente da Gerdau. A associação entre as propriedades dos perfis listados no catálogo, os parâmetros de cargas e o número de replicação modular geram o modelo geométrico paramétrico tridimensional da estrutura em pórtico, com seus membros estruturais pré-dimensionados.

Este método possibilita a visualização de estruturas pré-dimensionadas, onde é possível se obter, para determinado nível de carga escolha da seção transversal das vigas e pilares, são obtidas informações quanto ao máximo vão alcançado pelas seções das vigas, a espessura da laje e o número máximo de pavimentos alcançado pelas seções dos pilares.

2 Método

A concepção da geometria global deste modelo foi baseada no conceito de unidade básica de Moussavi (2009), onde o objetivo neste estudo é parametrizar um sistema modulado de piso unidirecional 2M (Brito e Silva, 2015), com lajes maciças em concreto.

O conceito de unidade básica de Moussavi (2009) está relacionado com os sistemas estruturais mais comuns, como pórticos, arcos, cascas, membranas tensionadas e membranas pneumáticas. Segundo este conceito, cada um desses sistemas possui uma unidade básica, ou módulo, que pode ser replicado nas direções verticais e horizontais, possibilitando assim diversas instâncias de geometria global diferenciadas entre si. Esta unidade básica toma forma ao responder às restrições pelas quais os sistemas estruturais estão submetidos, como por exemplo a capacidade resistente do material, o nível de carga incidente na estrutura, ou qualquer outro parâmetro que restrinja a capacidade de vão dos elementos componentes do sistema.

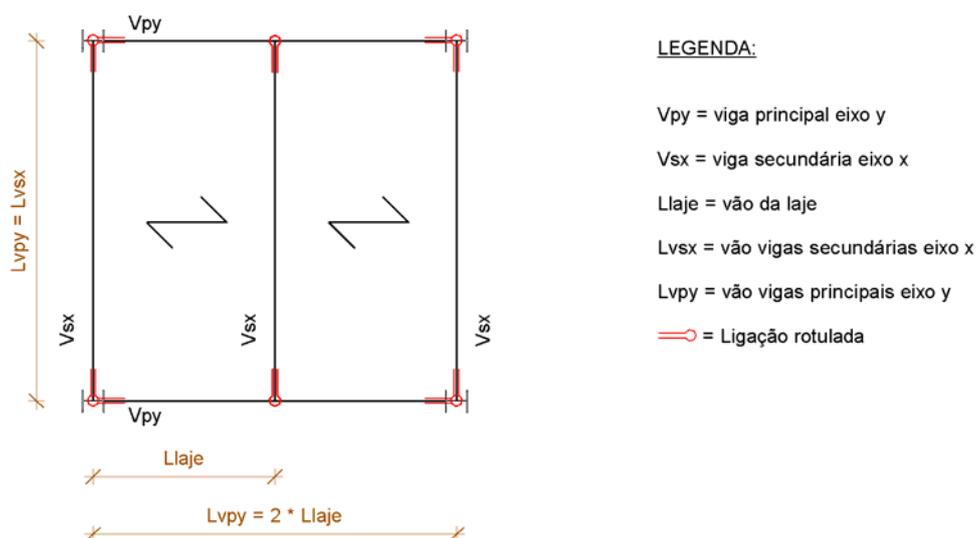


Figura 1: Sistema de piso unidirecional 2M.

O módulo do sistema de piso unidirecional 2M de Brito e Silva (2015) é formado por duas linhas de vigamentos principais, paralelas ao sentido da laje, e três linhas de vigamentos secundários, perpendiculares ao sentido da laje. As vigas secundárias periféricas do módulo se apoiam nos pilares, enquanto a viga intermediária se apoia nas vigas principais. Todas as ligações entre os elementos estruturais são do tipo flexível. A figura 1 ilustra uma unidade básica do sistema de piso unidirecional 2M.

O modelo paramétrico em estudo foi concebido no ambiente do plugin Grasshopper, que é vinculado ao sistema CAD Rhinoceros. Sua interface de programação algorítmica utiliza componentes funcionais em forma de caixas, dotadas de entradas e saídas que, agrupadas entre si se conectam por fios, formando assim um fluxo de processamento algorítmico de informações. Esta interface permite conceber códigos de programação algorítmica que têm como finalidade a modelagem paramétrica.

A programação algorítmica deste modelo tem início com a modelagem paramétrica da seção transversal do perfil considerado. Esta seção é então a base para a modelagem paramétrica da unidade básica do sistema de piso unidirecional 2M, que, por sua vez, é parametrizada para ser replicada tanto horizontalmente quanto verticalmente.

2.1 Definição de um painel de controle para atribuições manuais dos parâmetros de entrada do modelo

Foi então criado um painel de controle para possibilitar a mudança dinâmica dos parâmetros de entrada do modelo. Este controle dinâmico possibilita a obtenção, em tempo real, de geometrias pré-dimensionadas do modelo geométrico estrutural. Estes componentes estão organizados conforme ilustrado na figura 2.

Através deste painel é possível escolher seções do catálogo para serem utilizadas como pilares e vigas, atribuir valores para o nível de carga do sistema de piso e cobertura, definir a altura dos pilares, definir a quantidade de replicações horizontais da unidade básica, e definir o espaçamento para as ligações entre os membros estruturais. O painel de controle também conta com monitores de valores característicos do sistema, exibindo a nomenclatura dos perfis escolhidos, segundo o catálogo, as dimensões de vão alcançados por estes elementos estruturais, a espessura da laje e o número de pavimentos alcançados pelas seções escolhidas para os pilares.

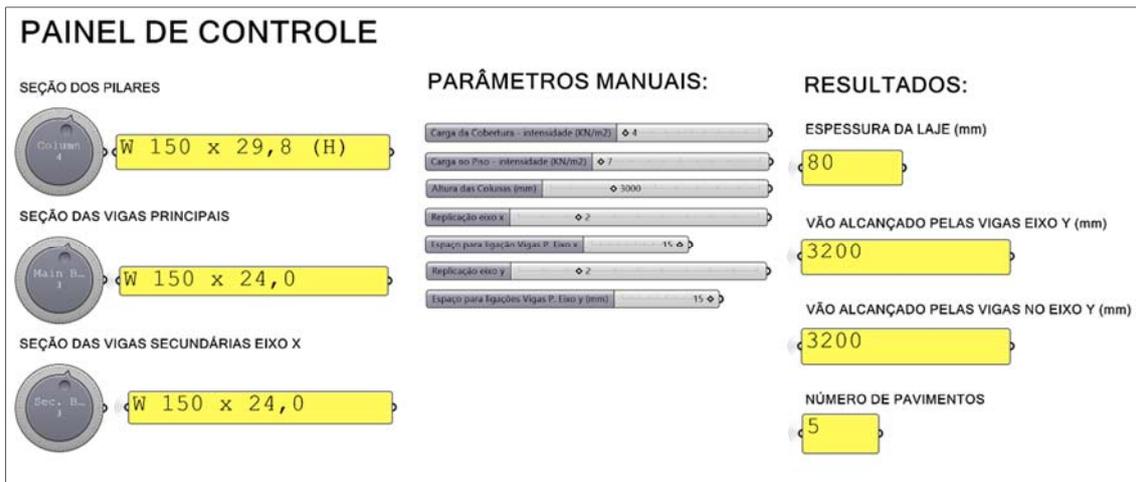


Figura 2: Interface do painel de controle para alterações paramétricas do modelo.

Mudanças manuais em um ou mais componentes dinâmicos do painel de controle irão gerar instâncias distintas do modelo proposto, com diferentes comprimentos de vãos, extensão total da estrutura e número de pavimentos.

2.2 Modelagem paramétrica da geometria do perfil de aço a partir do catálogo

A modelagem paramétrica da seção transversal dos perfis estruturais tem início com a leitura dos dados dimensionais destes elementos na planilha eletrônica. Essa leitura é possibilitada através da utilização do Lunchbox, add-on para Grasshopper que permite carregar no algoritmo as informações contidas na planilha.

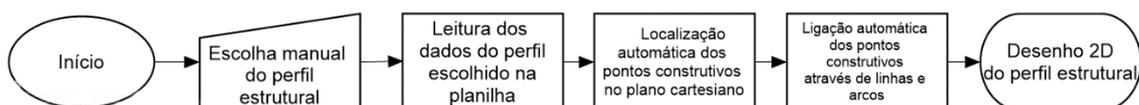


Figura 3: Fluxograma para modelagem geométrica paramétrica do perfil de aço.

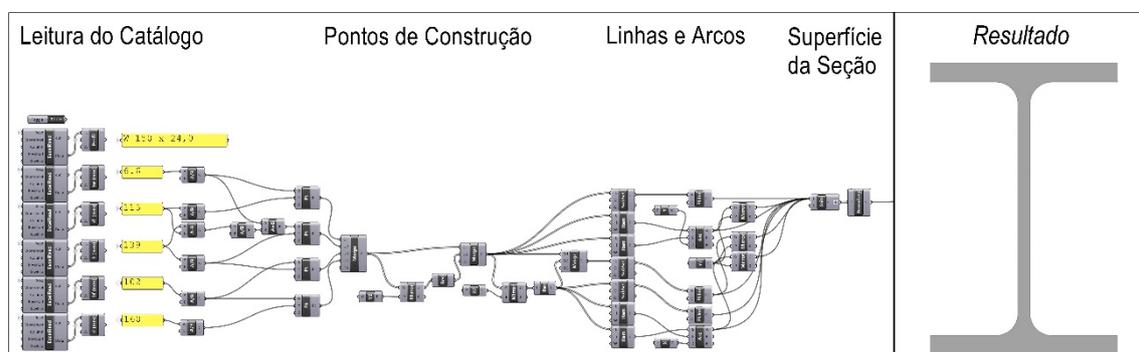


Figura 4: Modelagem geométrica paramétrica do perfil de aço.

Nesta modelagem, pontos estratégicos do sistema de coordenadas cartesianas foram relacionados com a forma padrão das seções estruturais em estudo. Estes pontos foram

então conectados através de linhas e arcos, gerando uma superfície com o formato do perfil. O fluxograma ilustrado pela figura 3 e o código do Grasshopper exibido na figura 4 representam este processo de modelagem da seção transversal.

A partir da leitura do catálogo e da composição de componentes do Grasshopper, cujo fluxo de informações acontece da esquerda para a direita, obtém-se a figura bidimensional do perfil.

2.3 Pré-dimensionamento e parametrização da unidade básica do sistema estrutural

A unidade básica 2M considerada é composta por dois painéis de lajes maciças unidirecionais, suportados por vigas, que por sua vez são apoiadas em quatro pilares. As regras que relacionam as espessuras dos elementos com os vãos do sistema estrutural e, por outro lado o número de pavimentos em relação ao nível de cargas e a resistência do aço, foram obtidas a partir das propostas de Rebello (2007). Estas relações entre parâmetros são definidas pelas equações de 1 a 3.

$$L_{viga} = 20 \cdot d_{viga} \quad (1)$$

$$h_{laje} = 0,02 \cdot \frac{L_{vpy}}{2} \quad (2)$$

$$N_{pav} = \frac{1}{Q_{piso}} \cdot \left(\frac{A_{Spilar} \cdot \sigma_{adm}}{A_{inf}} - Q_{cobertura} \right) \quad (3)$$

Na Equação 1, L_{viga} é o vão da viga, principal ou secundária, e d_{viga} é a altura da seção transversal da viga, extraída do catálogo. Na equação 2, h_{laje} é espessura da laje maciça e L_{vpy} é o vão da viga principal. Na equação 3, N_{pav} é o número de pavimentos que os pilares suportam, Q_{piso} a carga total do sistema de piso, $Q_{cobertura}$ a carga do sistema de cobertura, A_{Spilar} a área da seção transversal do perfil escolhido para o pilar, σ_{adm} a tensão admissível do aço escolhido e A_{inf} a área de influência do pilar central.

No desenvolvimento da unidade básica do sistema estrutural, para que seja possível definir diferentes seções de vigas e pilares, fez-se necessário replicar o algoritmo generativo da seção transversal três vezes: uma para a geração das vigas no eixo x, uma para a geração das vigas no eixo y e uma para a geração dos pilares. Cada seção transversal serve como dado de entrada para uma nova programação algorítmica, que irá gerar como resultado os pilares e as vigas.

A primeira das três superfícies das seções transversais modeladas foi extrudada e copiada para as extremidades do módulo, gerando os pilares. Estes elementos foram associados às extremidades dos vãos alcançados pelas vigas, com o objetivo de localizá-los corretamente na unidade básica do sistema. O fluxograma e a programação algorítmica, referentes ao procedimento da geração geométrica paramétrica dos pilares, podem ser observados nas figuras 5 e 6, respectivamente.

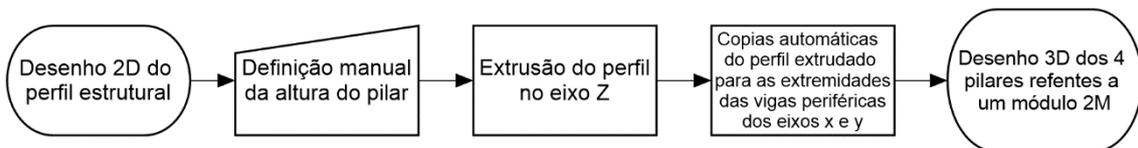


Figura 5: Fluxograma para modelagem dos pilares do módulo 2M

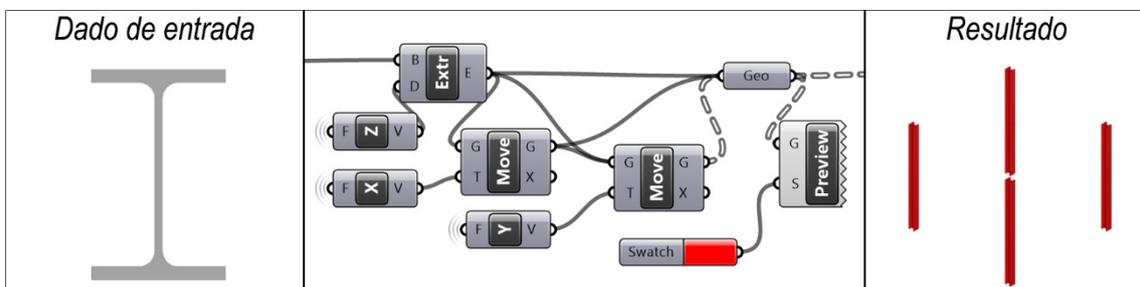


Figura 6: Algoritmo generativo dos pilares do módulo 2M.

Na geração paramétrica das vigas periféricas em ambos os eixos horizontais, as seções foram rotacionadas para ficarem paralelas a estes eixos, movidas em direção ao topo dos pilares, extrudadas e copiadas para as outras extremidades do módulo.

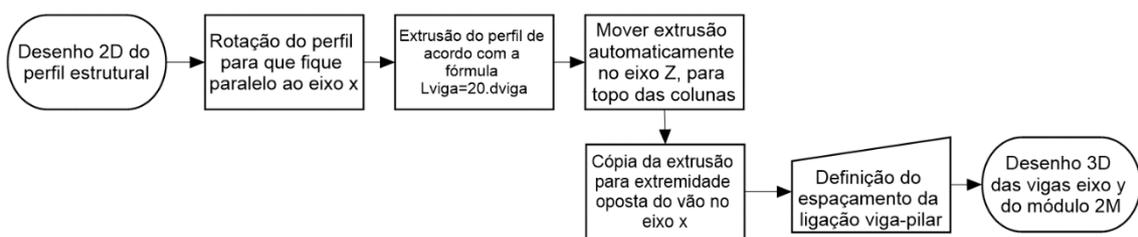


Figura 7: Fluxograma para geração das vigas principais no eixo y.

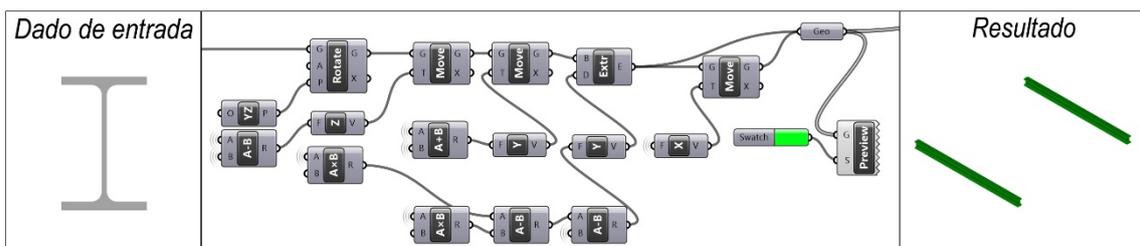


Figura 8: Algoritmo generativo das vigas principais no eixo y.

De maneira análoga à geração das vigas periféricas, procedeu-se a modelagem paramétrica da viga secundária intermediária, apoiada pelas vigas principais. Os fluxogramas e os algoritmos desenvolvidos para a geração das vigas principais e secundárias são ilustrados pelas figuras 7, 8, 9 e 10.

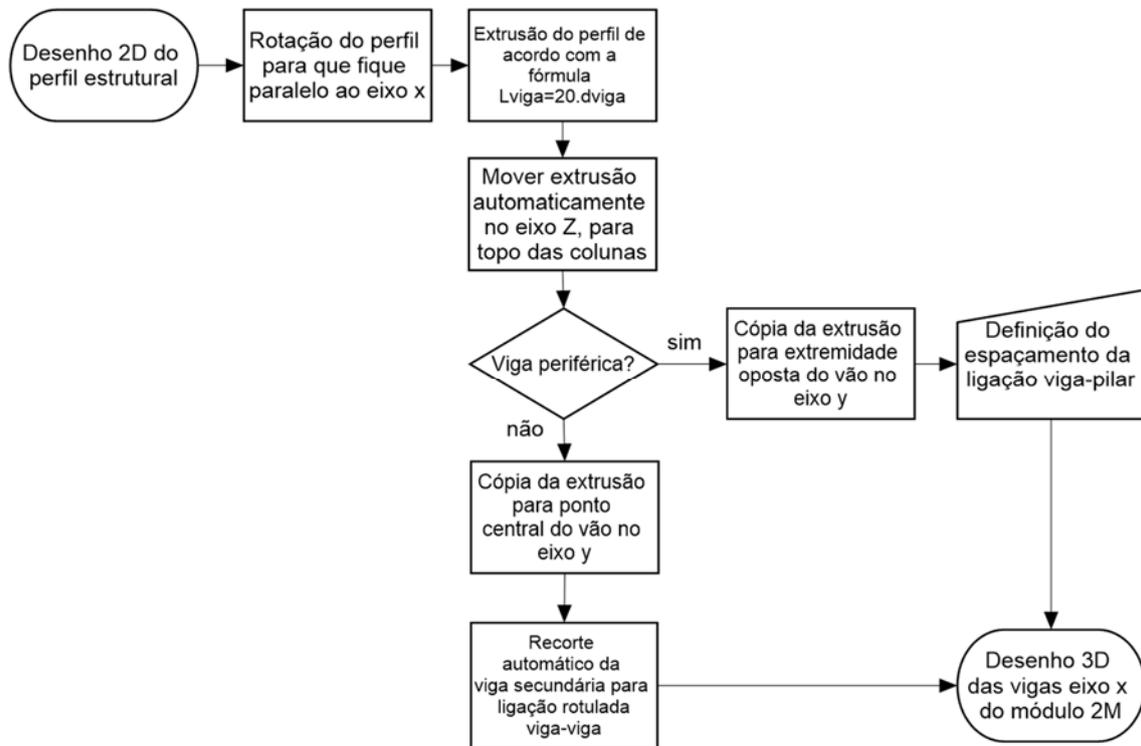


Figura 9: Fluxograma para geração das vigas secundárias no eixo x.

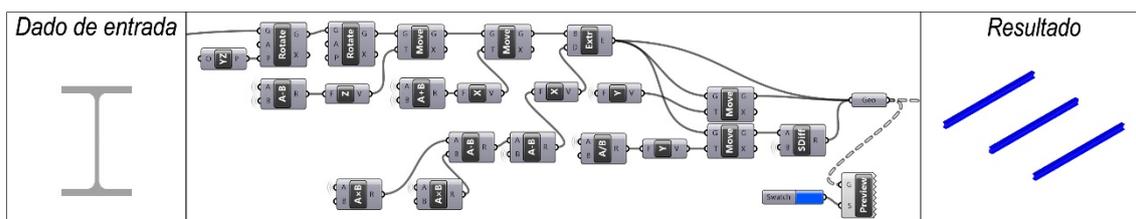


Figura 10: Algoritmo generativo das vigas secundárias no eixo x.

Estas operações algorítmicas estão associadas com componentes de controle dos parâmetros de entrada que permitem definir os espaçamentos para uma modelagem posterior das ligações nas extremidades destes elementos. Para tanto, foram concebidos cortes das mesas da viga apoiada, de acordo com o manual de ligações para perfis laminados Gerdau. As figuras 11 e 12 ilustram o fluxograma e a programação algorítmica, respectivamente, desenvolvidos para a realização do corte automático das extremidades desta viga secundária.

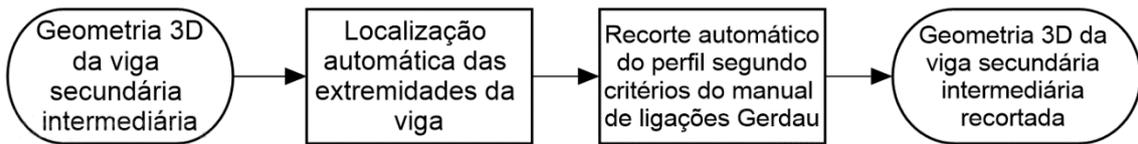


Figura 11: Fluxograma do corte automático na viga secundária intermediária eixo x.

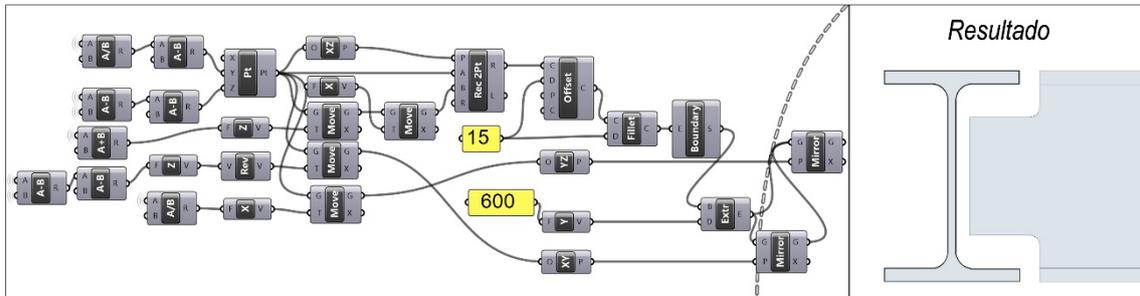


Figura 12: Programação algorítmica dos cortes na viga secundária intermediária eixo x.

O último elemento da unidade básica, a laje maciça em concreto, é gerado a partir da extrusão de uma área retangular, obtida através da união dos pontos centrais dos pilares. Sua espessura será definida automaticamente, de acordo com o comprimento dos vãos das vigas, admitindo-se uma espessura mínima de 80 mm. As figuras 13 e 14 ilustram o fluxograma e a programação algorítmica deste elemento.

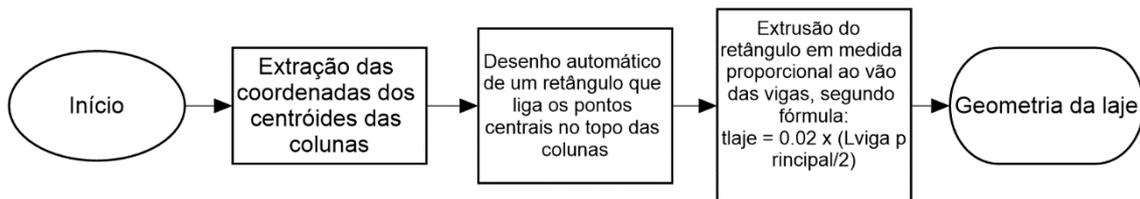


Figura 13: Fluxograma para geração da laje maciça.

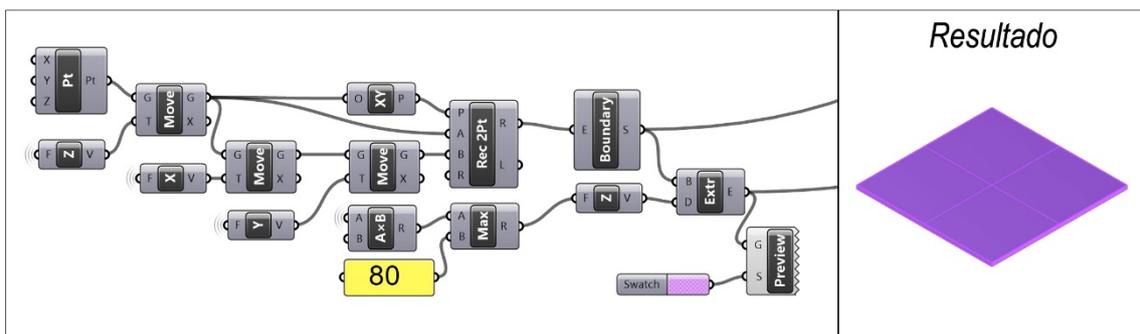


Figura 14: Algoritmo generativo da laje plana.

A união entre os resultados geométricos gerados através da programação dos elementos estruturais (pilares, vigas e laje) constitui a unidade básica do sistema de piso unidirecional 2M. A figura 15 ilustra a geometria parametrizada e pré-dimensionada de uma unidade básica do modelo em pórtico de aço.

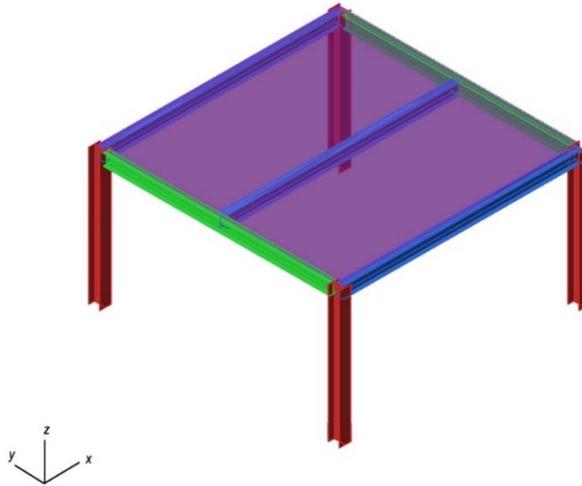


Figura 15: Unidade básica do modelo estrutural parametrizada e pré-dimensionada.

2.4 Replicação da unidade básica do modelo estrutural

Depois de modelada a unidade básica, a replicação desta pode ser feita horizontalmente e verticalmente, através da cópia organizada deste módulo nos eixos cartesianos. A replicação horizontal, em qualquer direção ortogonal, é livre para ser escolhida através da manipulação do painel de controle. A replicação vertical, entretanto, está relacionada com a capacidade resistente da seção escolhida para os pilares. As figuras 16 e 17 ilustram o fluxograma e a programação algorítmica dos procedimentos de replicação.

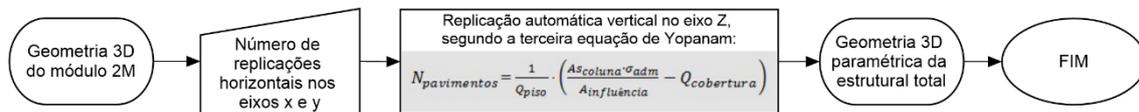


Figura 16: Fluxograma para replicação da unidade básica

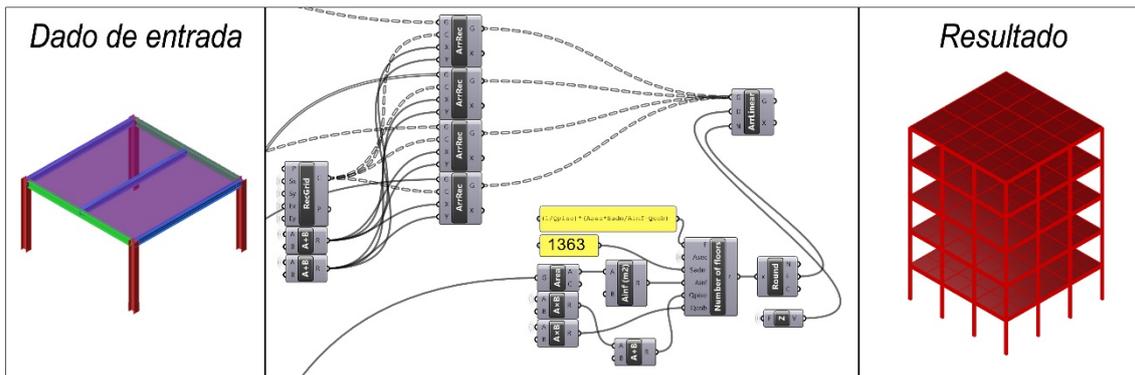


Figura 17: Programação algorítmica para replicação da unidade básica

O algoritmo completo (figura 19), gerado pelos procedimentos supracitados, permite, de maneira prática, a experimentação de todas as possíveis formas geométricas geradas por diferentes combinações dos parâmetros de entrada considerados.

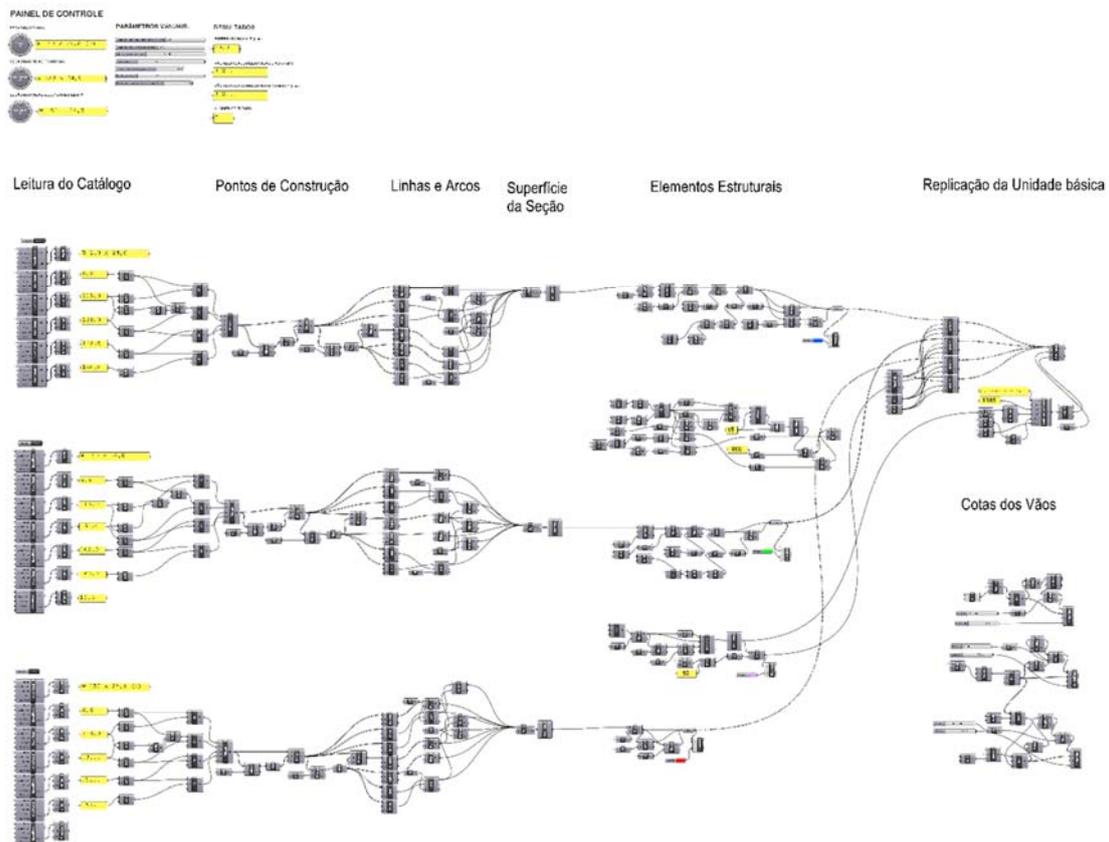


Figura 19: Código completo do algoritmo generativo proposto.

3 Resultados

A partir do painel de controle é possível gerar diversos modelos de estruturas de pórtico em aço para a tipologia proposta, com as seções transversais das vigas, pilares e lajes

maciças pré-dimensionadas. Nesta seção do artigo são exibidas algumas instâncias que foram obtidas e testadas através de diferentes combinações de parâmetros de entrada.

A figura 20 ilustra uma instância do modelo produzida pelo algoritmo. Configurou-se no painel de controle uma estrutura formada por perfis W 250 x 38.5 para todas as vigas, e perfis W 250 x 73.0 (H) para os pilares. A unidade básica foi replicada duas vezes nos sentidos x e y do plano horizontal. Nesta análise foram consideradas cargas do sistema horizontal, incluindo o peso próprio das vigas e das lajes mais a sobrecarga de utilização, de 4,0 KN/m² para a cobertura e 7,0 KN/m² para o piso.

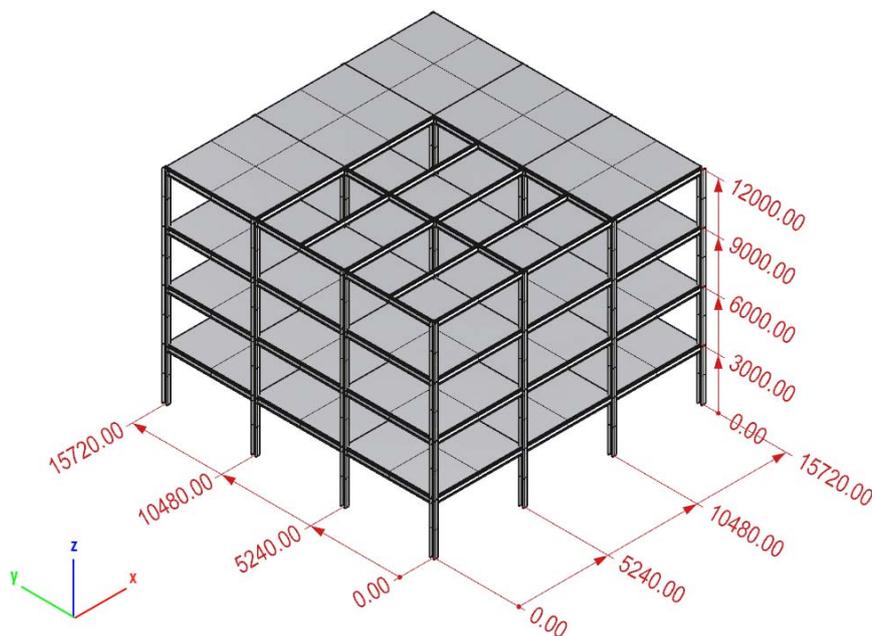


Figura 20: Estrutura em pórtico com perfis de aço (vãos em mm)

Como resultado das interações entre os parâmetros de carregamento e seções transversais, as vigas escolhidas alcançam um vão de 5,24 m, as lajes possuem 8,0 cm de espessura e os pilares alcançam até 4 pavimentos.

Outro caso gerado foi a comparação entre a capacidade dos menores perfis disponíveis no catálogo (W 150 x 13.0 para vigas e W 150 x 22.5 (H) para pilares) *versus* os maiores perfis disponíveis (W 610 X 155.0 para vigas e pilares).

Em ambas as situações, foram configurados no painel de controle três replicações do módulo no sentido y do plano horizontal, duas replicações do módulo no sentido x do plano horizontal, 5,0 KN/m² para carga de piso e 3,0 KN/m² para carga de cobertura.

A figura 21 ilustra o resultado geométrico das duas situações desta comparação, utilizando os maiores e menores perfis do catálogo em estudo. Considerando-se os mesmos carregamentos e replicações horizontais para os dois casos, a estrutura com as menores seções, à esquerda, é mais alta e estreita do que a estrutura com maiores seções, à direita.

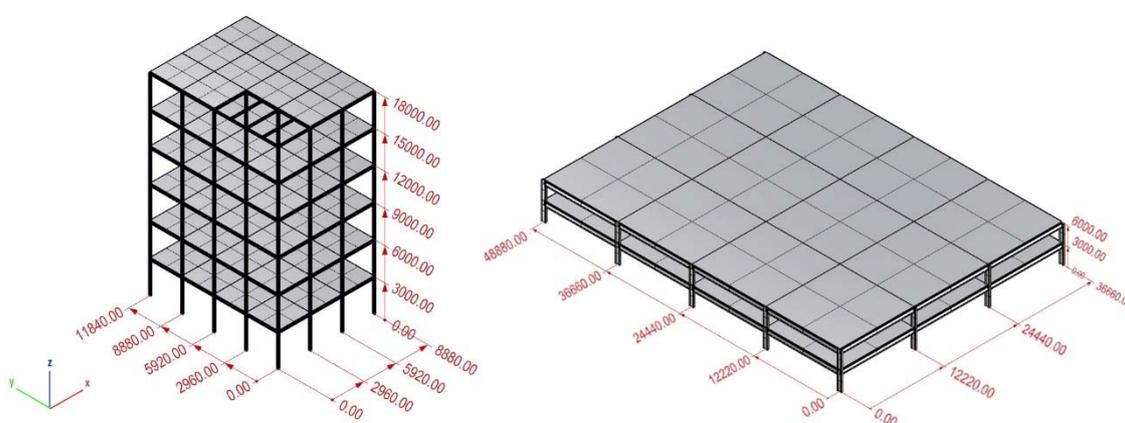


Figura 212: Capacidade dos menores perfis *versus* capacidade dos maiores perfis.

Analisando as duas imagens e os resultados exibidos no Painel de Controle, observa-se que enquanto as vigas da primeira estrutura alcançam vãos de aproximadamente 3,0 m e lajes de 8,0 cm, a segunda estrutura alcança vãos de 12 metros com lajes de 12 centímetros. Apesar da primeira estrutura possuir menores perfis, ela alcança mais pavimentos do que a segunda estrutura em virtude de uma diminuição das cargas nos pilares devido a menores áreas de influência. Por sua vez, apesar de baixa, a segunda estrutura possui vãos quatro vezes maiores do que a primeira, devido a maior robustez de suas vigas.

4 Discussão

Este trabalho pode ser útil na concepção e pré-dimensionamento de estruturas de pórticos em perfis de aço, pelo fato de automatizar este processo, fornecendo respostas em tempo real. O acoplamento algorítmico de regras de pré-dimensionamento para o

modelo geométrico tridimensional possibilita rápidas visualizações através das diferentes opções de geometria. Isto torna fácil a compreensão e experimentação de vários cenários durante o processo de projeto, sobretudo na verificação dos espaços úteis resultantes.

Com o método proposto, o projetista pode obter informações quanto a estrutura em forma de dados e, ao mesmo tempo, visualizar o resultado graficamente. Além disso, este modelo geométrico pode ser exportado para outras ferramentas digitais.

A dinamicidade da criação de instâncias do modelo é um dos pontos fortes desta proposta. O algoritmo pode ainda ser ajustado com o acréscimo de novos parâmetros que tornem os pré-dimensionamentos mais precisos. Bons exemplos de um possível novo acoplamento são o refino das relações de carregamento, precisão da carga gravitacional, geração automática de ligações e posicionamento de torres de contraventamentos em algum dos módulos.

Esta ferramenta pode ser útil tanto no processo preliminar de projeto como também no processo de ensino e aprendizagem de estruturas de pórticos em aço, como um instrumento auxiliar de ensino.

A relevância desta proposta está na importância de acessar as capacidades estruturais deste sistema, evidenciando as relações entre espessuras e vãos, facilitando a tomada de decisões que frequentemente são delegadas a especialistas na área.

Portanto, neste algoritmo proposto, a partir da entrada do nível de sobrecarga nas lajes e das seções de vigas e pilares fornecidos como dados de entrada, obtém-se o modelo geométrico parametrizado e pré-dimensionado de uma estrutura em pórticos de perfis em aço, com sistema de piso unidirecional com lajes maciças em concreto.

É importante salientar que este resultado não pode ser considerado definitivo em um projeto de estruturas desta tipologia, uma vez que as regras que relacionam a capacidade do perfil em relação ao nível de cargas e vãos são estimativas que contém um certo grau de imprecisão em relação ao cálculo completo, preconizado pelas normas brasileiras de projeto de estruturas em aço e em concreto armado.

5 Agradecimentos

Agradecemos ao suporte do CNPq por financiar este trabalho de pesquisa através da concessão de bolsa de Iniciação Científica.

6 Referências bibliográficas

BRITO, B. L.; SILVA, F.T. **Estudo Paramétrico de Sistemas de Piso Bidirecional e Unidirecional Modulados em Concreto Armado**. VII Encontro de Tecnologia de Informação e Comunicação na Construção. Recife-PE. TIC, 2015

DAVIS, D. **Modelled on Software Engineering: Flexible Parametric Models in the Practice of Architecture**. Tese – RMIT University. Melbourne-AU, 2013

ENGEL, H. **Sistema de Estructuras**. Barcelona-ES. Editora Gustavo Gili, 2001.

FLORIO, W. **A contribuição dos Protótipos Rápidos no Processo em Arquitetura**. Curitiba-PR. Simpósio Graphica, 2007.

KHABAZI, Z.M. **Generative Algorithms using Grasshopper**. Disponível em: <http://files.na.mcneel.com/misc/Generative%20Algorithms%20v2.zip>. Acessado em 29/07/2018. 1997.

KNUTH, D.E. **The Art of Computer Programming Volume 1**. 3.ed. Stanford, 1997.

MOUSSAVI, F. **The Function of Form**. Massachusetts. Editora Actar, 2009.

REBELLO, Y. **Bases Para Projeto Estrutura na Arquitetura**. São Paulo-SP. Ziguarte Editora, 2007.

Força localizada crítica de flambagem lateral da alma de vigas I de aço

Luiza Milene de Freitas^{1*}, Ricardo Hallal Fakury², Ana Lydia Reis de Castro e Silva³

¹ Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais,
luizamilenedefreitas@gmail.com

² Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais,
fakury@dees.ufmg.br

³ Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais,
analydiarcs@gmail.com

CRITICAL CONCENTRATED LOAD RELATED TO SIDESWAY WEB BUCKLING OF STEEL I-BEAMS

Resumo

A flambagem lateral da alma pode ocorrer em vigas I de aço sob ação de uma força transversal localizada em uma das mesas. Esse modo de colapso é caracterizado pela perda da estabilidade da alma, que se movimenta lateralmente, fazendo com que a mesa oposta também se movimente lateralmente. Neste artigo apresenta-se brevemente os principais estudos sobre esse fenômeno e o procedimento das normas de projeto norte-americana ANSI/AISC 360-16 e brasileira ABNT NBR 8800:2008, para a determinação da força localizada crítica (ambas adotam o mesmo procedimento), indicando suas incertezas. Uma modelagem numérica é feita com o programa ABAQUS e, a partir dela, são obtidos resultados que mostram como os parâmetros geométricos da viga influem no valor da força crítica e permitem uma avaliação dos resultados do procedimento normativo e da literatura.

Palavras-chave: Estruturas de aço, Vigas de aço, Força transversal localizada, Flambagem lateral da alma.

Abstract

Sidesway web buckling can occur in steel I beams under the action of a concentrated transversal load at one of the flanges. This collapse mode is characterized by the lost of stability of the web, that moves laterally, making the opposite flange also move laterally. This paper presents briefly the main studies about this phenomenon and the procedure of the american standard ANSI/AISC 360-16 and brazilian ABNT NBR 8800:2008, for the determination of the critical concentrated transversal load (both uses the same procedure), indicating their uncertainties. A numerical modeling is made with the ABAQUS program, and from it, results that show how the geometric parameters of the beam influence on the critical transversal load and allow an evaluation of the results from standards procedure and literature are obtained.

Keywords: steel structures, steel beams, concentrated transversal load, sidesway web buckling

* autor correspondente

1 Introdução

Os perfis de aço de seção I são usualmente utilizados nas estruturas como vigas, dispostos de modo que a flexão ocorra em relação ao eixo central de inércia perpendicular à alma. Nessa situação, muitas vezes, uma força localizada atua diretamente na mesa do perfil, comprimindo sua alma. Nas edificações, esse tipo de solicitação ocorre, por exemplo, nas vigas principais que apoiam vigas secundárias sobre sua face superior (Fig. 1.a), nas vigas de transição que apoiam pilares (Fig. 1.b) e nas vigas de rolamento que recebem as rodas de uma ponte rolante (Fig. 1.c).



(a) Viga principal apoiando secundária (extraído de Fakury *et al.*, 2016)



(b) Viga de transição apoiando pilar (extraído de Fakury *et al.*, 2016)



(c) Viga de rolamento suportando ponte rolante

Figura 1 – Situações típicas de atuação de força localizada na mesa de um perfil I

A atuação da força localizada na mesa do perfil pode levar a diversos modos de colapso, um dos quais é a flambagem lateral da alma (Fig. 2). Nesse estado-limite último, a alma comprimida é desestabilizada pelas tensões normais transversais geradas pela força e move-se lateralmente, levando a mesa tracionada a mover-se lateralmente também.

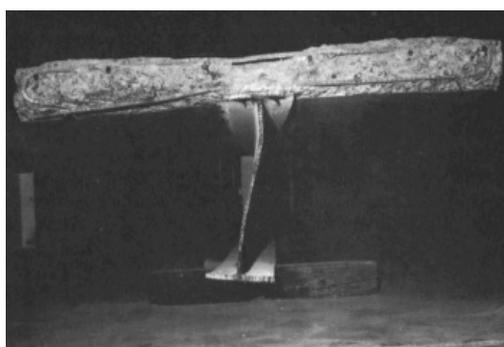


Figura 2 – Flambagem lateral da alma (extraído de Daniels e Fisher, 1967)

Há atualmente poucos estudos a respeito da flambagem lateral da alma, apesar da complexidade inerente a esse fenômeno e ao conservadorismo existente no procedimento adotado pelas normas de projeto de estruturas de aço norte-americanas do AISC, com publicações periódicas desde a década de 1960 (a norma atual é o

ANSI/AISC 360-16, portanto, de 2016), e brasileira ABNT NBR 8800:2008 (as duas normas utilizam o mesmo procedimento).

Neste artigo, uma modelagem numérica é desenvolvida com o programa ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2014) para utilização do método dos elementos finitos, com intuito de se obter a força localizada crítica elástica para flambagem lateral da alma em vigas de aço biapoiadas, com seção I duplamente simétrica e vínculos de garfo nos apoios, nas seguintes condições: (i) a força localizada situa-se na seção central das vigas, e; (ii) a mesa superior, na qual atua a força localizada, encontra-se totalmente contida contra deslocamento lateral, mas com a rotação podendo estar impedida ou livre ao longo de todo o seu comprimento. A partir dessa modelagem, é realizado um estudo paramétrico para processamento de um conjunto de vigas, gerando resultados que mostram como os parâmetros geométricos da viga (dimensões da seção transversal e comprimento) influem no valor da força crítica e que, ainda, permitem uma avaliação dos resultados do procedimento normativo norte-americano e brasileiro e de Topkaya (2006), o mais relevante trabalho a respeito do assunto produzido mais recentemente.

2 Visão Histórica

Apenas em 1967, nos ensaios realizados por Daniels e Fisher (1967) para a determinação do comportamento de uma viga mista simplesmente apoiada submetida a uma força localizada, que o fenômeno da flambagem lateral da alma foi primeiramente documentado (ver Fig. 2).

Um pouco antes, Basler *et al.* (1960) haviam apresentado uma teoria simplista para a determinação da força localizada crítica (considerada como correspondente à força de colapso), incorporada pela especificação de projeto de estruturas de aço norte-americana da época, editada pelo AISC (*American Institute of Steel Construction*), desprezando a possibilidade da ocorrência do movimento lateral da mesa tracionada. Essa teoria, conforme se comprovou posteriormente, fornecia valores significativamente maiores que a força crítica real, ou seja, contrários à segurança.

Na teoria de Basler *et al.* (1960), a alma é isolada e considerada como uma barra comprimida engastada na extremidade superior (onde atua a força localizada) e simplesmente apoiada na extremidade inferior. Assume-se que a mesa superior

(comprimida) esteja com o deslocamento lateral e a rotação impedidos, e que a mesa inferior (tracionada) esteja simplesmente apoiada na direção transversal (Fig. 3.a). A distribuição de tensões transversais abaixo do ponto de aplicação da força localizada é considerada empiricamente como triangular e distribuída em um comprimento h igual à altura da alma, em que a tensão é máxima na extremidade superior (junto à força) e nula na outra extremidade (Fig. 3.b).



(a) Modelo de barra comprimida

(b) Distribuição de tensão triangular

Figura 3 – Bases da teoria de Basler *et al.* (1960) (adaptado de Summers e Yura, 1982)

A especificação do AISC baseou-se nessa teoria até o ano de 1986, quando os resultados de uma pesquisa conduzida por Summers e Yura (1982) foram adotados. Nessa pesquisa, ensaios experimentais feitos com vigas em escala reduzida de material acrílico de seção transversal I, submetidas a uma força localizada no meio do vão, foram estudados de formas analítica e numérica. Esses dois autores empregaram inicialmente nos seus estudos uma teoria de Yura (1970), que introduz uma mola de translação no ponto de apoio da mesa tracionada no modelo de barra comprimida de Basler, para procurar considerar a influência da rigidez lateral dessa mesa. Como os resultados obtidos não foram satisfatórios, a pesquisa prosseguiu por meio de análise numérica com o programa de elementos finitos BASP (*Buckling Analysis of Stiffened Plates*), que possibilitou a determinação de dois modos de flambagem quando a mesa carregada possuía rotação impedida (Fig. 4.a) e outros dois modos quando essa mesa possuía a rotação livre (Fig. 4.b). Esses modos de flambagem foram confirmados posteriormente por Mullin e Cheng (1995), que ensaiaram experimentalmente catorze vigas de seção I, sendo nove em escala reduzida feitas de estireno e cinco em escala real de aço.

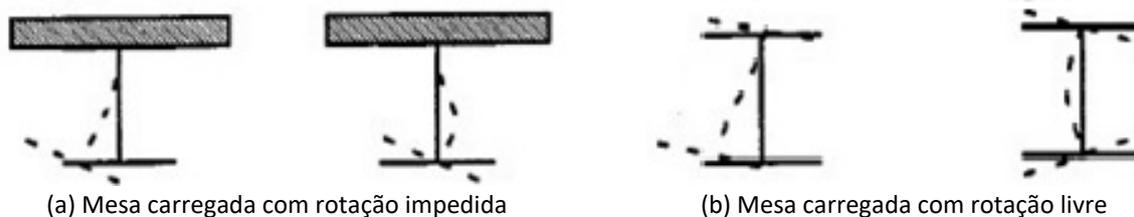


Figura 4 – Modos de flambagem (Adaptado Mullin e Cheng, 1995)

Ao final, após um estudo paramétrico, Summers e Yura (1982) desenvolveram equações para prever a força crítica e observaram que o movimento lateral da mesa tracionada reduz em cerca de 20% essa força (em relação à teoria de Basler *et al.*, 1960). Esses pesquisadores observaram que as dimensões da seção transversal – envolvendo a espessura e a altura da alma e a rigidez lateral da mesa tracionada – e o comprimento da viga são os parâmetros mais influentes no valor da força crítica.

Um estudo relevante mais recente sobre a flambagem lateral da alma foi realizado por Topkaya (2006), que propôs novas equações para a força localizada crítica elástica (P_{cr}) para vigas tanto com a rotação da mesa carregada impedida quanto livre, para os casos em que a razão entre o comprimento da viga e a altura da seção transversal (L/d) varia entre 1 e 16. As equações foram desenvolvidas por meio de análise linearizada de flambagem realizada com o programa comercial ANSYS. Para os casos da mesa carregada com a rotação impedida e livre, o autor obteve, respectivamente, as seguintes expressões:

$$P_{cr} = \left[5,4 \left(\frac{L}{h} \right)^{-0,5} + 2,2 \left(\frac{L}{h} \right)^{0,3} \left(1 - e^{-\sqrt{\beta}} \right) \right] \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \frac{t_w^3}{h} \quad (1)$$

$$P_{cr} = \left[2,8 \left(\frac{L}{h} \right)^{-1} + 3,4 \left(\frac{L}{h} \right)^{0,1} \left(1 - e^{-\sqrt{\beta}} \right) \right] \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \frac{t_w^3}{h} \quad (2)$$

em que

$$\beta = \frac{b_f t_f^3}{h t_w^3} \quad (3)$$

sendo E o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson do aço, t_w a espessura da alma, t_f a espessura da mesa tracionada, h a distância entre as faces internas das mesas, b_f a largura da mesa tracionada e L o comprimento da viga, considerada como biapoiada.

3 Procedimento Normativo

Desde 1986, a especificação norte-americana do AISC para edifícios com estrutura de aço fornece a força localizada resistente para flambagem lateral da alma por meio de equações simples obtidas com base no trabalho de Summers e Yura (1982). Assim, os valores dessa força, a rigor, igual à força crítica com um ajuste muito simples para prever a possibilidade de colapso em regime inelástico (esse ajuste não será abordado neste trabalho, por fugir do seu escopo), são obtidos por meio de um procedimento que se mantém praticamente inalterado até a norma atual, publicada em 2016, a ANSI/AISC 360-16.

Topkaya (2006) reforça que durante o desenvolvimento das equações do AISC, assumiu-se a teoria de Yura (1970). Nessa teoria, uma parte da alma, com comprimento igual à altura h , é dada como efetiva para suportar a força localizada aplicada (Fig. 5). Essa parte da alma é, então, isolada e analisada como barra comprimida, com uma extremidade na mesa comprimida da viga (mesa onde atua a força localizada) e outra extremidade na mesa tracionada. Como condições de contorno, considerou-se do lado da mesa comprimida translação lateral impedida e rotação livre ou impedida, com o efeito da restrição da mesa tracionada representado por uma mola linear com rigidez k (Fig. 5). A tensão normal transversal causada pela força localizada ao longo da altura da alma foi considerada com distribuições linear, quadrática e cúbica, por meio da introdução de forças cortantes verticais conservativas colocadas nessa altura (Fig. 5).

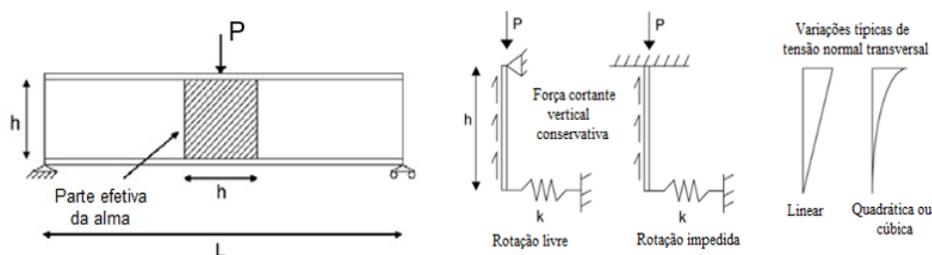


Figura 5 – Modelo de barra comprimida adotada no AISC (Adaptado de Topkaya, 2006) Conforme Topkaya (2006), para as três distribuições assumidas para a tensão normal transversal, a força crítica da barra comprimida, no caso a alma da viga, P_{Cr} , foi obtida de forma adimensional (dividida pela força de flambagem de Euler de uma coluna birrotulada com altura igual à sua largura, P_E) em função da rigidez da mola linear que simula a restrição da mesa tracionada, k , multiplicada pela altura da alma h e dividida por P_E (a grandeza kh/P_E é denominada rigidez lateral adimensional da mesa). Os

resultados para os casos de a mesa comprimida possuir rotação impedida e livre são apresentados na Fig. 6, em que se observa o aumento da força crítica à medida que a tensão normal transversal varia de linear para cúbica. A resposta de todas as curvas é não linear e atinge assintoticamente um valor máximo, igual à força crítica para uma situação em que não há movimento lateral da mesa tracionada e a alma flamba entre as mesas, para cada uma das distribuições de tensão normal transversal.

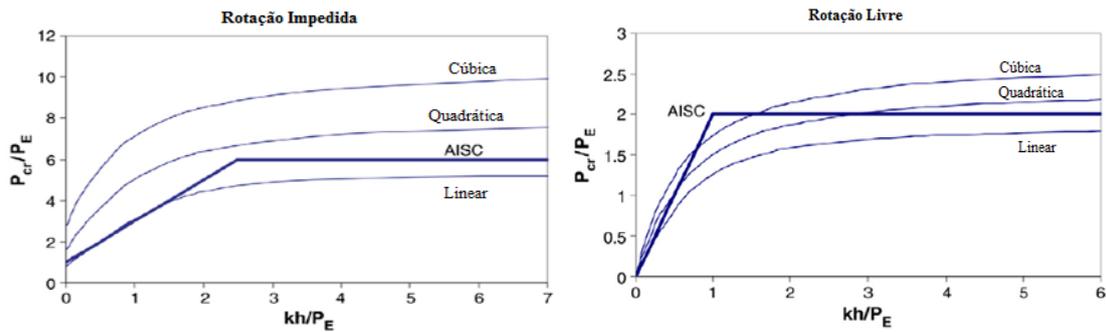


Figura 6 - Variação da força crítica com a rigidez da mola para a mesa comprimida com rotação impedida e livre (Topkaya, 2006)

Ainda, segundo Mullin e Cheng (1995), o procedimento do AISC foi desenvolvido com a variação linear da tensão normal transversal, de modo que a expressão que relaciona P_{cr}/P_E com kh/P_E , ilustrada na Fig. 6, para a mesa carregada com rotação impedida é dada por:

$$\frac{P_{cr}}{P_E} = 1 + \frac{2 k h}{P_E} \leq 6 \quad (4)$$

A rigidez da mola pode ser derivada da rigidez lateral da mesa tracionada como segue:

$$k = \frac{C E t_f b_f^3}{12 L^3} \quad (5)$$

onde C é um coeficiente que depende da fixação das extremidades da viga.

A equação da norma ANSI/AISC 360-16, e das suas antecessoras do AISC desde 1986, para a força crítica pode ser obtida substituindo-se a Eq. (5) na Eq. (4) e rearranjando os termos desta última, sendo apresentada a seguir:

$$P_{cr} = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[1 + 0,4 \left(\frac{h/t_w}{L/b_f} \right)^3 \right] \quad (6)$$

com

$$C_r = \frac{C E}{2,4} \quad (7)$$

Um valor de C_r de $6,6 \times 10^6 \text{ MP}_a$ é usado, assumindo para C uma fixação de extremidade intermediária igual a 80. O limite na Eq. (4), lembrando que $P_E = \pi^2 EI/h^2$ com $I = h t_w^3/12$, pode então ser escrito como:

$$\frac{5 C t_f}{\pi^2 h} \left[1 + 0,4 \left(\frac{h/t_w}{L/b_f} \right) \right] \leq 6 \quad (8)$$

Usando o valor aproximado de h/t_f de 40, que é válido para a maioria das vigas econômicas, e com C igual a 80, o limite para a flambagem lateral da alma se torna:

$$\left(\frac{h/t_w}{L/b_f} \right) \leq 2,3 \quad (9)$$

Se esse limite é excedido, considera-se que flambagem lateral da alma não ocorre.

Utilizando desse mesmo raciocínio para as vigas com a mesa carregada com rotação livre, são obtidos a força crítica e o limite para a ocorrência da flambagem lateral da alma, iguais, respectivamente, a:

$$P_{cr} = \frac{C_r t_w^3 t_f}{h^2} \left[0,4 \left(\frac{h/t_w}{L/b_f} \right)^3 \right] \quad (10)$$

$$\left(\frac{h/t_w}{L/b_f} \right) \leq 1,7 \quad (11)$$

Topkaya (2006) reitera que o AISC adota um modelo muito simples para determinação da força localizada crítica das vigas à flambagem lateral da alma, razão pela qual as equações dessa norma possuem várias lacunas, como:

- não levam em conta o nível de momento atuando na seção transversal sob a força localizada, apesar de sua importância ter sido apontada por Summers e Yura (1882);
- fornecem estimativas conservadoras da capacidade resistente;
- não distinguem as vigas com momento fletor negativo em alguma região do seu comprimento, apesar de Summers e Yura (1982) terem mostrado que vigas com esse tipo de momento nas extremidades são mais suscetíveis à flambagem lateral da alma.

Mullin e Cheng (1995) mencionam ainda que as equações do AISC têm as imprecisões de considerar, para todas as vigas, a razão entre a altura da alma e espessura da mesa

(h/t_f) de 40, e de substituir a solução não dimensional das curvas de Summers e Yura (1982) por retas (Fig. 6)

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 adota a mesma teoria do ANSI/AISC 360-16. Apenas as equações (6) e (10) ficam multiplicadas por um fator igual a 0,935, oriundo do produto de 0,85 por 1,10, para que o valor da força crítica resistente seja o mesmo nas duas normas (a norma brasileira adota como coeficiente de ponderação da resistência o valor de 1,10 no denominador e norma norte-americana o valor de 0,85 no numerador).

4 Análise Numérica

4.1 Desenvolvimento do modelo

A modelagem das vigas foi realizada com o uso do método dos elementos finitos por meio do programa comercial ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2014). Para levar em conta o comportamento linear e isotrópico do aço, foram considerados o módulo de elasticidade E como igual a 200.000 MPa e o coeficiente de Poisson ν como igual a 0,3.

As mesas e a alma dos perfis foram simuladas com o elemento de casca S4, com tamanho do lado igual a 25 mm, em conformidade com o teste de malha. Esse elemento possui quatro nós com curvatura dupla, integração completa, deformação finita e seis graus de liberdade por nó, sendo três referentes à translação e três à rotação.

4.2 Estudo Paramétrico

Com intuito de englobar um grande arranjo de valores de parâmetros, considerou-se a variação de todas as dimensões da seção transversal, além do comprimento da viga, partindo do perfil padrão PS 800 x 320 x 16 x 9,5 com comprimento de vão igual a 12 m.

Dessa forma, variou-se a altura do perfil (d) para 1.000 mm e 600 mm, a largura das mesas (b_f) para 230 mm e 140 mm, a espessura da alma (t_w) para 8 mm, 12,5 mm e 16 mm, a espessura das mesas (t_f) para 22,4 mm e 31,5 mm, e nove valores de comprimento cobrindo uma faixa da razão entre o vão da viga e a altura da seção transversal (L/d) entre 10 e 30. A combinação entre os perfis e seus comprimentos, resultantes da variação dos parâmetros, gerou 432 vigas.

5 Resultados e Discussões

5.1 Considerações Iniciais

Nesta seção, são apresentados, em forma de gráficos, os resultados da análise numérica juntamente com os do procedimento do ANSI/AISC 360-16 (igual ao da ABNT NBR 8800:2008) e das equações de Topkaya (2006), variando-se os diversos parâmetros geométricos da viga, inicialmente para a mesa carregada com a rotação impedida e depois com a rotação livre.

Para efeito de comparação, e levando em conta que este artigo se limita ao regime elástico, o coeficiente C_r da norma norte-americana foi tomado sempre como igual a $6,6 \times 10^6 \text{ MP}_a$ (ver Subseção 3.1).

5.2 Vigas com a Mesa Carregada com a Rotação Impedida

5.2.1 Modos de Flambagem

Na análise dos modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho, foram identificados na seção transversal de atuação da força localizada os dois modos de flambagem lateral da alma para a mesa carregada com rotação impedida (Fig. 7) indicados por Summers e Yura (1982) e Mullin e Cheng (1995), mostrados anteriormente na Fig. 4.a.

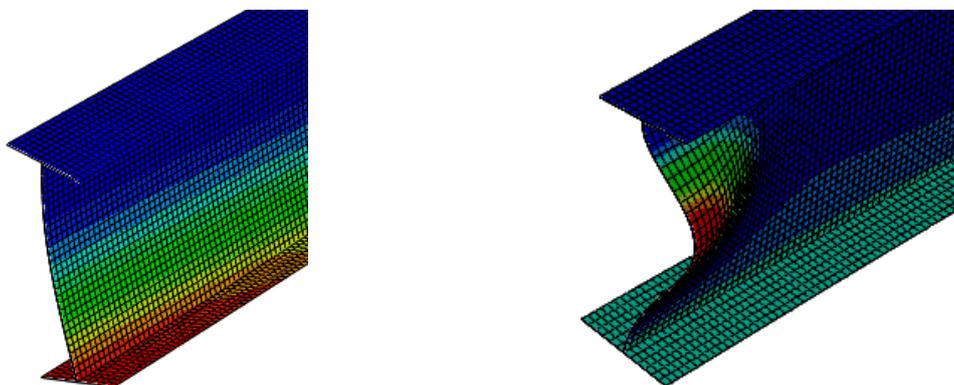


Figura 7 – Modos de flambagem para mesa carregada com rotação impedida

Foram observados modos globais de flambagem em que a mesa tracionada apresentava de uma a quatro semiondas laterais (Fig. 8), dependendo da razão L/d (à medida que essa razão se elevava, havia tendência do aumento do número de semiondas).

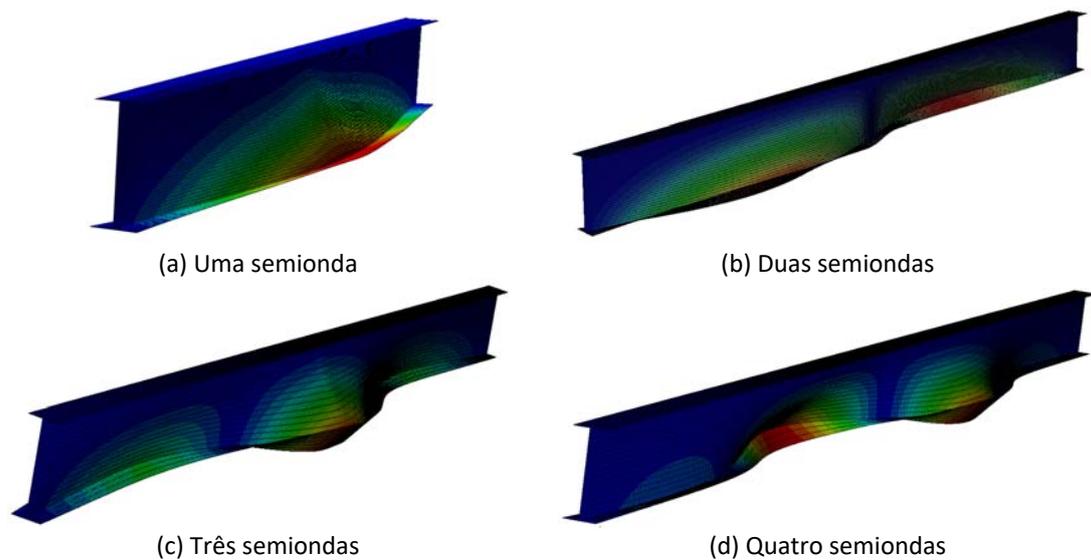


Figura 8 – Modos globais da flambagem lateral da alma para a mesa carregada com rotação impedida

5.2.2 Influência da Espessura da Alma

Na Fig. 9 são mostrados os valores da força localizada crítica obtidos segundo este trabalho e as equações de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16, variando-se a espessura da alma do perfil padrão.

Observa-se que os resultados deste trabalho se aproximam muito dos de Topkaya (2006), com a força crítica sempre se elevando com o aumento da espessura da alma, uma vez que esse aumento eleva substancialmente a rigidez lateral da alma. Observa-se também que a equação do ANSI/AISC 360-16 fornece quase sempre resultados bastante inferiores a estes e, ainda, muito pouco dependentes da espessura da alma, o que contradiz Summers e Yura (1982), que afirmaram que essa espessura tem participação relevante no valor da força crítica.

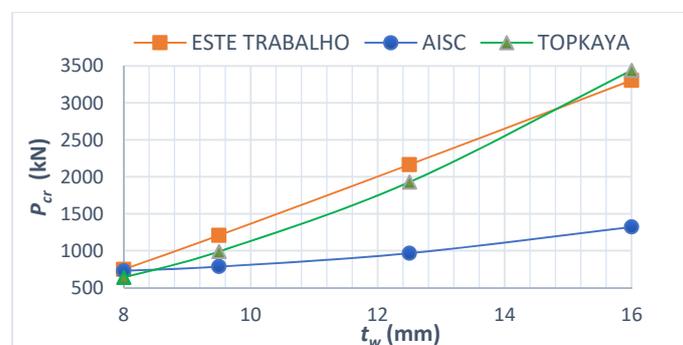


Figura 9 – Força crítica em função da variação da espessura da alma para viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

5.2.3 Influência da Altura da Alma

Os resultados obtidos neste trabalho para o perfil padrão, variando-se a altura da alma, são apresentados na Fig. 10 (nessa figura, consta a altura total da seção transversal como indicativa da altura da alma, d), juntamente com os de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16.

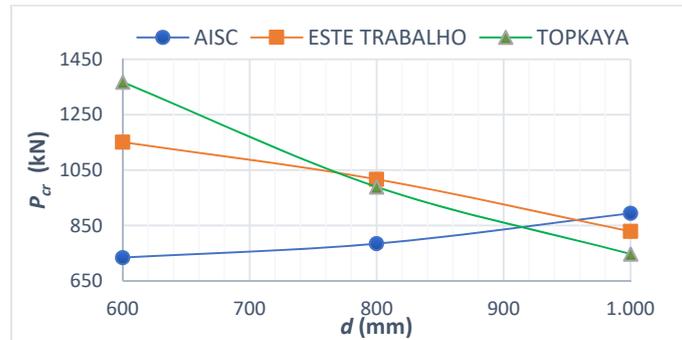


Figura 10 – Força crítica em função da variação da altura da alma (representada pela altura total, d) para viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

Verifica-se que as forças críticas obtidas neste trabalho e no trabalho de Topkaya (2006) ficaram bastante próximas e consistentes com a afirmação de Summers e Yura (1982) de que essa força decresce quase linearmente com o aumento da altura da alma. Os resultados fornecidos pelo ANSI/AISC 360-16, no entanto, são conservadores na maioria da faixa estudada, e opostos aos outros, com a elevação do valor da força crítica com o aumento da altura da alma. Isso parece inconsistente, uma vez que o aumento da altura da alma reduz proporcionalmente sua rigidez.

5.2.4 Espessura da Mesa

Para o perfil padrão deste estudo, variando-se a espessura das mesas, neste trabalho foram obtidos os valores da força localizada crítica mostrados na Fig. 11, juntamente com os valores de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16.

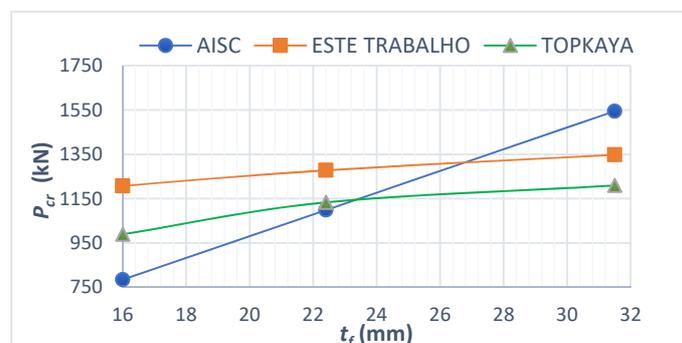


Figura 11 – Força crítica em função da variação da espessura das mesas para viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

Obviamente, sempre a força crítica se eleva, pois com o aumento dessa espessura, o momento de inércia da mesa tracionada em relação ao seu eixo de maior inércia aumenta. É possível perceber novamente uma boa convergência entre os resultados deste trabalho e os de Topkaya (2006), embora os primeiros estejam um pouco superiores aos últimos. Os resultados fornecidos pelo ANSI/AISC 360-16 foram bastante discordantes, com a espessura da mesa exercendo uma influência muito mais significativa no valor da força crítica. Por essa razão, a força crítica do ANSI/AISC 360-16 para menores espessuras da mesa é inferior, mas a partir de determinada espessura se torna superior aos valores obtidos neste trabalho e pela equação de Topkaya (2006).

5.2.5 Largura da Mesa

Os valores da força localizada crítica obtidos neste trabalho do estudo paramétrico para o perfil padrão, variando-se a largura das mesas, são apresentados na Fig. 12, bem como os valores das equações de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16.

Nota-se, como era de se esperar, que sempre a força crítica se eleva, pois com o aumento dessa largura, a inércia da mesa tracionada em relação ao seu eixo de maior inércia aumenta substancialmente. Mais uma vez, observa-se o conservadorismo do procedimento de cálculo adotado pelo ANSI/AISC 360-16, e ainda certa convergência entre os resultados deste trabalho e de Topkaya (2006). Nota-se que, para Topkaya (2006), a largura das mesas tem pouca influência nos resultados, o que parece pouco consistente.

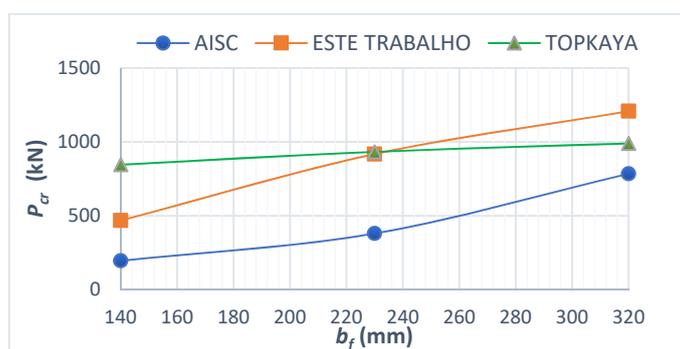


Figura 12 – Força crítica em função da variação da largura das mesas para viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

5.2.6 Influência do Comprimento da Viga

Os valores da força localizada crítica obtidos no perfil padrão, alterando-se o comprimento da viga entre 10 e 30 vezes a altura da seção transversal são apresentados na Fig. 13, juntamente com os valores de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16.

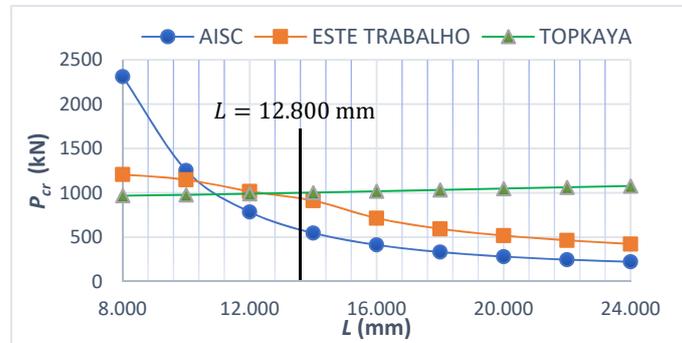


Figura 13 – Força crítica em função da variação do comprimento para viga padrão com a mesa carregada com rotação impedida

Percebe-se que a equação de Topkaya (2006) conduz a um comportamento incoerente, proporcionando aumento da força crítica com a elevação do comprimento da viga. No entanto, deve ser observado que essa equação só pode ser considerada válida para o comprimento da viga L máximo de 12,8 m, pois Topkaya (2006) limitou seu estudo a um valor de L/d igual a 16 (no caso do perfil padrão adotado neste trabalho, que possui altura da seção d igual a 800 mm, o limite de L é igual a 12,8 m). Apesar disso, mesmo dentro da faixa de validade, como pode ser visto na Fig. 13 onde o comprimento de 12,8 m é destacado, essa incoerência se manifesta. Os resultados deste trabalho parecem mais consistentes, com a redução da força crítica com o aumento do comprimento, comportamento que também aparece no procedimento do ANSI/AISC 360-16. Nota-se que os valores da força crítica do ANSI/AISC 360-16 são maiores que os deste trabalho até a razão L/d de aproximadamente 13,5, e depois ficam menores. Entretanto, deve ser mencionado que para esses casos a norma norte-americana indica que o fenômeno não tem a possibilidade de ocorrer, conforme a Eq. (9).

5.3 Vigas com a Mesa Carregada com a Rotação Livre

5.3.1 Modos de Flambagem

Na análise dos modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho, foram identificados os dois modos de flambagem lateral da alma para a mesa carregada com rotação livre (Fig. 14) indicados por Summers e Yura (1982) e Mullin e Cheng (1995) e ilustrados

anteriormente na Fig. 4.b. Diferentemente dos modelos com a mesa carregada com rotação impedida, não houve a formação de mais de uma semionda lateral ao longo das vigas.

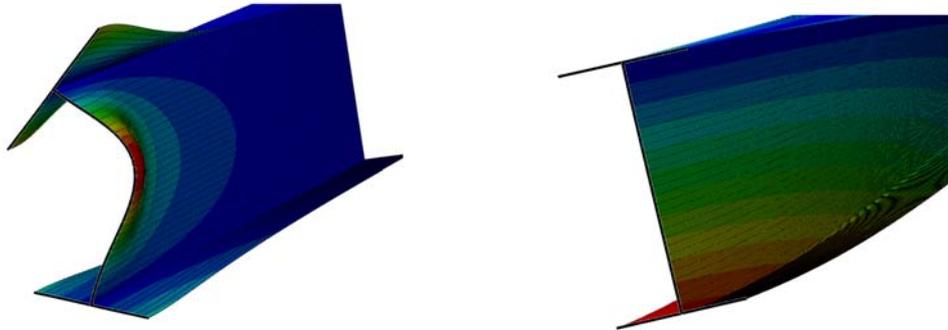


Figura 14 – Modos de flambagem para mesa carregada com rotação livre

5.3.2 Influência da Espessura da Alma

Na Fig. 15 são mostrados os valores da força localizada crítica obtidos segundo este trabalho e as equações de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16, variando-se a espessura da alma da viga padrão.

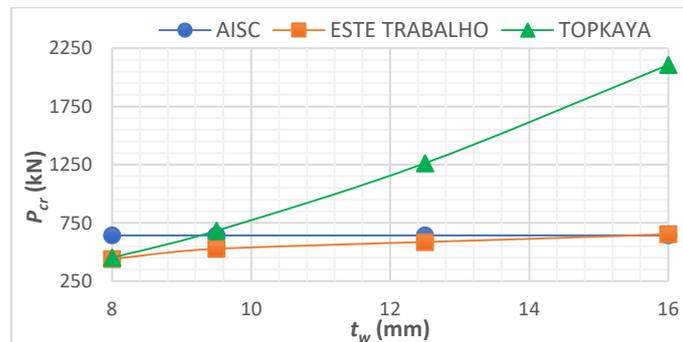


Figura 15 – Força crítica em função da variação da espessura da alma para a viga padrão com mesa carregada com rotação livre

Observa-se que os resultados deste trabalho se aproximam muito dos da equação do ANSI/AISC 360-16, embora para esta equação, inconsistentemente, a força crítica independe completamente da espessura da alma, ou seja, ela não leva em conta que essa espessura altera a rigidez lateral da alma. Observa-se também que a equação de Topkaya (2006) fornece quase sempre resultados bastante superiores aos demais, exatamente porque considera-se que a rigidez da alma seja um fator de grande influência para o ganho na capacidade resistente. Essa influência muito pronunciada parece se tratar de um equívoco, pois a espessura da alma perde relevância pelo fato de a mesa carregada ter a rotação livre. A força crítica obtida segundo este trabalho

sofre uma pequena influência da espessura da alma (nem nula, como no ANSI/AISC 360-16, nem muito grande, como na equação de Topkaya, 2008), o que aparentemente é mais lógico.

5.3.3 Influência da Altura da Alma

Os resultados obtidos neste trabalho para a viga padrão, variando-se a altura da alma, são apresentados na Fig. 16 (nessa figura, consta a altura total da seção transversal como indicativa da altura da alma, d) juntamente com os resultados de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16.

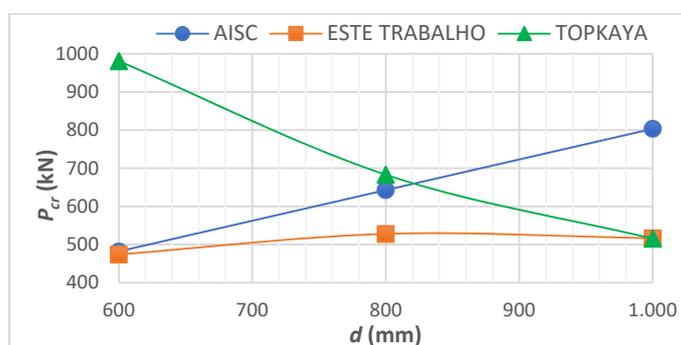


Figura 16 – Força crítica em função da variação da altura da alma (representada pela altura total, d) para a viga padrão com mesa carregada com rotação livre

Verifica-se que novamente Topkaya (2006) considera que a rigidez da alma tem enorme influência nos resultados, mesmo com a mesa carregada com a rotação livre, visto que há uma queda brusca da força crítica à medida que a altura da alma aumenta. Os resultados fornecidos pelo ANSI/AISC 360-16, no entanto, apresentam tendência inversa e, aparentemente, inconsistente, visto que a força crítica aumenta substancialmente com a perda da rigidez da alma. Observa-se ainda que os resultados do ANSI/AISC 360-16 e de Topkaya (2006) são superiores aos obtidos neste trabalho, com a diferença que, os do ANSI/AISC 360-16 vão se distanciando dos deste trabalho à medida que a altura da alma se eleva e, os de Topkaya (2006), à medida que essa altura se reduz.

5.3.4 Influência da Espessura da Mesa

Para a viga padrão deste estudo, variando-se a espessura das mesas, neste trabalho foram obtidos os valores da força localizada crítica mostrados na Fig. 17, juntamente com os valores de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16.

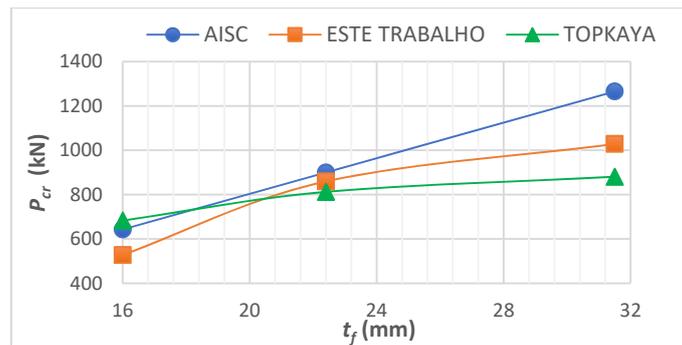


Figura 17 – Força crítica em função da variação da espessura das mesas para a viga padrão com mesa carregada com rotação livre

Obviamente, sempre a força crítica se eleva, pois com o aumento da sua espessura, o momento de inércia da mesa tracionada em relação ao seu eixo de maior inércia aumenta. É possível perceber uma boa convergência entre os resultados deste trabalho e os de Topkaya (2006), embora a equação desse autor considere um ganho menos expressivo no valor da força crítica com aumento da espessura. Os resultados fornecidos pelo ANSI/AISC 360-16 ficaram mais próximos dos deste trabalho, porém com a espessura da mesa exercendo uma influência muito mais significativa no valor da força crítica. Por essa razão, a força crítica do ANSI/AISC 360-16 para menores espessuras da mesa é inferior, mas a partir de determinada espessura se torna superior aos valores obtidos neste trabalho e, também, pela equação de Topkaya (2006).

5.3.5 Influência da Largura da Mesa

Os valores da força localizada crítica obtidos neste trabalho a partir do estudo paramétrico tendo por base a viga padrão, variando-se a largura das mesas, são apresentados na Fig. 18, na qual são mostrados também os valores de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16.

Nota-se que a força crítica se eleva sempre, pois devido ao aumento da largura, o momento de inércia da mesa tracionada em relação ao seu eixo de maior inércia cresce substancialmente. Observa-se de novo a proximidade dos resultados obtidos neste estudo com o procedimento de cálculo adotado pelo ANSI/AISC 360-16 e, ainda, que os resultados obtidos pela equação de Topkaya (2006) são muito superiores aos demais. Nota-se que para Topkaya (2006), a largura das mesas tem pouca influência nos resultados, o que parece pouco consistente.

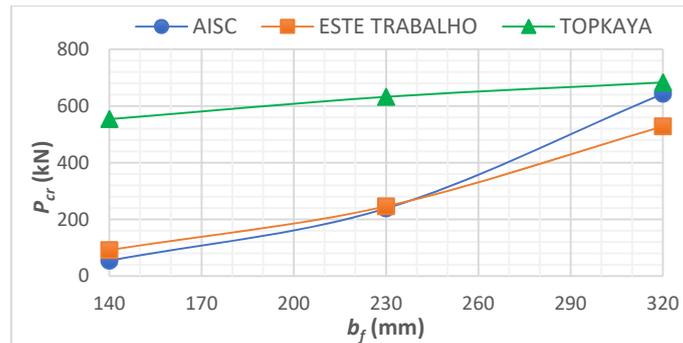


Figura 18 – Força crítica em função da variação da largura das mesas da viga padrão com mesa carregada com rotação livre

5.3.6 Influência do Comprimento da Viga

Os valores da força localizada crítica obtidos na viga padrão, alterando-se o comprimento dessa viga entre 10 e 30 vezes a altura da seção transversal, são apresentados na Fig. 19, com os valores de Topkaya (2006) e do ANSI/AISC 360-16.

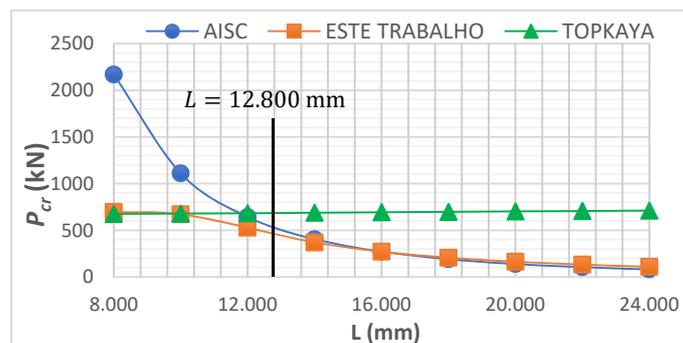


Figura 19 – Força crítica em função da variação do comprimento da viga para a viga padrão com mesa carregada com rotação livre

Percebe-se que a equação de Topkaya (2006), novamente, conduz a um comportamento incoerente, proporcionando aumento da força resistente com a elevação do comprimento da viga, mesmo que seja considerado o comprimento dentro da faixa de validade de sua equação (até 12,8 m, ver destaque na Fig. 19). Os resultados deste trabalho parecem mais consistentes, com a redução da força resistente com o aumento do comprimento, comportamento que também aparece no procedimento do ANSI/AISC 360-16.

Nota-se que os valores da força crítica do AISC são maiores que os deste trabalho até a razão L/d de aproximadamente 18 (no caso, corresponde ao comprimento, L , de 14,4 m), e depois ficam praticamente iguais. Entretanto, deve ser mencionado que para

valores de comprimento menores que 14,4 m, a norma norte-americana indica que o fenômeno não tem a possibilidade de ocorrer, conforme a Eq. (11).

6 Conclusões

Neste trabalho, inicialmente, procurou-se dar uma visão histórica do tratamento da flambagem lateral da alma em vigas de aço, abrangendo o procedimento das normas de projeto de estruturas de aço norte-americana (ANSI/AISC 360-16) e brasileira (ABNT NBR 8800:2008) – ambas adotam o mesmo procedimento. Mostrou-se que esse procedimento se limita praticamente à obtenção da força localizada crítica e apresenta muitas inconsistências e lacunas. Mostrou-se ainda que os estudos recentes não são muitos, e ainda não fornecem uma formulação definitiva para o problema.

Procurando avançar no sentido de uma maior compreensão do fenômeno da flambagem lateral da alma, foi desenvolvida uma modelagem numérica, com o uso do programa ABAQUS (Hibitt *et al.*, 2014), para obtenção da força localizada crítica. Com a modelagem, foi feito um estudo paramétrico para processamento de um conjunto de vigas, gerando resultados que mostram a influência dos parâmetros geométricos da viga (dimensões da seção transversal e comprimento) no valor da força crítica.

Os resultados numéricos obtidos com a modelagem das vigas deste trabalho foram comparados graficamente com os das equações propostas por Topkaya (2006) e com os do procedimento normativo. Comprovou-se que, de maneira geral, o procedimento normativo fornece valores conservadores. Também foi demonstrado que os valores fornecidos pela equação de Topkaya (2006) para a mesa carregada com rotação impedida são satisfatórios dentro de sua faixa de aplicação, ou seja, nas vigas em que a razão entre o comprimento da viga e a altura da seção transversal não ultrapassa 16. Para as vigas com a mesa com rotação livre, a equação proposta por esse mesmo autor não foi capaz de determinar com um mínimo de precisão a força crítica.

Ao final, pode-se afirmar que são necessários mais estudos para determinação da força crítica das vigas à flambagem lateral da alma e que conduzam a expressões precisas e validadas, de fácil uso em projeto. É possível constatar que para a mesa carregada com a rotação impedida, a equação de Topkaya (2006) fornece resultados mais próximos dos

da análise numérica que o procedimento do ANSI/AISC 360-16 e da ABNT NBR 8800:2008 e, para a mesa carregada com rotação livre, o inverso acontece.

Agradecimentos

Os autores agradecem os apoios concedidos pelas agências de fomento governamentais FAPEMIG, CAPES e CNPq.

Referências bibliográficas

ABNT NBR 8800:2008: **Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 2008.

ANSI/AISC 360-16: **Specification for Structural Steel Building**. Chicago, EUA: American Institute of Steel Construction (AISC), 2016.

BASLER, K. **New Provisions for Plate Girder Design**, Appendix C, Proceedings, AISC National Engineering Conference, p. 65-74, 1960.

DANIELS, J.H.; FISHER, J. W. **Static behavior of composite beams with variable load position**. Report no 324.3. Fritz Engineering Laboratory, Lehi University; 1967.

FAKURY, R.H.; CASTRO E SILVA, A.L.R.; CALDAS, R.B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. São Paulo. Pearson, 2016.

HIBBIT; KARLSSON; SORENSEN. **Abaqus Online Documentation**. Version 6.14, Dassault Systèmes, SIMULIA, 2014.

MULLIN, D.; CHENG, J. J. R. **The effect of tension flange movement on the strength of point loaded I-beams**. Structural Engineering Report Np. 208. Edmonton, Alberta; 1995.

SUMMERS, P. A.; YURA, J. A. **The behavior of beams subjected to concentrated loads**. Report no 82-5. Phil M. Ferguson Structural Engineering Laboratory, University of Texas at Austin; 1982.

TOPKAYA, C. **A numerical study on linear bifurcation web buckling of steel I-beams in the sidesway mode**. Engineering Structures. Ankara, Turkey, 2006.

YURA, J. A. **Web behaviour of concentrated loads in steel beams**. Annual Meeting of the column Research Council, March 24-25, 1970. St. Louis, Miss

An analytical and numerical approach to structural stability of truss 3D elements

William Taylor Matias Silva^{1*}, Sebastião Simão da Silva², Luciano Mendes Bezerra¹

¹Department of Civil and Environmental Engineering, University of Brasília, 70910-900, Brasília, DF, Brazil, taylor@unb.br, Imbz@unb.br

²Bachelor of Civil Engineering Course, Federal Institute of Education, Science and Technology of Paraíba, 58900-000, Cajazeiras, PB, Brazil, sebastiao.silva@ifpb.edu.br

Abstract

With the increasing use of high strength steels, steel structures are become more resilient and also slender than before. Therefore, the phenomena of structural instability must be considered and prevented. The goal of this paper is to help structural engineer to understand, in detail, analytically and numerically, the nonlinearities of slender structural systems. Moreover, it explains the detection and classification of critical points present in the primary equilibrium path of slender structural systems. This work uses the Total Lagrangian Formulation to describe the kinematics of a truss 3D bar element. Through this formulation the authors obtain the internal forces vector and tangent stiffness matrix that take into account the effects of geometric non-linearity. An elastic linear constitutive model for the uniaxial stress-strain state is assumed. The Green-Lagrange deformation and the axial stress of the second Piola-Kirchhoff tensor, energetically conjugated, are adopted. As a case study, a simple physical system with three degrees of freedom is presented. Such system is composed of two truss 3D bars and a linear spring. Finally, the geometric and physical conditions for the coalescence between the limit and bifurcation points are determined.

Keywords: *Total Lagrangian description, geometrical nonlinearity, critical points*

1 Introduction

In structures with high slenderness, it is essential to understand and to simulate nonlinear phenomena. For example, in the construction of high-rise buildings, in aeronautics, aerospace, and petroleum industries, non-linear analysis is essential in the design of different structural typologies. On the other hand, engineers must have knowledge of physics, applied mathematics and computer science to model these phenomena in a consistent manner. In the last decades, many authors have published textbooks addressing different topics of non-linear analysis in the field of numerical methods applied to engineering.

* Corresponding author

For example, the following references are strongly recommended: Crisfield (1991), Crisfield (1997), Wriggers (2008), Neto et al. (2008), Simon and Hughes (1998), Belytschko et al (2000), Doyle (2001), Wriggers (2002), Kojic & Bathe 2005), Krenk (2009), Voyiadjis & Woelke (2010) and Hashiguchi & Yamakawa (2013). It follows, therefore, the great need to explain among engineers, the basic and fundamental concepts of non-linear analysis through the use of finite element method. Towards this aim, the goal of this work is to present the theoretical and numerical basics of structural instability for the detection and classification of singular points in the primary equilibrium path. Local buckling of truss element is not considered here. The detection of the singular points is here obtained using scalar parameter, such as determinant and pivot sign change of the tangent stiffness matrix. Other approaches can be found in Wriggers and Simo (1990), Cardona and Huespe (1999), Planinc and Saje (1999), Ibrahimbegovic and Mikad (2000), and Battini et al. (2003), among others. To easily describe the kinematics of the element movement and, analytically, obtain the vector of internal forces and the matrix of tangent stiffness, truss bar elements are employed. Such elements are employed due to their theoretical simplicity. In this way, the indispensable elements for non-linear analyses are explained. Additionally, in order to simulate finite elastic deformations, a hyperplastic constitutive model is assumed for the uniaxial tensile-strain state. This constitutive model uses the axial stress of the second Piola-Kirchhoff tensor and the Green-Lagrange deformation. Such tensor and deformation, which form a couple energetically conjugated (σ, ε) , fulfill the principle of the virtual works. In Sections 2, 3 and 4 of this paper, the kinematics of the 3D truss element is described. This description uses the Total Lagrangian Formulation (TLF) and shows the vector of the internal forces and the tangent stiffness matrix deduction, respectively. In section 5 a detailed analytical approach detects and classifies the singular points present in the primary equilibrium path. For that, a fairly simple physical system is used. This system is made of two truss 3D bars and a linear spring. In section 6 a numerical approach of the structural instability of the physical system described previously is used, for this an in-house finite element program that performs geometric non-linear analyzes is developed. The in-house program was written in Fortran90. Finally, this article presents conclusions and rich bibliographic references used in this work.

2 Kinematic description

Figure-1 shows a global coordinate system with an orthonormal base. To express the kinematic variables in the undeformed configuration, the material coordinates (X, Y, Z) , are used, while for the deformed configuration the spatial coordinates (x, y, z) are then applied.

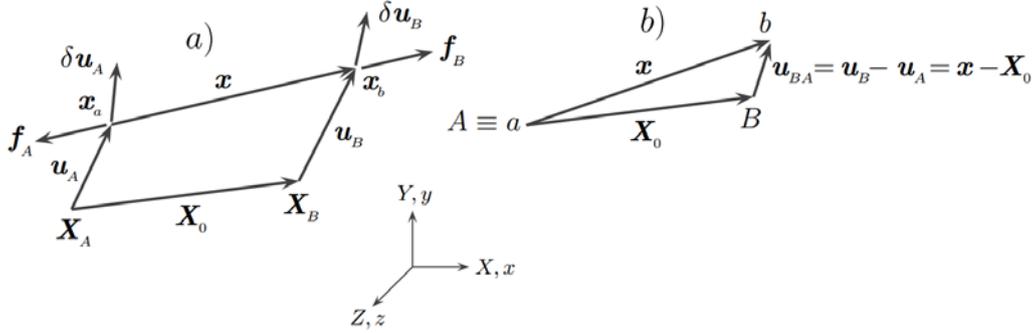


Figure 1 – (a) 3D truss element in initial and displaced configurations. (b) Relative nodal displacements.

In the undeformed configuration, the nodal coordinates of the end points A and B of the 3D truss element are, respectively, given by $\mathbf{X}_A = (X_A, Y_A, Z_A)$ and $\mathbf{X}_B = (X_B, Y_B, Z_B)$. Its initial position and length are, respectively, given by $\overrightarrow{AB} = \mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_B - \mathbf{X}_A$ and $l_0^2 = \mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0$. In the deformed configuration the nodal coordinates of the truss 3D element are given by $\mathbf{x}_A = (x_A, y_A, z_A)$ and $\mathbf{x}_B = (x_B, y_B, z_B)$, respectively. As shown in Figure 1a, the current coordinate of node A is given by $\mathbf{x}_A = \mathbf{X}_A + \mathbf{u}_A$, while the current coordinate of node B is expressed as $\mathbf{x}_B = \mathbf{X}_B + \mathbf{u}_B$, where $\mathbf{u}_A = (u_A, v_A, w_A)$ is the displacement of node A and $\mathbf{u}_B = (u_B, v_B, w_B)$ is the displacement of node B . Therefore, the current position of element is given by:

$$\overrightarrow{ab} = \mathbf{x} = \mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A = \mathbf{X}_0 + \mathbf{u}_{BA} \quad (1)$$

Moreover, in Eq.(1), $\mathbf{u}_{BA} = \mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A$ is the vector of relative nodal displacements as shown in Figure 1b. The current length is expressed as $l_0^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{x} = (\mathbf{X}_0 + \mathbf{u}_{BA})^T (\mathbf{X}_0 + \mathbf{u}_{BA})$. In this work, the Total Lagrangian

formulation is used to describe the displacement of the 3D truss element, so the material coordinates (X, Y, Z) and the undeformed configuration will be used to define the deformation measure of the element. In the technical literature, among some deformation families described in material co-ordinates, the Green-Lagrange deformation measure is used to compare the squares of the current l and initial l_0 lengths of the element in the following way

$$\varepsilon_G = \frac{l^2 - l_0^2}{2l_0^2} = \frac{1}{l_0^2} \left(\mathbf{X}_0^T \mathbf{u}_{BA} + \frac{1}{2} \mathbf{u}_{BA}^T \mathbf{u}_{BA} \right) \quad (2)$$

It is noted that this measure of the deformation has quadratic terms with respect to the relative nodal displacements. In order to obtain the vector of internal forces, the Principle of Virtual Works (PVW) is utilized. Therefore, it is necessary to apply a virtual variation in the displacement field in the current equilibrium configuration, as shown in Figure 1a. This virtual variation of displacement field implies a virtual variation of the Green-Lagrange deformation that is written as

$$\delta\varepsilon_G = \frac{1}{l_0^2} \left(\mathbf{X}_0^T + \mathbf{u}_{BA} \right)^T \delta \mathbf{u}_{BA} = \frac{1}{l_0^2} \mathbf{x}^T \delta \mathbf{u}_{BA} \quad (3)$$

where $\delta \mathbf{u}_{BA} = \delta \mathbf{u}_B - \delta \mathbf{u}_A$ is the virtual variation vector of relative displacements. Note that the virtual variation of the Green-Lagrange deformation consists of the projection of the virtual variation of displacements vector with respect to the current position of the element. Such position is defined using the \mathbf{x} vector scaled by l_0^2 .

3 Nodal force vector

As shown in Figure 1a, let $\mathbf{f}_A = (f_{A_x}, f_{A_y}, f_{A_z})$ be the vector of forces at node A , and $\mathbf{f}_B = (f_{B_x}, f_{B_y}, f_{B_z})$ the vector of forces at node B , respectively. To obtain these force vectors the (PVW) is applied in the undeformed configuration as the Green-Lagrange deformation measure is used. Therefore, the PVW is expressed as

$$\delta V = \int_0^{l_0} N \delta\varepsilon_G ds - \mathbf{f}_A^T \delta \mathbf{u}_A - \mathbf{f}_B^T \delta \mathbf{u}_B = 0 \quad (4)$$

where N is the axial loading acting on the element given by $N = \sigma_G A$. Recall that the axial stress σ_G is energetically coupled with the Green-Lagrange strain measurement. In addition, σ_G is one of the normal stresses of the second Piola-Kirchoff stress tensor. Replacing Eq. (3) in Eq. (4), the resulting expression is

$$\delta V = \delta \mathbf{u}_A^T \left(-\int_0^{l_0} \frac{N}{l_0^2} \mathbf{x} ds - \mathbf{f}_A \right) + \delta \mathbf{u}_B^T \left(\int_0^{l_0} \frac{N}{l_0^2} \mathbf{x} ds - \mathbf{f}_B \right) = 0 \quad (5a)$$

$$\mathbf{f}_A = -\frac{N}{l_0} \mathbf{x} \quad ; \quad \mathbf{f}_B = \frac{N}{l_0} \mathbf{x} \quad (5b)$$

In this work, it is assumed that $\sigma_G = E \varepsilon_G$, where E is the longitudinal modulus of elasticity of the material. Therefore, the axial loading can be defined as $N = EA \varepsilon_G$ and Eq. (5b) may be rewritten as follows:

$$\mathbf{f}_A = \frac{EA}{l_0} \varepsilon_G \mathbf{x} \quad ; \quad \mathbf{f}_B = \frac{EA}{l_0} \varepsilon_G \mathbf{x} \quad (6)$$

4 Tangent stiffness matrix

By applying an infinitesimal increase in the vectors of nodal displacements \mathbf{u}_A e \mathbf{u}_B in the deformed configuration, one can obtain an infinitesimal increase of the internal forces vectors \mathbf{f}_A and \mathbf{f}_B , i. e. $d\mathbf{f}_A$ and $d\mathbf{f}_B$, respectively. This increment is achieved through the tangent stiffness matrix. Therefore, the relation between the infinitesimal increments of the internal force vectors and nodal displacement vectors is

$$\begin{Bmatrix} d\mathbf{f}_A \\ d\mathbf{f}_B \end{Bmatrix} = \mathbf{K}_T \begin{Bmatrix} d\mathbf{u}_A \\ d\mathbf{u}_B \end{Bmatrix} \quad (7)$$

where \mathbf{K}_T is the tangent stiffness matrix of order 6x6. Therefore, taking into account Eq. (1) and differentiating Eq. (5a) with respect to the vector of relative displacements, one can obtain that

$$d\mathbf{q}_A = -\mathbf{x} \frac{dN}{l_0} - \frac{N}{l_0} d\mathbf{x} \quad (8a)$$

$$d\mathbf{q}_A = \left(\frac{\mathbf{x}}{l_0} \frac{dN}{d\mathbf{u}_{BA}} + \frac{N}{l_0} \mathbf{I} \right) d(\mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A) \quad (8b)$$

$$d\mathbf{q}_B = -d\mathbf{q}_A \quad (8c)$$

where \mathbf{I} is the identity matrix of order 3×3 . Differentiating the axial loading N , with respect to the relative displacement vector, and taking into account Eqs. (1), (2) and (3), the resulting expression becomes:

$$\frac{dN}{d\mathbf{u}_{BA}} = EA \frac{d\varepsilon_G}{d\mathbf{u}_{BA}} = \frac{EA}{l_0^2} (\mathbf{X}_0^T + \mathbf{u}_{BA}^T) = \frac{EA}{l_0^2} \mathbf{x}^T \quad (9)$$

Finally, by replacing Eq. (9) in Eq. (8b) and taking Eq. (8c) into account, one can obtain that

$$\begin{Bmatrix} d\mathbf{q}_A \\ d\mathbf{q}_B \end{Bmatrix} = \left(\frac{EA}{l_0^3} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \otimes \mathbf{x} & -\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} \\ -\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} & \mathbf{x} \otimes \mathbf{x} \end{bmatrix} + \frac{N}{l_0} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} d\mathbf{u}_A \\ d\mathbf{u}_B \end{Bmatrix} \quad (10)$$

where:

$$\mathbf{K}_M = \frac{EA}{l_0^3} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \otimes \mathbf{x} & -\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} \\ -\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} & \mathbf{x} \otimes \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (11a)$$

$$\mathbf{K}_\sigma = \frac{N}{l_0} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (11b)$$

$$\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{BA}^2 & x_{BA}y_{BA} & x_{BA}z_{BA} \\ x_{BA}y_{BA} & y_{BA}^2 & y_{BA}z_{BA} \\ x_{BA}z_{BA} & y_{BA}z_{BA} & z_{BA}^2 \end{bmatrix} \quad (11c)$$

where \mathbf{K}_M is the material stiffness matrix of order 6×6 , which depends on the current position vector of the element \mathbf{x} whose components are: $x_{BA} = x_B + x_A$, $y_{BA} = y_B + y_A$ and $z_{BA} = z_B + z_A$. \mathbf{K}_σ is the geometric stiffness matrix which depends on the axial loading N . \mathbf{K}_σ is a matrix of order 6×6 . The symbol \otimes is the tensor (or open) product. Therefore, the tangent stiffness matrix is expressed as $\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_M + \mathbf{K}_\sigma$.

5 Analytical formulation

In order to analytically detect the critical points in the primary equilibrium path, a structural system composed of two truss 3D elements are considered. Figure 2 shows the displacement boundary conditions, loading conditions, and the mechanical and geometrical properties of this structural system.

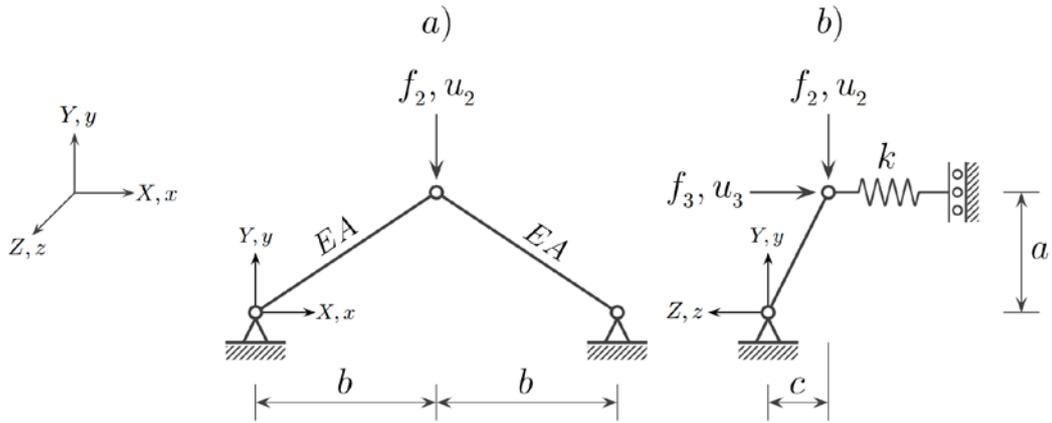


Figure 2 – Space truss laterally supported by a spring in one of its vertices. (a)

Representation in XY plane. (b) Representation in ZY plane.

It should be noted that in the upper vertex node, along the z -axis direction, the boundary condition there is represented as a linear spring of constant k . In this case, and in that node, the loads f_2 and f_3 are applied in the y and z axes directions, respectively. It is also assumed that there will be no displacement in the direction of the x -axis due to the lack of load applied in this direction. Also, the length c in the direction of the z -axis is assumed to be an imperfection of the structural system.

According to Fig. 2 the initial length of each truss bar is given by $l_0 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

After the vertex displacement given by $(0, u_2, u_3)$, the current length of each bar will

be given by $l = \sqrt{(a - u_2)^2 + b^2 + (c + u_3)^2}$. First, the stability analysis is done

considering the structural system as perfect, which means $c = 0$ and $f_3 = 0$. Note

that this perfect condition does not necessarily imply that u_3 would be equal to zero -

as will be shown hereinafter. Therefore, for the perfect system the primary equilibrium

path (the f_2 vs. u_2 curve), would take place in the (x, y) plane. To make algebraic

development easier, the following non-dimensional parameters are adopted:

$$\alpha = \frac{a}{l_0}; \beta = \frac{b}{l_0}; \gamma = \frac{c}{l_0}; \kappa = \frac{kl_0}{EA}; \mu_2 = \frac{u_2}{l_0}; \mu_3 = \frac{u_3}{l_0}; \lambda_2 = \frac{f_2}{EA}; \lambda_3 = \frac{f_3}{EA}. \quad (12)$$

Taking into account the definitions of l_0 and l and the parameters given by equation (12), the Green-Lagrange deformation of each truss bar is given by

$$\varepsilon_G = \frac{l^2 - l_0^2}{2l_0^2} = -\mu_2 \left(\alpha - \frac{1}{2} \mu_2 \right) + \mu_3 \left(\gamma + \frac{1}{2} \mu_3 \right) \quad (13)$$

The virtual variation of the Green-Lagrange deformation, with respect to the virtual variation of the displacements $(0, \delta u_2, \delta u_3)$, can be expressed as:

$$\delta \varepsilon_G = -\delta \mu_2 (\alpha - \mu_2) + \delta \mu_3 (\gamma + \mu_3) \quad (14)$$

In addition, taking into account the parameters defined in Eq. (12), the total potential energy of the structural system is given by the following expression

$$\pi = EA l_0 \left(\varepsilon_G^2 + \frac{1}{2} \kappa \mu_3^2 - \lambda_2 \mu_2 - \lambda_3 \mu_3 \right) \quad (15)$$

As the structural system is considered only with 2 degrees of freedom, its equilibrium condition may be represented by a nonlinear system of 2 equations with 2 unknowns. The equation system can be found applying the principle of stationarity of the functional expressing the total potential energy which may be written as

$$\delta \pi = \frac{\delta \pi}{\delta u_2} \delta u_2 + \frac{\delta \pi}{\delta u_3} \delta u_3 = 0. \text{ Taking into account the parameters defined in Eq.}$$

(12) and applying the condition of stationarity in the Eq. (15), the following system of equations can be found:

$$\begin{aligned} -2\varepsilon_G (\alpha - \mu_2) &= \lambda_2 \\ 2\varepsilon_G (\gamma + \mu_3) + \kappa \mu_3 &= \lambda_3 \end{aligned} \quad (16)$$

Eq. (16) represents the conditions of equilibrium in the deformed conformation of the space truss in the directions of the axes y and z , respectively. It should be pointed out that both equations depend on cubic terms with respect to the parameters μ_2 and μ_3 . In fact, from Eq. (13), deformation ε_G , depends upon the quadratic terms in μ_2

and μ_3 . To obtain the tangent stiffness matrix, the load parameters are differentiated in relation to the displacement parameters in both equations of equilibrium such that:

$$\begin{Bmatrix} d\lambda_2 \\ d\lambda_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_2}{\partial \mu_2} & \frac{\partial \lambda_2}{\partial \mu_3} \\ \frac{\partial \lambda_3}{\partial \mu_2} & \frac{\partial \lambda_3}{\partial \mu_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\mu_2 \\ d\mu_3 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

The coefficients of the tangent stiffness matrix are determined by differentiating the Eqs. (13) and (16) according to Eq. (17). After some basic algebraic developments, it follows that

$$\begin{Bmatrix} d\lambda_2 \\ d\lambda_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(\alpha - \mu_2)^2 + 2\varepsilon_G & -2(\alpha - \mu_2)(\gamma - \mu_3) \\ -2(\alpha - \mu_2)(\gamma + \mu_3) & 2(\gamma + \mu_3)^2 + 2\varepsilon_G + \kappa \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\mu_2 \\ d\mu_3 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

The tangent stiffness matrix can be decomposed into the material stiffness matrix \mathbf{K}_M and the geometric stiffness matrix \mathbf{K}_σ . Such matrices can be then expressed as:

$$\mathbf{K}_M = \begin{bmatrix} 2(\alpha - \mu_2)^2 & -2(\alpha - \mu_2)(\gamma - \mu_3) \\ -2(\alpha - \mu_2)(\gamma + \mu_3) & 2(\gamma + \mu_3)^2 + \kappa \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_\sigma = \begin{bmatrix} 2\varepsilon_G & 0 \\ 0 & 2\varepsilon_G \end{bmatrix} \quad (19)$$

Now, the equilibrium path of the perfect system can be analyzed, i.e., making $c = 0 \Rightarrow \gamma = 0$ and with $f_3 = 0 \Rightarrow \lambda_3 = 0$. These conditions means that the equilibrium equation in the z -axis must comply that $(2\varepsilon_G + \kappa)\mu_3 = 0$. This equation can be satisfied in two conditions: $\mu_3 = 0$ or $(2\varepsilon_G + \kappa) = 0$. For the first condition, the primary equilibrium path takes place in the (x, y) plane. This means that the path is symmetric, since there is only the vertical displacement of the node at the vertex of space truss. In this case, according to Eq. (13), the deformation is $\varepsilon_G = -\mu_2 \left(\alpha - \frac{1}{2} \mu_2 \right)$. Substituting the expression of ε_G into Eq. (16a) yields the primary equilibrium path which is expressed as

$$\lambda_2 = 2\alpha^2\mu_2 - 3\alpha\mu_2^2 + \mu_2^3 \quad (20)$$

Eq. (20) is a third degree polynomial written in function of μ_2 which graph is shown in Fig. 3. The curve in that figure was obtained for the following values: $a = 1$, $b = 2$ and $c = 0$. As can be seen in that figure, the equilibrium path shows two extremes: points A and B . Those points are determined with condition $d\lambda_2 = d\mu_2 = 0$. In this way, the maximum and minimum points, A and B , respectively are obtained as

$$\begin{aligned} \mu_2^a &= \alpha \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow \lambda_2^a = \frac{2}{3\sqrt{3}} \alpha^3 \\ \mu_2^b &= \alpha \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow \lambda_2^b = -\frac{2}{3\sqrt{3}} \alpha^3 \end{aligned} \quad (21)$$

Points A and B are referred as limit points in the technical literature. At these points, the tangent stiffness matrix of Eq. (18) becomes singular. Therefore, the structure reaches its maximum loading carrying capacity at point A . From this point on, the structure becomes unstable. As shown in Fig. 3, the structure jumps forward from point A to point A' - where the equilibrium configuration becomes stable. In the technical literature, this phenomenon is called snap-through. Additionally, the second condition takes place when the deformation reaches the value $\varepsilon_G = -\frac{1}{2}\kappa$ and $\mu_3 \neq 0$. In this case, initially the space truss is in the primary equilibrium path. However, when this equilibrium becomes unstable, the truss moves out of the plane (x, y) seeking a stable secondary equilibrium path. At this moment the buckling phenomena takes place.

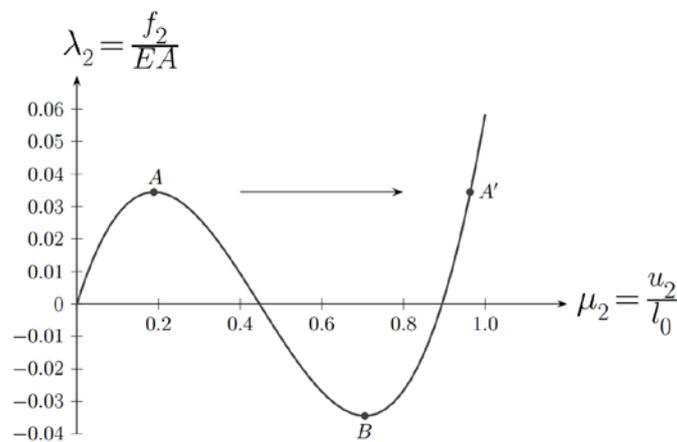


Figure 3 –Primary equilibrium path.

To determine the displacement in the direction of the z -axis, Eq. (13) is used. In this case, Eq. (13) can be expressed as $\varepsilon_G = -\mu_2 \left(\alpha - \frac{1}{2} \mu_2 \right) + \frac{1}{2} \mu_3^2$. Making ε_G equal to $\varepsilon_G = -\frac{1}{2} \kappa$, it is obtained that:

$$\mu_3 = \pm \sqrt{-\kappa + 2\mu_2 \left(\alpha - \frac{1}{2} \mu_2 \right)} \quad (22)$$

Which is valid for the range: $\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \kappa} \leq \mu_2 \leq \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \kappa}$. The relationship between the displacement parameters of μ_2 and μ_3 is shown in Fig. 4. In order to obtain the graphic of this force, the following values for the variables $a = 1$, $b = 2$, $c = 0$ and $\kappa = 0.1$, therefore, $0.131 \leq \mu_2 \leq 0.763$. From the analytical point of view, in Fig. 4, for the truss buckling out of the (x, y) plane, there are two possible directions in z -axis. The truss can buckle in the positive direction of the z -axis (when $u_3 > 0$), or in the negative direction of the z -axis (when $u_3 < 0$). The maximum displacement, in the z -axis direction, points E and F , is given by $\frac{d\mu_3}{d\mu_2} = 0 \Rightarrow \mu_3 = \pm \sqrt{\alpha^2 - \kappa}$. According to Fig. 4, after the bifurcation represented by point C, the displacement u_3 of the vertex of the truss increases until a maximum of ± 0.316 . After reaching the maximum, displacement decreases until it cancels out at point D. This point represents that the truss element returns to the plane (x, y) . From the physical point of view, it is important to emphasize that what makes possible the truss to return to the (x, y) plane is the existence of the spring in the z -axis direction at the vertices of the truss – see Fig. 2.

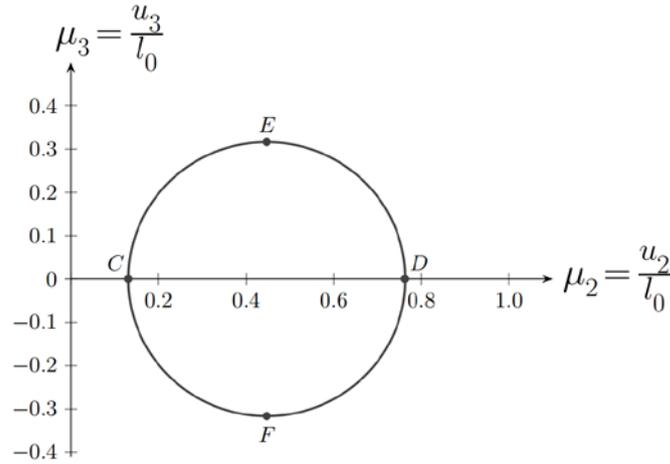


Figure 4 – Graph of the secondary equilibrium path on the μ_2 vs. μ_3 plane.

Figure 5 shows the secondary equilibrium path is obtained by taking into account Eq.

(16a) and the constraint $\varepsilon_G = -\frac{1}{2}\kappa$ knowing that the expression for λ_2 is given by

$$\lambda_2 = -2\varepsilon_G (\alpha - \mu_2) = \kappa (\alpha - \mu_2) \quad (23)$$

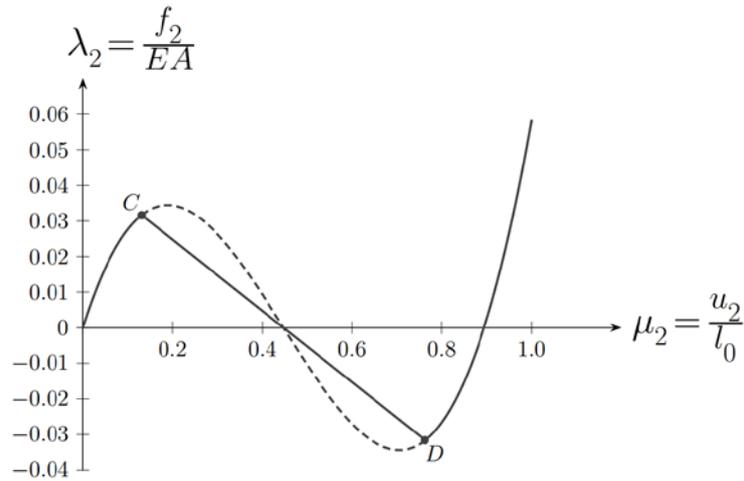


Figure 5 – Secondary equilibrium path.

In Figure 5, points C and D are called bifurcation points. At these points, there is the intersection between the primary and secondary equilibrium paths. At these points the tangent stiffness matrix given by Eq. (18) becomes singular. At the bifurcation point C , the structure changes to the secondary equilibrium path while at the bifurcation point D it returns the primary equilibrium path. Substituting the values of μ_2 , obtained

by imposing that $\mu_3 = 0$ in Eq. (23), one can obtain, from Eq. (23), the bifurcation points, in the following way:

$$\begin{aligned}\mu_2^c &= \alpha - \sqrt{\alpha^2 - \kappa} \Rightarrow \lambda_2^c = \kappa\sqrt{\alpha^2 - \kappa} \\ \mu_2^d &= \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \kappa} \Rightarrow \lambda_2^d = -\kappa\sqrt{\alpha^2 - \kappa}\end{aligned}\quad (24)$$

Note that for the buckling phenomenon to take place, the condition $\alpha^2 - \kappa > 0$ must be satisfied. Considering the equilibrium paths shown in Figs. 3 and 5, it can be concluded that the primary equilibrium path of the truss element analyzed has four critical points, two limit points and two bifurcation points. As mentioned previously, the tangent stiffness matrix given by Eq. (18) for the two conditions $\gamma = 0$ and $\mu_3 = 0$ becomes singular at the critical points, i.e., its determinant is zero. It is important to note that the manifestation sequence of these two critical points depends on the relation between the dimensionless parameters α and κ . Therefore, for the bifurcation point C takes place before the limit point A , it is necessary that $\mu_2^c < \mu_2^a$. For the bifurcation point C takes place after the limit point A , it is necessary that $\mu_2^c > \mu_2^a$ and $\kappa < \alpha^2$. Finally, for the bifurcation point C corresponds to the limit point A , it is necessary that $\mu_2^c = \mu_2^a$. These conditions are summarized in the equations.

$$\begin{aligned}0 < \kappa < \frac{2}{3}\alpha^2 &\Rightarrow \text{the bifurcation point, } C, \text{ takes place before the limit point, } A; \\ \frac{2}{3}\alpha^2 < \kappa < \alpha^2 &\Rightarrow \text{the bifurcation point, } C, \text{ takes place after the limit point, } A; \\ \kappa > \alpha^2 &\Rightarrow \text{there is no bifurcation;} \\ \kappa = \frac{2}{3}\alpha^2 &\Rightarrow \text{the bifurcation point, } C, \text{ corresponds to the limit point, } A.\end{aligned}\quad (25)$$

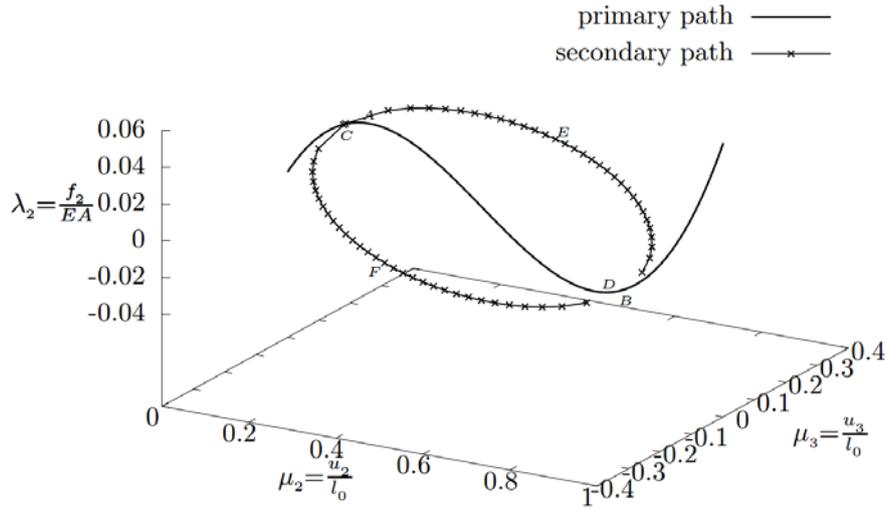


Figure 6 – Secondary equilibrium path.

Fig. 6 shows the equilibrium paths also shown in Figs. 3 and 5 in a three-dimensional reference system. Note in this Fig. 6 that the projection of the secondary equilibrium path produces a circle on the plane (u_2, u_3) shown in Fig. 4, and this projection over the plane (f_2, u_2) produces a line connecting points C and D as shown in Figure 5. As can be seen in Fig. 6, on the bifurcation points C and D there is an intersection between the primary and secondary equilibrium paths, respectively. In addition, at points E and F the displacement u_3 reaches the maximum absolute values of the same magnitude. The limit points A and B are extremes with respect to the load and belong to the primary equilibrium path. The next step is the calculation of the determinant of the tangent stiffness matrix to the primary equilibrium path; that is, considering the space truss contained in the plane (x, y) . Taking into account Eq. (18), the tangent stiffness matrix can be defined for the conditions $\gamma = 0$ and $\mu_3 = 0$, as

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2(\alpha - \mu_2)^2 + 2\varepsilon_G & 0 \\ 0 & 2\varepsilon_G + \kappa \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad \varepsilon_G = -\mu_2 \left(\alpha - \frac{1}{2} \mu_2 \right) \quad (26)$$

In which the determinant is given by $\det \mathbf{K} = (2(\alpha - \mu_2)^2 + 2\varepsilon_G)(2\varepsilon_G + \kappa)$.

Making this determinant zero, one can obtain that

$$\det \mathbf{K} = 3\mu_2^4 - 12\alpha\mu_2^3 + (14\alpha^2 + 3\kappa)\mu_2^2 - (4\alpha^3 + 6\alpha\kappa)\mu_2 + 2\alpha^2\kappa = 0 \quad (27)$$

Note that in Eq. (27) it is a fourth-degree polynomial with 4 real roots as shown be observed in Fig. 7. These four roots represent the four critical points defined in Eqs. (21) and (24), that is; two limit points (A, B) and two bifurcation points (C, D).

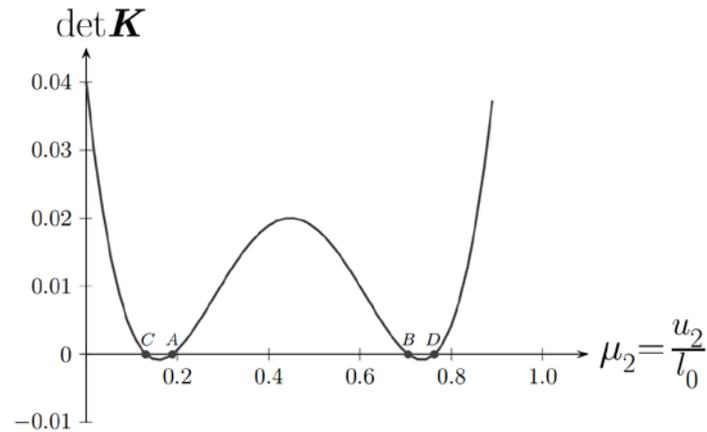


Figure 7 – Determinant of the tangent stiffness matrix.

6 Numerical analysis

To make the numerical analysis of the theoretical example presented in the previous section, a program written in Fortran90 language named “gnla_truss.f90” was written by the authors. Such program executes the incremental-iterative analysis using the Newton-Raphson method together with the arc length method. The Total Lagrangian description of the 3D truss element as described in sections 2, 3 and 4 is used. In the computational implementation, Eq. (5b) is used for the calculation of the internal force vector, expressed in global coordinates, and Eq. (10) is used for the calculation of the tangent stiffness matrix. The coefficients of the tangent stiffness matrix are also expressed in global coordinates. To capture the secondary equilibrium path, the space truss with a small imperfection in the direction and positive direction of z -axis was considered. The small imperfection was assumed to be $c = 0.001$. The space truss was discretized with two 3D truss elements. The modulus of elasticity of the truss was taken as $E = 200GPa$, the cross section of the truss bar is $A = 5cm^2$. Other important variables assumed are: $a = 1m$, $b = 2m$ and $\kappa = 0.1$. Therefore, according to Eq. (12), the spring stiffness is given by

$k = \frac{EA}{l_0} \kappa \Rightarrow k = 2000\sqrt{5} \text{ kN/m}$. In the calculation of k , the undeformed length

considered did not take into consideration the imperfection $c = 0.001$.

Figs. 8a and 8b show the evolution of the displacements of the 3D truss vertex in the directions of the two axes y and z , respectively. For the secondary equilibrium path expressed by the curve $(\mu_2 \times \lambda_2)$, Fig. 8a shows the comparison between the analytical and the numerical values. As can be seen in that figure, there is a good agreement between the analytical and the numerical values. As pointed out before, C and D are the bifurcation points and the line connecting these two points is the projection of the secondary equilibrium path projected on the plane curve $\mu_2 \times \lambda_2$ – see Fig.4.

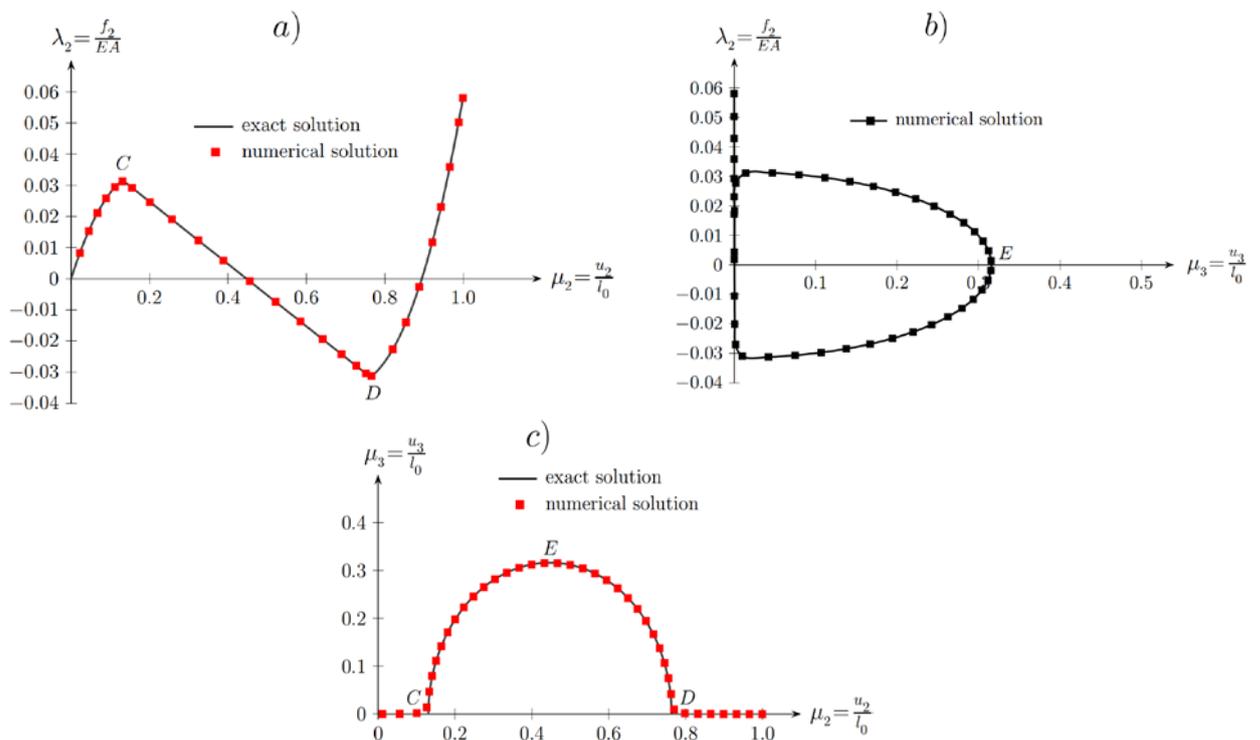


Figure 8 – Secondary equilibrium paths (a) $\mu_2 \times \lambda_2$, (b) $\mu_3 \times \lambda_2$, and (c) $\mu_2 \times \mu_3$.

Fig. 8b shows the curve between the applied load at the 3D truss vertex in the y -axis direction and the displacement of this vertex in the z -axis direction when buckling takes place. In this figure, point E represents the maximum displacement that the vertex accomplished out of the (x, y) plane in the direction of the imperfection c . In addition, it is observed in that figure that after the displacement u_3 reaches the

maximum value at point E , its value decreases to zero. At last, Fig. 8c shows the relation between the displacements of the vertex in the direction of the y and z axes, respectively. Note that, initially, the displacement $u_3 = 0$, but when the bifurcation in C takes place, there is a smooth transition of u_3 to values different than zero due to the imperfection $c = 0.001$. Again, it is shown in Fig. 8 that u_3 displacement reaches a maximum in E . After this point, u_3 decreases until zero at point D , which is the second bifurcation point. At the bifurcation point D , the 3D truss returns to the primary equilibrium path. Also in Fig. 8c, the numerical and the analytical results are compared showing good agreement between both results. To get the secondary equilibrium paths shown in Figs. 8a, 8b and 8c, respectively, we used an incremental-iterative process with a constant arc length of 0.025 for 120 load steps. To test the residual convergence force a tolerance of 10^{-5} was adopted. The average number of iteration per load step was 2.1. To detect and classify the singular points along the primary equilibrium path, two test functions were adopted, among many other test functions described in Crisfield (1991, 1997). The first test function used counts the number of positive or negative pivots of the tangent stiffness matrix. When the equilibrium of the structure passes from stable to unstable; the tangent stiffness matrix changes from a positive-definite matrix to an indefinite matrix. In other words, the tangent stiffness matrix, before the critical points, has only positive pivots; but beyond the critical points this matrix shows also negative pivot(s). In the finite element software developed in this research, the solution of the system of linear equations follows the decomposition of the tangent stiffness matrix shown in Eq. (28).

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{K} = \mathbf{L}\mathbf{D}\mathbf{L}^T \\ \text{where } \mathbf{L} \text{ lower triangular matrix} \\ \text{with } L_{ii} = 1 \text{ and } \mathbf{L}^T = \mathbf{L}^{-1} \end{array} \right. \quad (28)$$

and \mathbf{D} is the following diagonal matrix

$$\mathbf{D} = \text{diag}[D_{ii}] = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & D_{mm} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Theoretically, it is important to note that the pivot at matrix \mathbf{D} reaches zero in the singular points. Numerically, in the singular points there is a signal change of some pivot. In this way, this test function is defined as

$$\tau = \begin{cases} +1, & \text{if the number of positive (or negative) pivots of matrix } \mathbf{D} \\ & \text{is the same between load steps } (n-1) \text{ and } (n) \\ -1, & \text{if the number of positive (or negative) pivots of matrix } \mathbf{D} \\ & \text{is different between load steps } (n-1) \text{ and } (n) \end{cases} \quad (30)$$

The second test function is specific for determining limit points. When a structure reaches a limit point it loses its load carrying capacity, therefore, besides the tangent stiffness matrix that becomes singular at the limit point, after this critical point the structure supports no more loading. This test function will be named “stiffness parameter” and it is defined as

$$k = \frac{\Delta \mathbf{u}_p^T \mathbf{p}}{\Delta \mathbf{u}_p^T \Delta \mathbf{u}_p}, \quad \Delta \mathbf{u}_p = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{p} \quad (31)$$

where $\Delta \mathbf{u}_p$ is the increment of the nodal displacement vector of the predictor phase and \mathbf{p} is the vector of the external nodal forces. This test function is normalized using $S_p = k^n / k^0$ - where k^0 is the stiffness parameter estimated at the first iteration with the first loading step and k^n is the stiffness parameter evaluated in the predictive phase of the current loading step. The calculation of S_p is carried out in the predictive phase of each loading step. When a limit point is reached, the stiffness parameter k (and, consequently, S_p) tends to zero - for the bifurcation point, both k and S_p reach up values different than zero. Therefore, the rigidity parameter S_p and the test function τ are both used to detect and classify the singular points in the following way

$$\begin{aligned} \text{For limit points : } & \tau \text{ changes signal, and } S_p = 0 \\ \text{For bifurcation points : } & \tau \text{ changes signal, and } S_p \neq 0 \end{aligned} \quad (32)$$

In addition to the test functions given in equations (30) and (31), in the software “gnla_truss.f90”, other test functions were also implemented as described in Crisfield

(1991, 1997). To detect the four singular points in the primary equilibrium path, this research also analyzed the 3D truss but without the imposed imperfection, that is, $c = 0$. The values assumed for the other variables were: $E = 200GPa$, $A = 5cm^2$, $a = 1m$, $b = 2m$, $\kappa = 0.1$ and $k = 2000\sqrt{5} \text{ kN/m}$. The truss was discretized with 2 3D truss elements. In this case, an incremental-iterative process with a constant arc length of 0.025 for 90 load steps was used. To test the convergence of the residual force a tolerance of 10^{-5} was adopted. The average number of iterations was 2.0. Fig. 9a shows the graphics of the determinant of the tangent stiffness matrix obtained analytically and numerically. In this figure one can observe the good agreement between these two approaches.

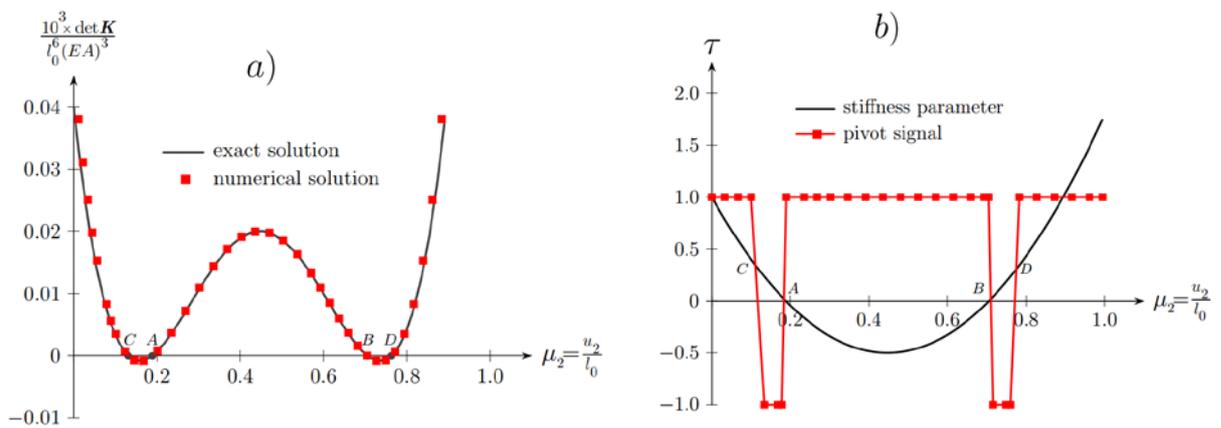


Figure 9 - (a) Determinant of the tangent stiffness matrix. (b) Test functions.

Moreover, in Fig.9, there are 4 singular points, (A , B , C and D), where the determinant is zero. Only with the condition of $det \mathbf{K} = 0$, as shown in Fig. 9a, there are not sufficient features to classify these points. In Fig. 9b, the numerical results obtained for the test functions in Eqs. (30) and (32) are shown. For the limit points A and B , the test function, Eq.(30), changes sign while the test function, Eq.(32), becomes zero. For the bifurcation points C and D the test function (based on pivot signal) changes sign, while the test function based on stiffness parameter is different than zero.

7 Conclusions

Steel structures are gradually becoming slender due to high strength steel material commonly used today in construction of high-rise buildings, aerospace structures, petroleum industries, among others. Non-linear analysis is essential in the design of steel structures. Very often finite element modeling is used to help the designer. Sometimes it is necessary to consider the stability phenomena, or critical points along the equilibrium path associated to finite element modeling of slender members. When taking into account the stability of the structural system, it is important for engineers to understand the effect of the geometric nonlinearity. The main objective of this paper was to explain the nonlinear phenomena, and consequently, make steel design safer. It is important to emphasize that, for the understanding of such non-linear phenomena, knowledge in the field of applied computational mathematics is necessary. This work described objectively, and in a short way the analytical approach for the detection, classification and sequencing of critical points in the primary equilibrium path of a simple physical system. The geometry and physical conditions for the coalescence between the limit points and bifurcation points were explained. The condition of coalescence of critical points should be taken into account for the stability study of slender structural systems. The existence of critical points in the equilibrium path can be detected from the tangent stiffness matrix singularity. The approach followed in this paper was simple and easy so that one can implement it computationally. The formulation presented was able to explain the detection and classification of critical points. For slender steel structures, it is necessary to take into consideration the non-linearity in the analysis of the structural systems equilibrium, when one takes into account the stability. It is hoped that this article has contributed for the understanding of the geometrically non-linear analysis of 3D truss structures.

8 References

Battini, J. M., Pacoste, C. and Ericksson, A. **Improved minimal augmentation procedure for the direct computation of critical points**. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. vol. 192, p. 2169-2185, 2003.

Belytschko, T.; Liu, W. K.; Moran, B. **Nonlinear finite elements for continua and structures**. John Wiley, 2000.

Cardona, A. and Huespe, A. **Evaluation of simple bifurcation points and post-critical path in large finite rotation problems**. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., vol. 175, p. 137-156, 1999.

Crisfield, M. A. **Non-linear finite element analysis of solids and structures**. Volume 1: Essentials, John Wiley, 1991.

Crisfield, M. A. **Non-linear finite element analysis of solids and structures**. Volume 2: Advanced Topics, John Wiley, 1997.

Doyle, J. F. **Nonlinear analysis of thin-walled structures. Statics, Dynamics and Stability**. Springer, 2001.

Hashiguchi, K.; Yamakawa, Y. **Introduction to finite strain theory for continuum elastoplasticity**. Wiley, 2013.

Ibrahimbergovic, A. and Mikdad, M. A. **Quadratically convergent direct calculation of critical points for 3D structures undergoing finite rotations**. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., vol. 189, p. 107-120, 2000.

Kojic, M.; Bathe, K. J. **Inelastic analysis of solids and structures**. Springer, 2005.

Krenk, S. **Non-linear modeling and analysis of solids and structures**. Cambridge University Press, 2009.

Neto, E. A. S.; Peric, D.; Owen, D. R. J. **Computational methods for plasticity. Theory and applications**. John Wiley, 2008.

Planinc, I. and Saje, M. **A quadratically convergent algorithm for the computation of stability points: the application of the determinant of the tangent stiffness matrix**. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., vol. 169, p. 89-105, 1999.

Simo, J. C.; Hughes, T. J. R. **Computational Inelasticity**. Springer, 1998.

Voyiadjis, G. Z.; Woelke, P. **Elasto-plastic and damage analysis of plates and shells**. Springer, 2010.

Wriggers, P.; Simo, J. C. **A general procedure for the direct computation of turning and bifurcation points**. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., vol. 30, p. 155-176, 1990.

Wriggers, P. **Nonlinear finite element methods**. Springer, 2008.

Wriggers, P. **Computational contact mechanics**. 2nd Edition, Springer, 2002.

Análise numérica de ligações tipo T com perfis tubulares

Messias Júnio Lopes Guerra¹, Gabriel Vieira Nunes¹, Arlene Maria Cunha Sarmanho^{2*}, Daniel José Rocha Pereira², Luiz Henrique de Almeida Neiva²

¹Departamento de Edificações – IFMG,
messias.guerra@ifmg.edu.br, gabriel.nunes@ifmg.edu.br

²Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PROPEC – DECIV/EM/UFOP,
arlene.sarmanho@gmail.com, drocha044@gmail.com,
lhalmeidaneiva@gmail.com

Numerical analysis of T joints with hollow sections

Resumo

Neste trabalho é apresentada uma análise paramétrica de ligações soldadas do tipo T formadas por perfis estruturais de aço sem costura, com seção transversal retangular no banzo e circular no montante. Um modelo numérico foi calibrado com resultados experimentais e após a calibração foi feito um estudo paramétrico variando os parâmetros β (relação entre o diâmetro do montante e largura da face banzo conectado) e 2γ (relação entre a largura e a espessura da face do banzo). Os resultados dos modelos numéricos, obtidos pelo critério de deformação limite, foram comparados com as prescrições mais recentes da ABNT NBR 16239 (2013) e da ISO 14346 (2013).

Palavras-chave: análise numérica, perfis tubulares, ligações tipo T.

Abstract

This work presents a parametric analysis of T welded joints formed by hot-rolled steel, with rectangular hollow sections for the chord and circular hollow sections for the braces. A numerical model was calibrated with experimental results and after the calibration a parametric study was performed, varying the parameters β (ratio between the diameter of the brace and width of the chord) and 2γ (ratio between the width and thickness of the chord). The numerical results, obtained using the deformation limit criterion, were compared with the normative prescriptions of ABNT NBR 16239:2013 and ISO 14346:2013.

Keywords: numerical analysis, hollow sections, T joints.

* autor correspondente

1. Introdução

A utilização de perfis tubulares na construção metálica apresenta vantagens, como por exemplo, alta resistência a esforços de torção, axiais e à combinação de solicitações. Associado às vantagens, encontram-se os aspectos de arrojo e modernidade que propiciam diversidade de projetos (Figura 1). Os perfis tubulares podem ser usados como estruturas mistas (tubos preenchidos com concreto), ganhando resistência adicional aos esforços de compressão e melhor proteção contra o fogo; possuem menor área se comparados às seções abertas, o que conduz a menores custos de pintura e outros benefícios, facilitando assim, os serviços de manutenção e minimizando seus custos.



Figura 1 – Estrutura tubular da cobertura do Estádio Mineirão, Belo Horizonte. (Nunes, 2017).

Devido ao bom comportamento quando solicitado por forças axiais, os perfis tubulares são amplamente utilizados em treliças para vencer grandes vãos (Araujo *et al.*, 2016). Uma importante verificação em sistemas treliçados são as ligações entre suas barras componentes (Figura 2), que podem ser dominantes na avaliação da sua capacidade resistente.

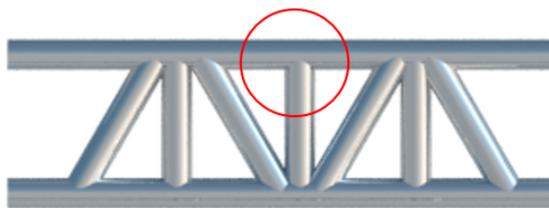


Figura 2 – Treliça com destaque para a ligação entre montante e banzo.

Dessa forma, com um modelo numérico calibrado com resultados experimentais, foi realizado um estudo teórico e numérico de ligações do tipo T formadas por perfis tubulares com seção retangular no banzo e circular no montante, sendo o montante submetido a carregamento axial de compressão. Adicionalmente, um estudo da validade das equações das normas ABNT NBR 16239:2013 e ISO 14346:2013 foi realizado.

2. Dimensionamento de ligações tubulares

O dimensionamento das ligações tubulares soldadas nas prescrições existentes são função da tipologia da ligação e dos parâmetros geométricos. A seguir, têm-se, para as ligações soldadas entre tubos, os modos de falha possíveis e as equações para a verificação da capacidade resistente da ligação T segundo as normas ABNT NBR 16239:2013 – Projetos de Estrutura de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edificações com Perfis Tubulares e a ISO 14346:2013 – Static design procedure for welded hollow – section joints – Recommendations.

2.1. Modos de falha

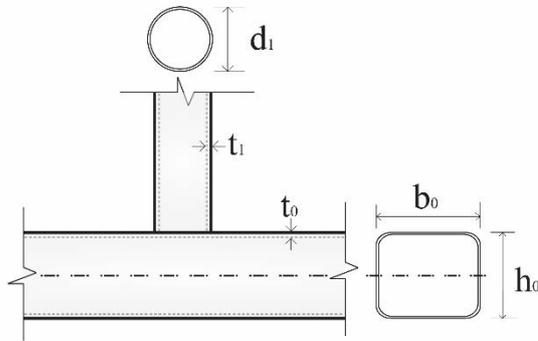
Para as ligações soldadas entre tubos, podem ocorrer os seguintes modos de falha que estão representados na Tabela 1, considerando a força axial aplicada e banzos em perfis retangulares e montante/diagonais circulares:

Tabela 1 - Modos de falha em ligações soldadas compostas por perfis tubulares e nomenclatura segundo a NBR 16239:2013.

Plastificação da face ou de toda a seção transversal do banzo na região da ligação.		Modo A
Plastificação da face lateral da seção transversal do banzo junto na região da ligação.		Modo B
Plastificação ou instabilidade por cisalhamento do banzo, junto a diagonais ou montantes.		Modo C
Ruptura por punção da parede do banzo na área de contato com diagonais ou montantes.		Modo D
Ruptura ou plastificação na região da solda ou flambagem localizada de diagonais ou montantes, devido distribuição não uniforme de tensão.		Modo E
Instabilidade localizada de diagonais ou montantes comprimidos, na região da ligação.		Modo F
Instabilidade localizada da face do banzo atrás do montante tracionado, na região da ligação.		Modo F

2.2. Nomenclatura e parâmetros geométricos

Para a ligação tipo T tem-se na Figura 3, a representação dos parâmetros geométricos importantes. O índice 0 (zero) relaciona-se ao banzo e o índice 1 (um) ao montante.



Onde:

d_1 - diâmetro externo da seção transversal do tubo do montante.

b_0 - largura do tubo retangular do banzo.

h_0 - altura do tubo retangular do banzo.

t_0 - espessura da parede do tubo do banzo.

t_1 - espessura da parede do tubo do montante.

Figura 3 – Nomenclatura das ligações compostas por perfis tubulares circulares ou retangulares.

Para as ligações do tipo T, os seguintes parâmetros geométricos são utilizados:

a) Relação entre o diâmetro do montante e a largura do banzo (β):

$$\beta = \frac{d_1}{b_0} \quad 2.1$$

b) Relação entre a largura do banzo e a sua espessura (2γ) dada por:

$$2\gamma = \frac{b_0}{t_0} \quad 2.2$$

2.3. Condições de validade

Na Tabela 2 estão indicadas as relações geométricas e de material que devem ser atendidas para as ligações tipo T, segundo as normas ABNT NBR 16239:2013 e ISO 14346:2013.

Tabela 2 - Condições de validade geométrica e de material para ligações tipo “T”.

		ABNT NBR 16239:2013	ISO 14346:2013
Relação entre banzo e diagonais /montante		$0,4 \leq \frac{d_i}{b_0} \leq 0,8$	$0,25 \leq \frac{d_i}{b_0} \leq 0,8$ $\frac{d_i}{b_0} \geq 0,1 + 0,01 \frac{b_0}{t_0}$
Banzo	Compressão	$\frac{b_0}{t_0} \leq 36 e$ $\frac{b_0}{t_0} \leq 1,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ $\frac{h_0}{t_0} \leq 36 e$ $\frac{h_0}{t_0} \leq 1,45 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Classe 1 ou 2 e $\frac{b_0}{t_0} \leq 40$ $\frac{h_0}{t_0} \leq 40$
	Tração	$\frac{b_0}{t_0} \leq 35$ $\frac{h_0}{t_0} \leq 35$	$\frac{b_0}{t_0} \leq 40$ $\frac{h_0}{t_0} \leq 40$
Diagonais/ montantes	Compressão	$\frac{d_i}{t_i} \leq 0,05 \frac{E}{f_y}$	Classe 1 ou 2 e $\frac{d_i}{t_i} \leq 40$
	Tração	$\frac{d_i}{t_i} \leq 50$	$\frac{d_i}{t_i} \leq 40$
Ângulo entre diagonais/montantes e banzo		$\theta \geq 30^\circ$	$\theta \geq 30^\circ$
Resistência ao escoamento		-	$f_{yi} \leq f_{y0}$ $f_y \leq 0,8f_u$ $f_y \leq 460\text{MPa}$
Observações		Para $f_{y0} > 350\text{MPa}$, a resistência do cálculo deve ser dividida por um coeficiente de ajustamento γ_n , igual a 1,1.	Para $f_{y0} \geq 355\text{MPa}$, f_{y0} deve ser multiplicado por 0,9

2.4. Verificação da ligação tipo T

Na Tabela 3 são descritas as equações para verificação da ligação do tipo “T” para o modo de falha A (plastificação da face do banzo), segundo as normas ABNT NBR 16239:2013 e ISO 14346:2013.

Tabela 3 - Força axial resistente de cálculo para o modo de falha A para ligações tipo T segundo as prescrições normativas.

Modo de falha	ABNT NBR 16239:2013	ISO 14346:2013
Plastificação da face do banzo na região da ligação	<p>Modo A</p> $N_{1,Rd} = \frac{k_n f_{y0} t_0^2}{1 - \beta} (2,2\eta + 4,4\sqrt{1 - \beta})$	<p>Chord plastification</p> $N_1^* = Q_u Q_f f_{y0} t_0^2$
Parâmetros	<p>Para $n < 0$: $k_n = 1,3 + \frac{0,4n}{\beta}$</p> <p>Para $n \geq 0$: $k_n = 1,0$</p> <p>Onde: $n = \frac{\sigma_{0,Sd}}{f_{y0}}$ $\sigma_{0,Sd} = \frac{N_{0,Sd}}{A_0} + \frac{M_{0,Sd}}{W_0}$</p> <p>sendo $\sigma_{0,Sd}$ determinado considerando sinal negativo para compressão.</p>	$Q_u = \frac{2\eta}{1 - \beta} + \frac{4}{\sqrt{1 - \beta}}$ $Q_f = (1 - n)^{C_1}$ <p>Onde: $n = \frac{N_0}{N_{pl,0}} + \frac{M_0}{M_{pl,0}}$</p> <p>Para Tração: $C_1 = 0,1$</p> <p>Para compressão: $C_1 = 0,6 - 0,5\beta$</p>

Onde:

k_n – Fator de redução da resistência devido a carga no banzo;

β – Razão entre a largura do montante (d_1) e largura do banzo (b_0);

η – Relação entre a altura do montante no plano da estrutura e a largura do banzo;

n – Razão de tensão no banzo;

$\sigma_{0,Sd}$ – Máxima tensão de compressão de cálculo do banzo na superfície de contato com montantes;

f_{y0} – Resistência ao escoamento do aço do perfil do banzo;

$N_{0,Sd}$ – Força axial solicitante de cálculo no banzo;

$M_{0,Sd}$ – Momento fletor solicitante de cálculo no banzo;

A_0 – Área da seção transversal do banzo;

W_0 – Módulo de resistência elástico da seção transversal do banzo;

$N_{pl,0}$ – Força axial de plastificação da seção do banzo;

$M_{pl,0}$ – Momento fletor de plastificação da seção do banzo;

Para montante de perfil circular, multiplicam-se as forças axiais resistentes acima por $(\pi/4)$.

3. Deformação limite

O critério adotado para determinação da capacidade resistente de ligações tubulares é caracterizado por deformação limite a ser avaliada na face conectada do banzo (Lu *et al.*, 1994). Essa força resistente, seja numérica ou experimental, é considerada para uma deformação, Δ , na face do banzo oriunda do modo de falha A de 3% da largura da face do banzo sob efeito do amassamento, como indicado na Figura 4 (a). A resistência da ligação é determinada pela carga equivalente ao deslocamento limite, Δ , em casos onde não há pico de carga na curva, ou pelo menor valor entre essa carga e a dada pelo pico da curva, em casos onde pode ser identificado um pico - Figura 4 (b) - (Wardenier *et al.*, 2010).

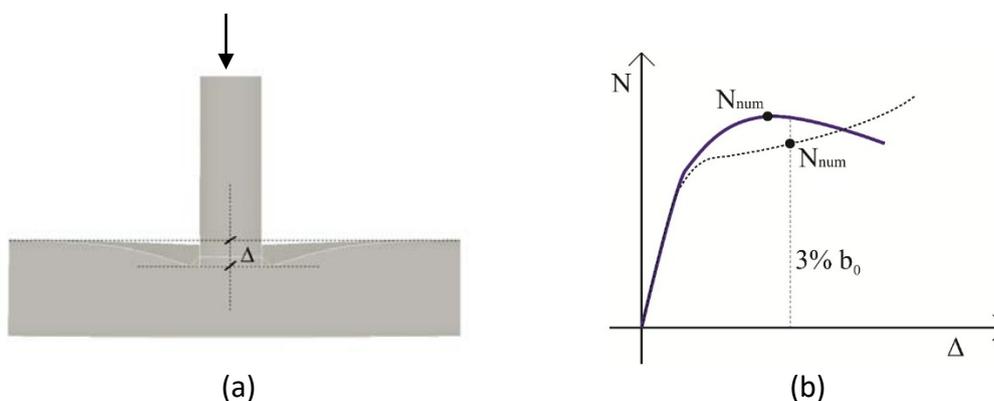


Figura 4 – (a) Deslocamento, Δ , na face do banzo sob o montante comprimido; (b) Método da deformação limite para obtenção da força resistente.

4. Modelo numérico

O modelo numérico foi desenvolvido em elementos finitos utilizando o software ANSYS (2012), como apresentado na Figura 5. O elemento utilizado é o elemento de casca SHELL181 que considera esforços de flexão, corte, efeito de membrana e possui 4 nós e 6 graus de liberdade por nó, sendo três translações em x, y e z e três rotações em torno de x, y e z.

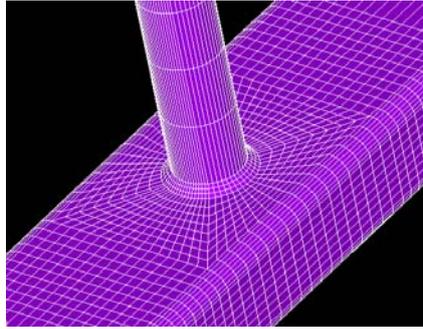


Figura 5 – Detalhe da malha da ligação tipo T utilizando o elemento de casca SHELL 181 (ANSYS, 2012).

As propriedades mecânicas utilizadas nos modelos numéricos estão listadas a seguir e a relação tensão x deformação foi representada por diagrama bilinear (Figura 6).

- Módulo de elasticidade: $E = 200 \text{ GPa}$;
- Coeficiente de Poisson: $\nu = 0,3$;
- Resistência ao escoamento do perfil do banzo: $f_{y0} = 456 \text{ MPa}$;
- Resistência à ruptura do perfil do banzo: $f_{u0} = 555 \text{ MPa}$;
- Módulo de elasticidade tangente do perfil do banzo: $E_t = 3987 \text{ MPa}$;
- Resistência ao escoamento do perfil do montante: $f_{y1} = 250 \text{ MPa}$;
- Resistência à ruptura do perfil do montante: $f_{u1} = 325 \text{ MPa}$;
- Módulo de elasticidade tangente do perfil do montante: $E_t = 2500 \text{ MPa}$.

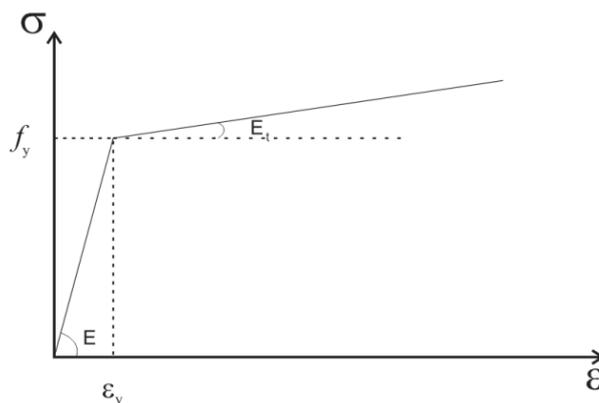


Figura 6 – Representação esquemática do diagrama tensão x deformação bilinear utilizado nas análises.

Nos modelos numéricos foram consideradas tanto a não linearidade física quanto a geométrica, utilizando o algoritmo de Lagrange atualizado. A aplicação do carregamento

do montante foi realizada por meio de controle de deslocamentos aplicados de forma incremental sendo utilizado o método iterativo de Newton-Raphson. Quanto às condições de contorno do banzo, suas extremidades foram consideradas engastadas, conforme Figura 7. Essa condição de contorno faz com que a consideração de tensões normais no banzo sejam consideradas, o que é contabilizado pelas equações normativas e levado em consideração no dimensionamento.

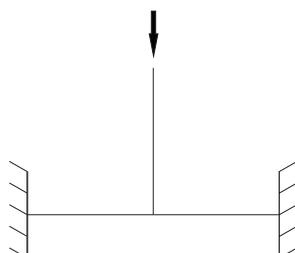


Figura 7 – Condição de contorno biengastado do banzo da ligação

5. Modelo experimental

Para calibração do modelo numérico, fez-se uma análise comparativa com resultados experimentais realizados por Mendes (Mendes, 2008). Os ensaios utilizados foram realizados em dois protótipos, identificados como T02 e T03, de uma ligação T (Figura 8), sendo os testes realizados no Laboratório de Estruturas Professor Altamiro Tibiriçá Dias do DECIV/PROPEC/EM/UFOP. As ligações são compostas por perfil retangular no banzo e circular no montante e diagonais. Na Tabela 4 têm-se as dimensões e as propriedades mecânicas dos perfis utilizados na ligação ensaiada.

Tabela 4 – Dimensões nominais e propriedades mecânicas dos perfis componentes da ligação dos protótipos ensaiados.

Elementos de Ligação	h_0 (mm)	b_0 (mm)	t_0 (mm)	d_1 (mm)	t_1 (mm)	f_{y0} (MPa)	f_{u0} (MPa)	$f_{y1,2}$ (MPa)	$f_{u1,2}$ (MPa)	δ (%)
Banzo	110	60	4,8	-	-	456	555	-	-	32
Montante	-	-	-	38,1	3,2	-	-	250	325	35

f_{y0} - Resistência ao escoamento do aço do banzo;
 f_{u0} - Resistência à Ruptura à tração do aço do banzo;
 $f_{y1,2}$ - Resistência ao escoamento do aço do montante;
 $f_{u1,2}$ - Resistência à Ruptura à tração do aço montante;
 δ - Alongamento residual após à ruptura oriundo do ensaio de caracterização.

As propriedades mecânicas do aço dos perfis retangulares que compõem o banzo, com especificação técnica de aço A36, foram obtidas por meio de ensaios de caracterização. As propriedades mecânicas reais dos perfis circulares dos montantes não foram obtidas, devido a não interferência do aço deste elemento na resistência da ligação. Portanto, foram utilizados os valores nominais.

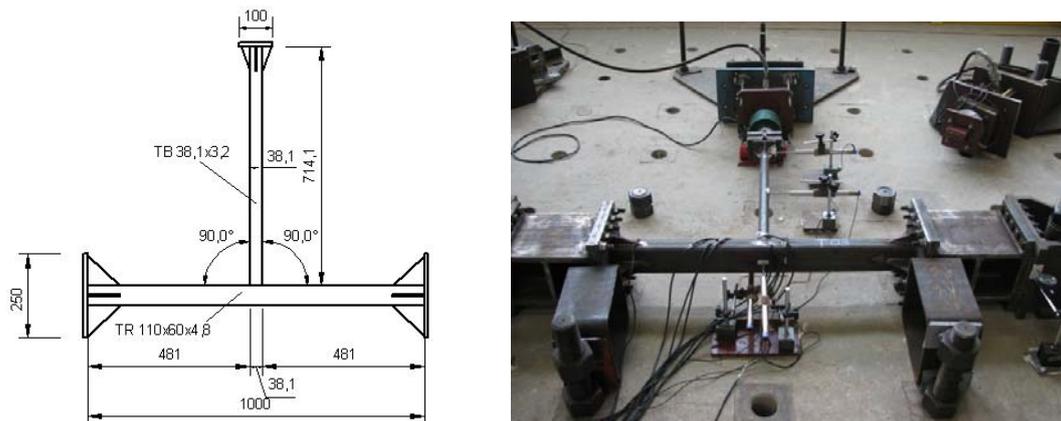


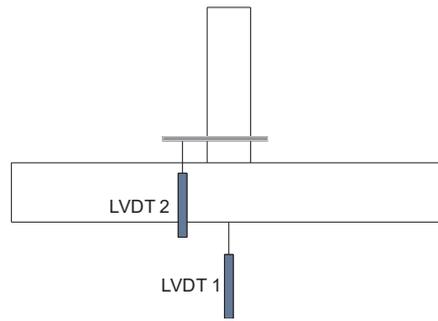
Figura 8 – Dimensões dos protótipos e esquemas gerais dos protótipos para a Ligação T (Mendes, 2008).

Os ensaios tiveram como um dos objetivos, a avaliação do comportamento das ligações, considerando-se os deslocamentos. A aplicação dos carregamentos foi realizada por atuadores hidráulicos. O monitoramento das forças aplicadas foi feito por células de carga previamente calibradas, que tiveram os dados captados por sistema automático de aquisição. A Figura 9 apresenta a instrumentação utilizada nos ensaios.

Os resultados experimentais obtidos estão representados graficamente em função dos deslocamentos máximos na face superior do banzo.



(a)



(b)

Figura 9 - Posição dos LVDTs para medição dos deslocamentos relativos da face superior do banzo: (a) Foto da posição dos LVDTs dos ensaios; (b) Esquema geral da posição dos LVDTs para medir o deslocamento máximo relativo, Δ .

6. Calibração dos modelos numéricos

Na Figura 10 são apresentadas as análises comparativas entre os resultados obtidos nos ensaios experimentais e os obtidos nos modelos numéricos. A comparação dos resultados foi realizada por gráficos com os valores da força aplicada no montante *versus* deslocamento relativo na face superior do banzo para as ligações ensaiadas.

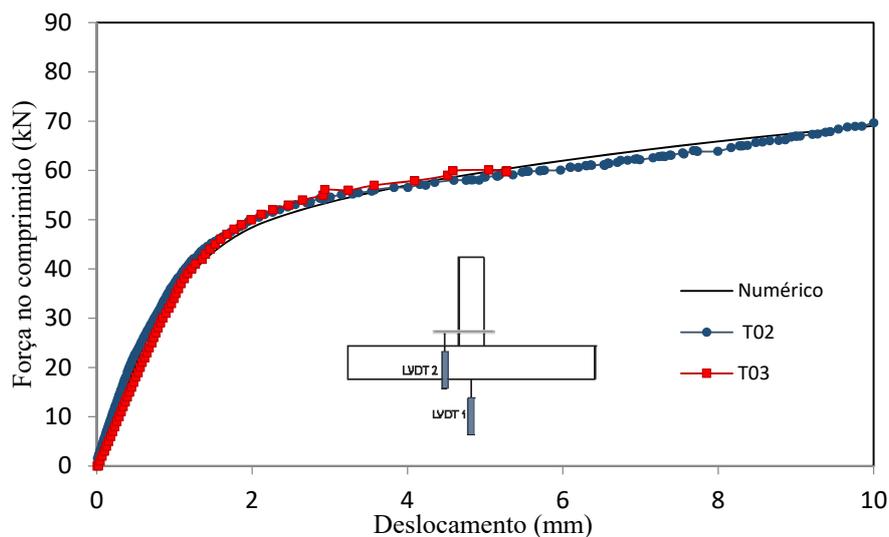


Figura 10 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais. (Nunes, 2012)

Observa-se que os resultados dos modelos numéricos apresentaram uma ótima correlação com os modelos experimentais, validando assim, os estudos para uma análise paramétrica.

7. Análise paramétrica

A ligação tipo T analisada considera a aplicação de força de compressão no montante e não possui carregamento no banzo. Foram variados os parâmetros β e 2γ . As geometrias dos modelos das ligações tipo T analisadas são descritas na Tabela 5. Todos os modelos foram desenvolvidos para que o modo de falha A (plastificação da face do banzo) fosse o dominante.

Tabela 5 – Geometria dos modelos numéricos do estudo paramétrico.

Modelo	b_0 (mm)	h_0 (mm)	t_0 (mm)	d_1 (mm)	t_1 (mm)	β	2γ
1	200	150	13	50	5	0,25	15,38
2				60		0,30	
3				70		0,35	
4				80		0,40	
5				90		0,45	
6				100		0,50	
7				110		0,55	
8	110	60	4,8	33,4	3,4	0,30	22,92
9				38,1	3,0	0,35	
10				48,3	3,7	0,44	
11				60,3	3,6	0,55	
12				70	4,0	0,64	
13				77	4,0	0,70	
14	200	150	7,5	50	5	0,25	26,67
15				60		0,30	
16				70		0,35	
17				80		0,40	
18				90		0,45	
19				100		0,50	
20				110		0,55	

A Tabela 6 apresenta o cálculo da força resistente teórica segundo a ABNT NBR 16239:2013, N_{NBR} , segundo a ISO 14346:2013, N_{ISO} , e a força última resistente obtida no modelo numérico, N_{num} , utilizando o critério de deformação limite. Com os resultados

tem-se a relação entre a resistência teórica prevista em prescrições de norma, e a relativa à análise numérica.

Tabela 6 – Forças resistentes teórica e numérica.

Modelo	β	2γ	N_{NBR} (kN)	N_{ISO} (kN)	N_{num} (kN)	$\frac{N_{NBR}}{N_{num}}$	$\frac{N_{ISO}}{N_{num}}$
1	0,25	15,38	283,42	267,64	330	0,86	0,81
2	0,30		310,23	285,08	365	0,85	0,78
3	0,35		332,25	304,95	405	0,82	0,75
4	0,40		357,51	327,55	432	0,83	0,76
5	0,45		386,81	353,73	495	0,78	0,71
6	0,50		421,31	384,34	545	0,77	0,71
7	0,55		462,60	420,87	605	0,76	0,70
8	0,30	22,92	36,63	36,59	48	0,76	0,76
9	0,35		39,98	38,80	48	0,83	0,81
10	0,44		47,28	44,18	64	0,74	0,69
11	0,55		57,84	52,85	88	0,66	0,60
12	0,64		68,99	62,87	110	0,63	0,57
13	0,70		79,82	72,80	129	0,62	0,56
14	0,25	26,67	96,80	92,59	98	0,99	0,94
15	0,30		103,26	98,71	108	0,96	0,91
16	0,35		110,59	105,64	118	0,94	0,90
17	0,40		118,99	113,58	132	0,90	0,86
18	0,45		128,75	122,80	144	0,89	0,85
19	0,50		140,23	133,60	162	0,87	0,85
20	0,55		170,77	146,50	190	0,81	0,77

N_{NBR} – Força axial resistente de cálculo da ligação para o modo de falha A segundo ABNT NBR 16239:2013;
 N_{ISO} – Força axial resistente de cálculo do montante da ligação para segundo ISO 14346:2013;
 N_{num} – Força axial resistente de cálculo do montante da ligação para o modo de falha A segundo modelo numérico.

Observa-se que à medida que se diminui o parâmetro β , tanto a força resistente teórica quanto a obtida nos modelos numéricos decrescem. Isto é justificado por um efeito de punção, ou seja, quanto menor o diâmetro do montante em relação a largura do banzo, maior a tendência de o montante deformar a face superior do banzo.

Pode-se observar que a relação entre a força axial resistente teórica e numérica diminui com o crescimento do parâmetro β , ou seja, as prescrições normativas tornam-se mais conservadoras.

Para a esbeltez (2γ) maior, 26,67, observou-se que para os modelos com β menores, a capacidade resistente do modelo numérico foi muito próxima da teórica. Para essas ligações, há um aumento do efeito da punção, devido a menor relação entre o diâmetro do montante e a largura do banzo.

Para melhor avaliar os resultados obtidos e listados na Tabela 6, são apresentados graficamente na Figura 11, as curvas *versus* deslocamento (Δ), obtidas através dos modelos numéricos, sendo também apresentadas as deformações referentes à força última, 3%.

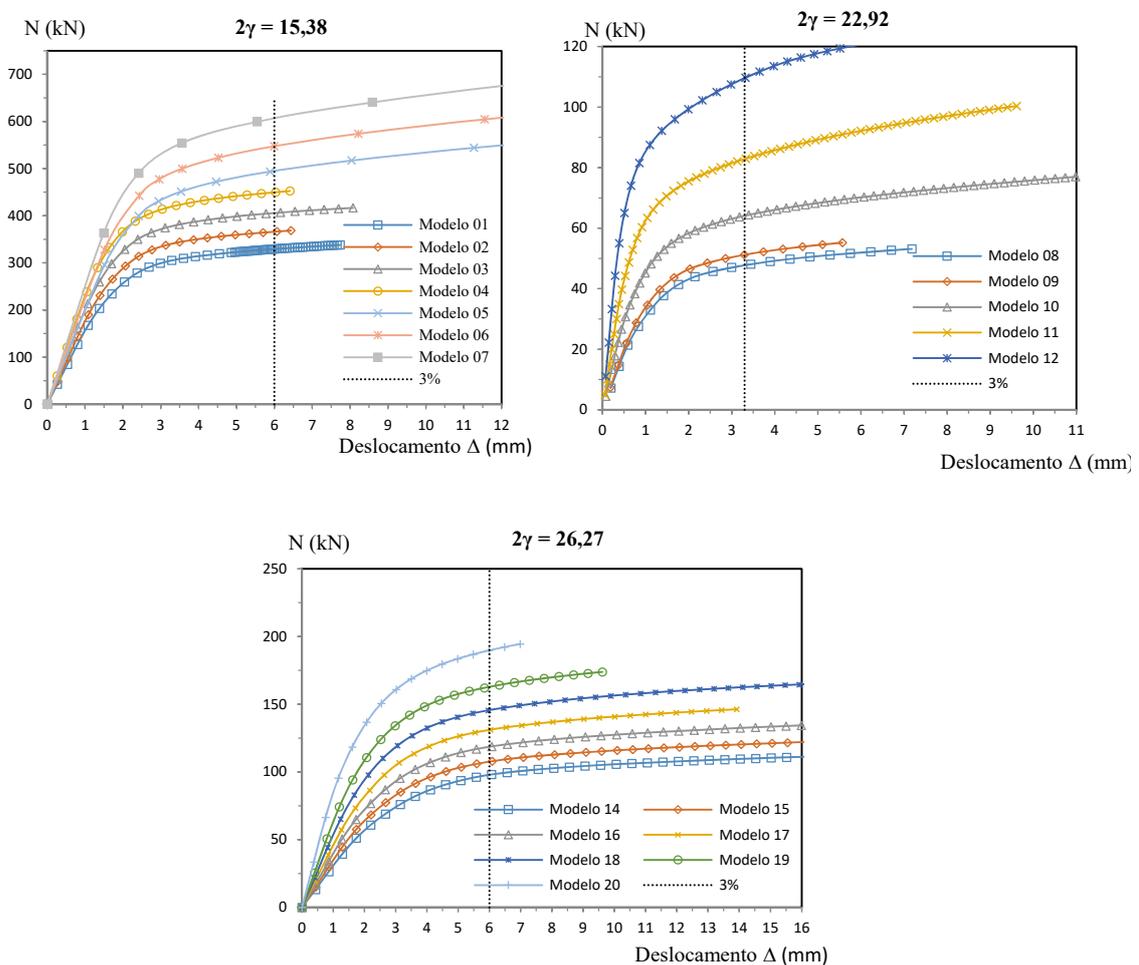


Figura 11 – Curvas carga versus deslocamento Δ dos modelos numéricos da ligação tipo T para $2\gamma = 15,38, 22,92$ e $26,27$.

Na Figura 12 tem-se apresentados os valores das forças axiais resistentes teóricas e numéricas, em função da geometria da ligação (parâmetro β). Essas figuras foram

definidas segundo a esbeltez do banzo da ligação, $2\gamma = 15,38$, $2\gamma = 22,92$ e $2\gamma = 26,27$, respectivamente. Para avaliar os resultados tem-se representados os limites inferiores de β previstos pela norma ABNT NBR 16239:2013, dado pela linha tracejada vertical, e ISO 14346:2013, dada pela linha vertical pontilhada, sendo o limite superior para as duas normas igual a 0,8. A representação destes gráficos possibilita um estudo paramétrico da ligação tipo T para o modo de falha A.

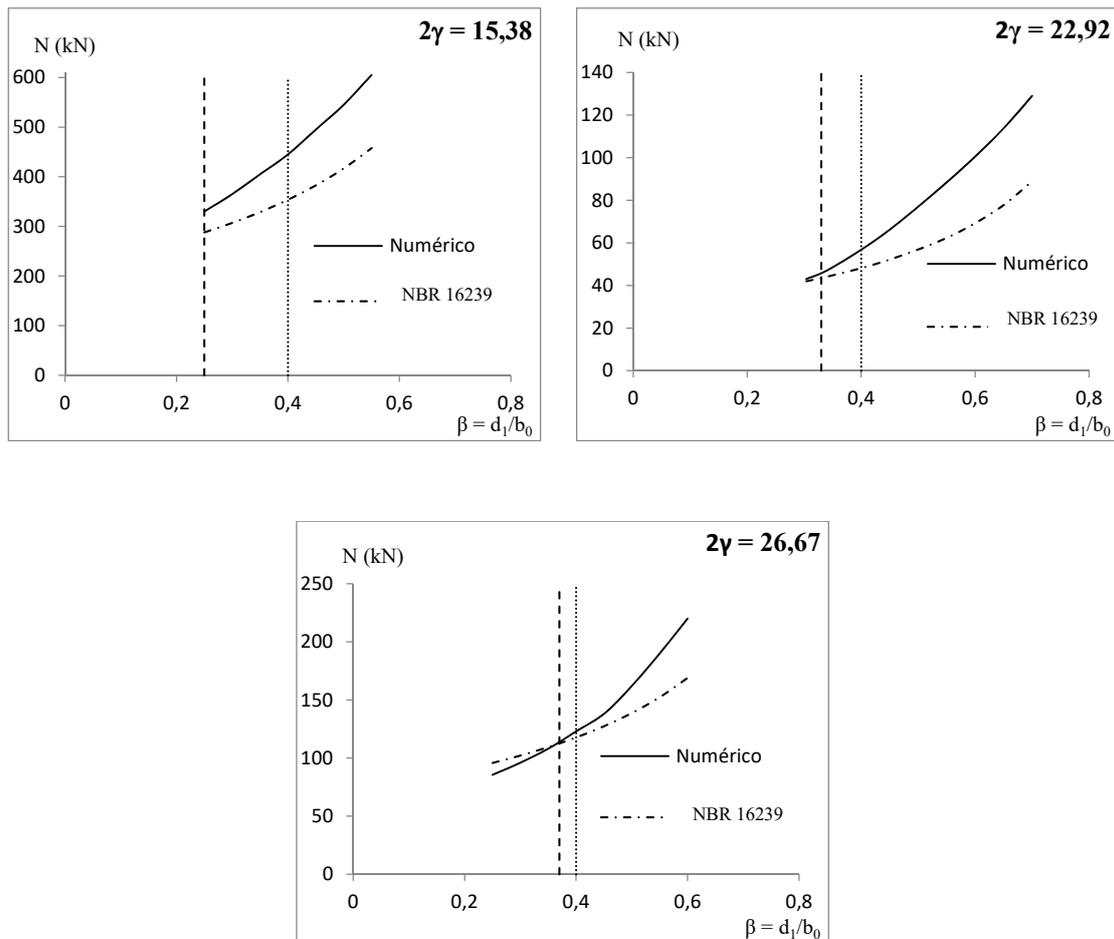
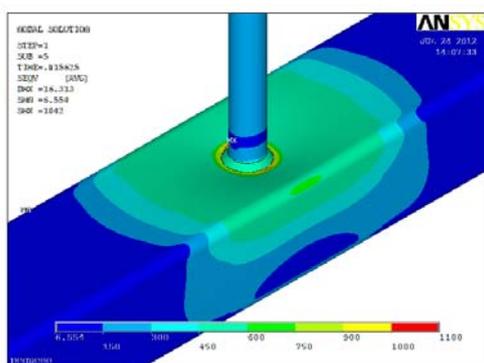
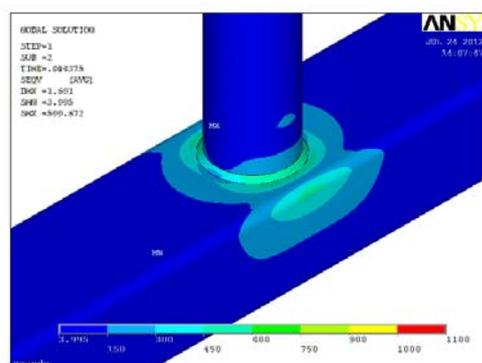


Figura 12 – Curva Força Resistente Numérica versus β dos modelos da ligação tipo T para $2\gamma = 15,38$, $22,92$ e $26,67$.

O crescimento na diferença da força axial resistente teórica e do modelo numérico para valores maiores de β , pode ser explicada devido a melhor distribuição das tensões na face superior do banzo e uma maior contribuição de sua face lateral na resistência do perfil, conforme apresentado na Figura 13.



(a)



(b)

Figura 13 – Distribuição das tensões de von Mises na região da ligação para $2\gamma = 26,67$ e carregamento de 130 kN. (a) Para $\beta = 0,25$; (b) Para $\beta = 0,6$.

8. Considerações finais

A calibração realizada entre os modelos numéricos e os experimentais apresentou ótima correlação. A precisão da calibração possibilitou a validação do estudo paramétrico das ligações.

Após a calibração, o estudo paramétrico considerou a variação dos parâmetros β e 2γ , relação entre o diâmetro do(s) montante e a largura da face do banzo e da largura da face do banzo em relação a sua espessura, respectivamente. As variações realizadas foram escolhidas considerando os limites inferior e superior dos parâmetros. Para todos os modelos numéricos desenvolvidos, o modo de falha dominante foi a plastificação da face do banzo.

Observou-se que com o aumento do parâmetro β , tanto a capacidade resistente teórica quanto a capacidade resistente dos modelos numéricos aumentam e os modelos mais esbeltos possuem uma rigidez inicial maior em relação aos de menor esbeltez.

Houve boa correlação entre os resultados dos modelos numéricos e as capacidades resistentes prescritas nas normas estudadas. Houve uma dispersão entre os valores das resistências teóricas e dos modelos numéricos com o aumento do parâmetro β que pode ser explicada pela melhor distribuição das tensões na seção e contribuição das faces laterais, para os modelos com β maiores.

9. Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais), CNPq (Conselho Nacional de Pesquisa) e à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

10. Referências bibliográficas

ANSYS, **Ansys program version 12.0. Finite Element Software**. Ansys Incorporation, Houston, PA, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16239 – Projetos de Estrutura de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edificações com Perfis Tubulares**, Rio de Janeiro, 2013.

ARAÚJO, A. H. M.; SARMANHO, A. M. C.; BATISTA, E. M.; REQUENA, J. A. V.; FAKURY, R. H.; PIMENTA, R. J. **Projeto de Estruturas de Edificações com Perfis Tubulares de Aço**. 1. ed. Belo Horizonte: Ed. do Autor, 2016.

ISO 14346: Static design procedure for welded hollow – section joints – Recommendations. 1st ed., Geneva, Switzerland, 2013.

LU, L. H.; de WINKEL, G. D.; YU, Y.; WARDENIER, J. **Deformation limit for the ultimate strength of hollow section joints**. Proc. of 6th Intl. Symp. on Tubular Structures, Melbourne, p. 341–347, 1994.

MENDES, F. C. **Análise teórica-experimental de ligações tipo “T”, “K” e “KT” com perfis metálicos tubulares**. Dissertação de Mestrado. PROPEC/EM - Universidade Federal de Ouro Preto, 2008.

NUNES, G. V. **Estudo paramétrico de ligações tipo "T", "K" E "KT" compostas por perfis tubulares de seção retangular e circular**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

NUNES, G. V. **Análise teórica-experimental de ligações com perfis metálicos tubulares (retangulares e circulares) considerando o efeito do carregamento do banzo**. Tese de doutorado. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.

WARDENIER, J.; PACKER, J. A.; ZHAO, X. L.; VAN DER VEGTE, G. J. **Hollow sections in structural applications**. Genebra: CIDECT, 2010.

Instabilidade elástica por força cortante em terças de aço formadas a frio com alma enrijecida

Juliana Maria Mazzeti Silva^{1*} e Maximiliano Malite¹

¹ Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-Carlense, 400 São Carlos - SP, juliana.mazzeti.silva@usp.br, mamalite@sc.usp.br

Elastic shear buckling of cold-formed steel purlins with stiffened web

Resumo

Apresenta-se um estudo da instabilidade elástica provocada por força cortante em terças de aço formadas a frio com alma enrijecida por meio de dois enrijecedores longitudinais. Foi feita a análise de estabilidade elástica, via Método dos Elementos Finitos, considerando perfis sujeitos apenas a tensões de cisalhamento para determinar os modos de instabilidade e as respectivas tensões críticas. Os resultados mostraram que os enrijecedores longitudinais podem promover um aumento significativo nas tensões críticas em relação às seções correspondentes de alma plana. A partir dos resultados da análise de 35 casos, foi possível calibrar os valores do coeficiente de flambagem local por cisalhamento (k_v), facilitando o cálculo da força cortante resistente.

Palavras-chave: Perfis de aço formados a frio. Terças com alma enrijecida. Instabilidade por força cortante. Coeficiente de flambagem local por cisalhamento.

Abstract

This paper presents a study of the elastic shear buckling in cold-formed steel purlins with stiffened web by two longitudinal stiffeners. It was performed elastic buckling analysis by Finite Element Method, considering members subject to only shear stresses to determine the buckling modes and their respective critical stresses. Results showed that longitudinal stiffeners can significantly improve critical stress in relation to the correspondent plain web sections. With the results of 35 cases, it was possible calibrate the shear buckling coefficient (k_v) for the considered stiffened web sections, which can facilitate the evaluation of shear strength.

Keywords: Cold-formed steel members. Purlins with stiffened web. Shear buckling. Shear buckling coefficient.

* autor correspondente

1 Introdução

A crescente demanda por estruturas cada vez mais econômicas e versáteis tem levado ao desenvolvimento de perfis com seções transversais de geometria complexa, buscando a otimização do uso do material. Neste contexto, a aplicação dos perfis de aço formados a frio merece destaque e encontra-se em expansão, pois a fabricação por meio do dobramento de chapas permite a obtenção de seções das mais variadas formas.

Nos perfis formados a frio, os avanços nos processos produtivos e o desenvolvimento de aços com resistências ao escoamento que podem superar 550 MPa (Pham, Bruneau e Hancock, 2015), resultam em diminuição da espessura e seções com mais dobras e enrijecedores (de borda e intermediários). Os enrijecedores intermediários, em geral, são dispostos longitudinalmente na alma dos perfis, com a finalidade de melhorar o desempenho estrutural da seção, atenuando a instabilidade local provocada por momento fletor e/ou força cortante e potencializada pela elevada esbeltez da alma.

Um exemplo de perfil formado a frio com alma enrijecida é a seção ZAE (Figura 1) que foi desenvolvida no Brasil pela empresa *Modular Sistema Construtivo* para utilização em sistemas de fechamento (terças e longarinas). Trata-se de um perfil com seção transversal em Z, com enrijecedores de borda a 90° e dois enrijecedores longitudinais na alma próximos às mesas, permitindo que a ligação das barras de contenção lateral seja feita pela parte central da alma, portanto sem a interferência dos enrijecedores.

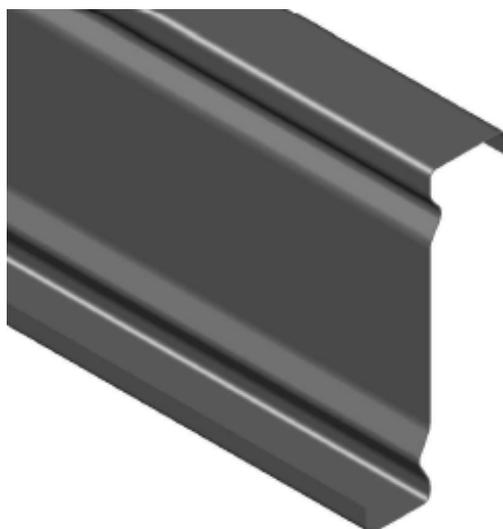


Figura 1 – Perfil com alma enrijecida ZAE.

A utilização de seções com enrijecedores intermediários, apesar de permitida pela norma brasileira de perfis formados a frio (ABNT NBR 14762:2010), não é diretamente abordada pela mesma, que não indica nenhum procedimento específico para o dimensionamento destas seções.

No caso de solicitação por momento fletor, a determinação do esforço resistente pode ser feita pelo Método da Resistência Direta (MRD), que emprega no dimensionamento os esforços críticos elásticos considerando a seção transversal completa, obtidos geralmente em programas via Método das Faixas Finitas ou via Teoria Generalizada de Vigas, disponibilizados livremente, como por exemplo, CUFSM (Schafer e Ádány, 2006) e GBTul (Bebiano et al., 2008), respectivamente.

Para força cortante, todavia, a avaliação do esforço resistente não é simples, sendo a maior dificuldade a determinação da tensão crítica de instabilidade elástica por cisalhamento, uma vez que, em geral, os programas disponíveis não consideram o caso de solicitação por força cortante.

A instabilidade da alma por cisalhamento é um modo local que se caracteriza pelo aparecimento de zonas plastificadas em diagonal (diagonais comprimidas), conforme ilustrado na Figura 2. Admitindo a alma como uma chapa retangular simplesmente apoiada nas quatro bordas e submetida a cisalhamento puro, a tensão crítica elástica de instabilidade por cisalhamento, τ_{cr} , é dada pela Equação 1.

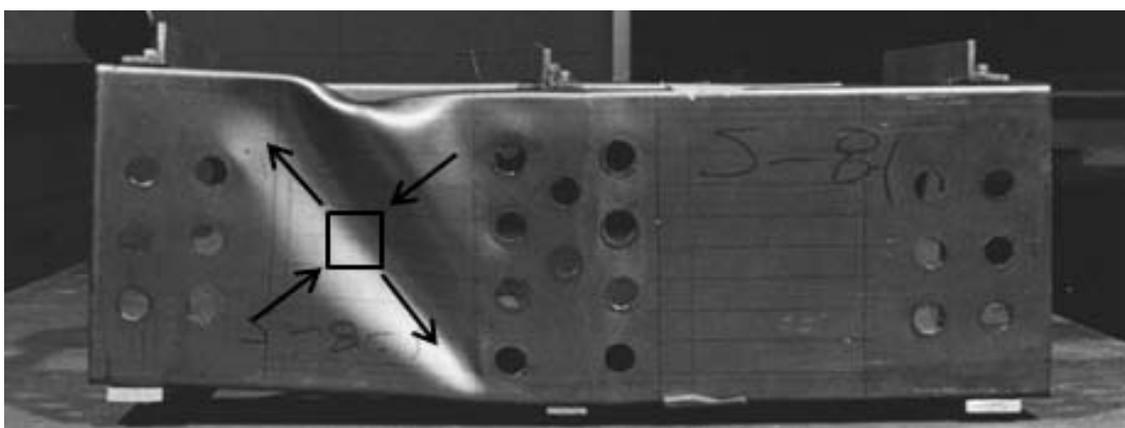


Figura 2 – Instabilidade da alma por cisalhamento (adaptada de Yu e LaBoube, 2010).

$$\tau_{cr} = k_v \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)(h/t)^2} \quad (1)$$

Onde k_v é o coeficiente de flambagem local por cisalhamento (Equação 2); E é o módulo de elasticidade do aço; ν é coeficiente de Poisson do aço; h é a largura da parte plana da alma e t é a espessura da alma.

$$k_v = 5,34 + \frac{4,00}{(a/h)^2} \quad \text{para } a/h \geq 1 \quad (2)$$

Onde a é o comprimento da chapa de alma e h é a largura de sua parte plana.

Apesar da abordagem tradicionalmente empregada consistir em considerar a resistência à força cortante como proveniente apenas da alma, com tensão de cisalhamento uniforme e igual à tensão média, vários autores estudaram o comportamento da seção transversal completa, incluindo a contribuição das mesas e dos enrijecedores de borda e intermediários.

Pham e Hancock (2008) utilizaram um modelo computacional baseado no Método das Faixas Finitas para determinar as tensões críticas elásticas de seções U com enrijecedores de borda e um enrijecedor retangular no meio da alma, sujeitas apenas à força cortante. Os autores avaliaram a sensibilidade da variação das dimensões do enrijecedor intermediário nos valores das tensões críticas e as análises realizadas indicaram que a presença do enrijecimento longitudinal pode aumentar estas tensões; porém, quando as dimensões do enrijecedor tornam-se elevadas, há tendência de redução das tensões críticas, devido à ocorrência de instabilidade local no próprio enrijecedor.

Posteriormente, Pham e Hancock (2009, 2012) utilizaram o mesmo modelo computacional para analisar a influência das mesas no comportamento da seção completa, considerando seções U com enrijecedores de borda sob diferentes distribuições de tensões cisalhantes. Os resultados mostraram que as mesas, quando suficientemente largas, podem aumentar a força cortante associada à instabilidade, promovendo restrição lateral à alma.

Aswegan e Moen (2012) partiram do Método da Energia e apresentaram uma solução aproximada para as tensões críticas de instabilidade por cisalhamento em perfis formados a frio de seções U e Z, considerando a interação entre os elementos da seção transversal. Bedair (2015) também utilizou o Método da Energia e obteve uma formulação para o coeficiente de flambagem local por cisalhamento para seções U enrijecido, dependente apenas das larguras dos elementos.

Silva (2018) apresenta uma análise numérica da instabilidade por força cortante de terças de aço em perfis formados a frio de seções transversais com alma enrijecida ZAE, com o objetivo de avaliar as tensões críticas elásticas e aprofundar o conhecimento sobre o comportamento estrutural destas barras sob força cortante. Além disso, para facilitar o dimensionamento à força cortante, foi feita uma calibração dos valores do coeficiente de flambagem local por cisalhamento k_v para as seções estudadas.

2 Modelagem numérica

A avaliação da instabilidade provocada por força cortante foi realizada a partir de análises numéricas via Método dos Elementos Finitos, utilizando o programa ANSYS v.17.0 (SAS, 2016). Para comparar o efeito do enrijecimento longitudinal na instabilidade elástica, foram consideradas seções de alma enrijecida e suas correspondentes de alma plana.

A rotina empregada no ANSYS baseou-se nos trabalhos de Pham e Hancock (2008, 2009, 2012) e Pham, Pham e Hancock (2012), consistindo na definição da geometria e criação de um modelo mecânico, no qual foram inseridas as condições de vínculo e de carregamento. Inicialmente foi realizada uma análise estática linear para gerar um campo de tensões que, em seguida, foi utilizado na análise de estabilidade, com o objetivo de determinar os modos de instabilidade e as tensões críticas.

2.1 Geometria

As barras analisadas no modelo numérico possuem seção transversal com alma enrijecida ZAE e suas correspondentes de alma plana Z (Figura 3 e Tabelas 1 e 2). As pequenas variações dimensionais observadas entre as seções correspondentes decorrem do fatiamento de bobinas com minimização de perdas. Destaca-se que todas as seções foram modeladas considerando a espessura do aço, considerada como a espessura nominal da chapa menos 0,05 mm (espessura do revestimento de zinco).

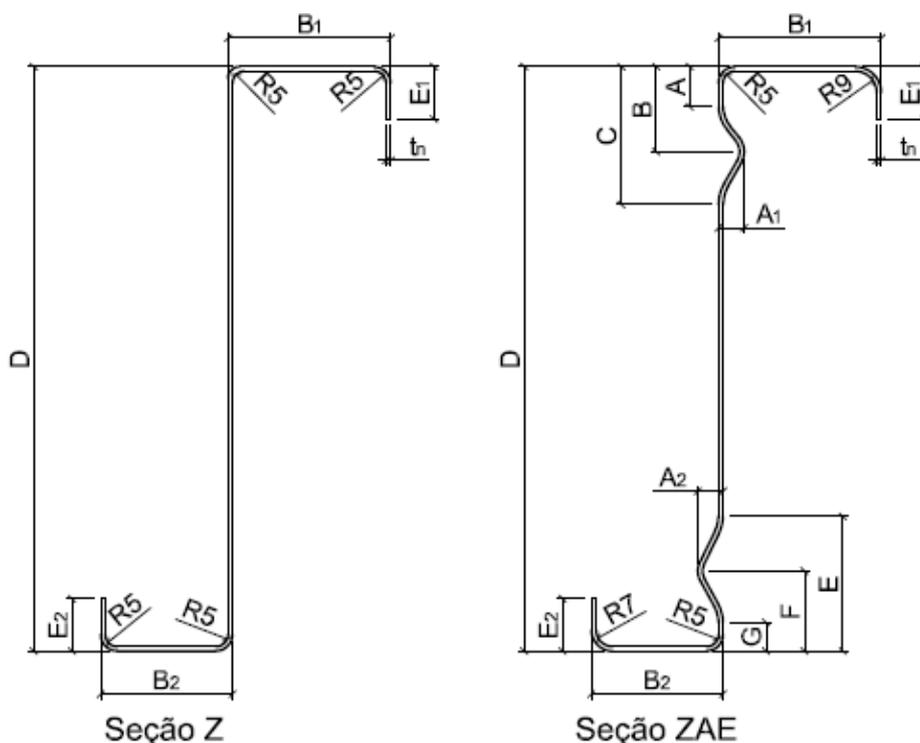


Figura 3 – Seções transversais Z e ZAE.

As seções transversais foram modeladas com cantos vivos, sem discretização das regiões de dobra nos vértices e nos enrijecedores longitudinais. O elemento finito de casca SHELL181, que possui quatro nós com seis graus de liberdade associados a cada nó (três translações e três rotações), foi adotado na análise, por ser adequado a estruturas de parede fina. A malha gerada foi composta por quadrados de 10 mm de lado, com base no estudo de refinamento de Pham, Pham e Hancock (2012).

Tabela 1 – Dimensões (em mm) das seções transversais de alma plana Z.

Seção	D	B ₁	B ₂	E ₁	E ₂	t _n
Z 220x1,25	220	67	59	21	21	1,25
Z 220x1,55	220	67	59	21	21	1,55
Z 220x1,75	220	67	59	21	21	1,75
Z 220x1,95	220	67	59	21	21	1,95
Z 220x2,30	220	67	59	22	23	2,30
Z 220x2,70	220	67	59	22	23	2,70
Z 220x3,00	220	67	59	22	23	3,00
Z 245x1,25	245	71	62	22	22	1,25
Z 245x1,55	245	71	62	22	22	1,55
Z 245x1,75	245	71	62	22	22	1,75
Z 245x1,95	245	71	62	22	22	1,95
Z 245x2,30	245	71	62	23	24	2,30
Z 245x2,70	245	71	62	23	24	2,70
Z 245x3,00	245	71	62	23	24	3,00
Z 280x1,55	280	80	70	21	22	1,55
Z 280x1,75	280	80	70	21	22	1,75
Z 280x1,95	280	80	70	21	22	1,95
Z 280x2,30	280	80	70	22	23	2,30
Z 280x2,70	280	80	70	22	23	2,70
Z 280x3,00	280	80	70	22	23	3,00
Z 315x1,55	315	86	76	23	23	1,55
Z 315x1,75	315	86	76	23	23	1,75
Z 315x1,95	315	86	76	23	23	1,95
Z 315x2,30	315	86	76	24	24	2,30
Z 315x2,70	315	86	76	24	24	2,70
Z 315x3,00	315	86	76	24	24	3,00
Z 340x1,75	340	99	89	22	23	1,75
Z 340x1,95	340	99	89	22	23	1,95
Z 340x2,30	340	99	89	23	24	2,30
Z 340x2,70	340	99	89	23	24	2,70
Z 340x3,00	340	99	89	23	24	3,00
Z 400x1,95	400	97	85	20	21	1,95
Z 400x2,30	400	97	85	21	22	2,30
Z 400x2,70	400	97	85	21	22	2,70
Z 400x3,00	400	97	85	21	22	3,00

Todas as análises foram realizadas considerando a relação a/h igual a cinco (condição de chapa longa), sendo a o comprimento da barra e h a largura da parte plana da alma. Para as seções com alma enrijecida, o parâmetro h foi tomado desconsiderando os enrijecedores longitudinais, isto é, como se a alma fosse plana.

Tabela 2 – Dimensões (em mm) das seções transversais com alma enrijecida ZAE.

Seção	D	B ₁	B ₂	E ₁	E ₂	t _n	A	B	C	E	F	G	A ₁	A ₂
ZAE 210x1,25	210	68	55	22	22	1,25	49	30	16	56	32	14	6,5	8,5
ZAE 210x1,55	210	68	55	22	22	1,55	47	29	16	55	32	14	6,5	8,5
ZAE 210x1,75	210	68	55	22	22	1,75	47	29	16	54	31	14	6,5	8,5
ZAE 210x1,95	210	68	55	22	22	1,95	46	29	16	54	32	15	6,5	8,5
ZAE 210x2,30	210	73	55	22	22	2,30	45	29	17	53	32	16	6,5	8,5
ZAE 210x2,70	210	73	55	22	22	2,70	44	30	18	52	31	15	6,5	8,5
ZAE 210x3,00	210	73	55	22	22	3,00	44	30	18	52	31	15	6,5	8,5
ZAE 245x1,25	245	68	55	22	22	1,25	48	29	15	59	35	17	6,5	8,5
ZAE 245x1,55	245	68	55	22	22	1,55	47	29	16	59	36	18	6,5	8,5
ZAE 245x1,75	245	68	55	22	22	1,75	47	29	16	58	35	18	6,5	8,5
ZAE 245x1,95	245	68	55	22	22	1,95	46	29	16	58	36	19	6,5	8,5
ZAE 245x2,30	245	73	55	22	22	2,30	45	29	17	57	36	20	6,5	8,5
ZAE 245x2,70	245	73	55	22	22	2,70	44	30	18	52	31	15	6,5	8,5
ZAE 245x3,00	245	73	55	22	22	3,00	44	30	18	52	31	15	6,5	8,5
ZAE 280x1,55	280	75	60	22	22	1,55	59	35	16	57	33	11	10,7	10,5
ZAE 280x1,75	280	75	60	22	22	1,75	58	35	17	57	33	12	10,7	10,5
ZAE 280x1,95	280	75	60	22	22	1,95	58	35	17	57	33	12	10,7	10,5
ZAE 280x2,30	280	80	60	22	22	2,30	57	35	17	56	33	13	10,7	10,5
ZAE 280x2,70	280	80	60	22	22	2,70	57	35	18	55	33	13	10,7	10,5
ZAE 280x3,00	280	80	60	22	22	3,00	56	35	18	54	33	14	10,7	10,5
ZAE 315x1,55	315	85	70	22	22	1,55	59	35	16	57	33	11	10,7	10,5
ZAE 315x1,75	315	85	70	22	22	1,75	58	35	17	57	33	12	10,7	10,5
ZAE 315x1,95	315	85	70	22	22	1,95	58	35	17	57	33	12	10,7	10,5
ZAE 315x2,30	315	90	70	22	22	2,30	57	35	17	56	33	13	10,7	10,5
ZAE 315x2,70	315	90	70	22	22	2,70	57	35	18	55	33	13	10,7	10,5
ZAE 315x3,00	315	90	70	22	22	3,00	56	35	18	54	33	14	10,7	10,5
ZAE 340x1,75	340	95	80	22	22	1,75	58	35	17	57	33	12	10,7	10,5
ZAE 340x1,95	340	95	80	22	22	1,95	58	35	17	57	33	12	10,7	10,5
ZAE 340x2,30	340	100	80	22	22	2,30	57	35	17	56	33	13	10,7	10,5
ZAE 340x2,70	340	100	80	22	22	2,70	57	35	18	55	33	13	10,7	10,5
ZAE 340x3,00	340	100	80	22	22	3,00	56	35	18	54	33	14	10,7	10,5
ZAE 400x1,95	400	90	75	22	22	1,95	58	35	17	57	33	12	10,7	10,5
ZAE 400x2,30	400	95	75	22	22	2,30	57	35	17	56	33	13	10,7	10,5
ZAE 400x2,70	400	95	75	22	22	2,70	57	35	18	55	33	13	10,7	10,5
ZAE 400x3,00	400	95	75	22	22	3,00	56	35	18	54	33	14	10,7	10,5

2.2 Vinculação

Todos os elementos das seções de extremidade das barras foram admitidos como simplesmente apoiados, com os deslocamentos restringidos nas direções perpendiculares a seus planos (Tabela 3 e Figuras 4 e 5).

Para as seções com alma enrijecida, sistemas de coordenadas locais foram criados nos enrijecedores longitudinais, possibilitando a restrição dos deslocamentos perpendicularmente aos seus planos (Tabela 3 e Figura 5).

O ponto médio da alma em uma das seções de extremidade das barras teve seu deslocamento na direção axial restringido, de modo a impedir movimentos de corpo rígido.

Tabela 3 – Vinculação adotada no modelo numérico.

Arestas (ver Figuras 4 e 5)	X	Y	Z	\bar{X}_i	\bar{Y}_i
1, 2, 5, 6, 9 e 10	0	0	1	0	0
3, 4, 7 e 8	0	1	0	0	0
11 e 12	0	0	0	0	0
13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20	0	0	0	1	0

0: deslocamento livre
1: deslocamento restringido

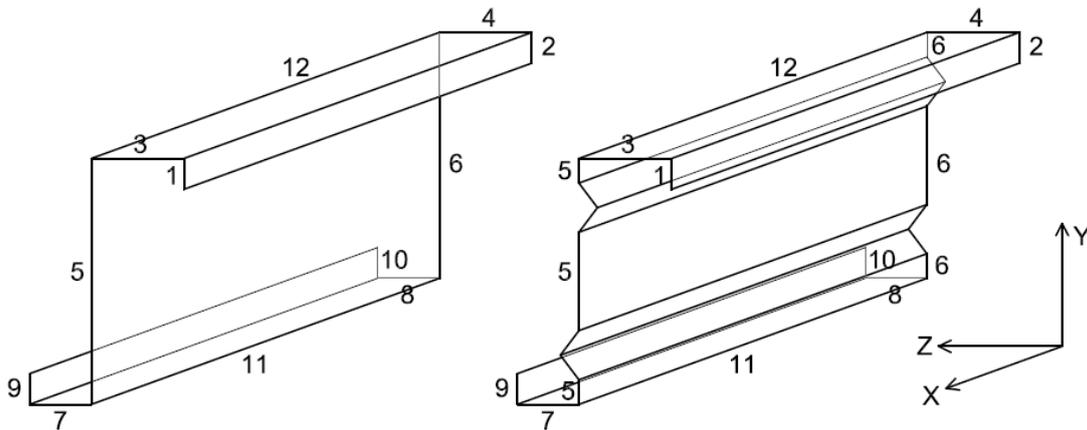


Figura 4 – Numeração das arestas e sistemas de coordenadas globais.

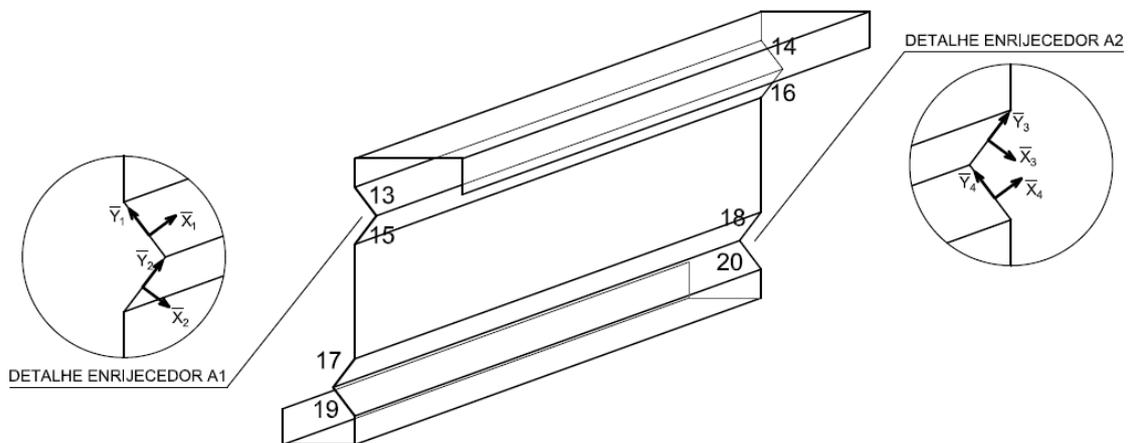


Figura 5 – Numeração das arestas e sistemas de coordenadas locais nos enrijecedores longitudinais.

2.3 Carregamento

O carregamento considerado correspondeu a uma distribuição de tensões cisalhantes na seção transversal compatível com o fluxo de cisalhamento oriundo de uma força cortante paralela à alma. A reprodução dessa distribuição foi feita por meio da divisão dos perfis em faixas e aplicação de forças nas arestas de cada uma das faixas nas seções de extremidade, de modo que as tensões geradas pelas forças fossem uniformes e iguais à média das tensões dos nós. Como consequência, a distribuição de tensões do modelo numérico representou uma aproximação do caso real (Figura 6).

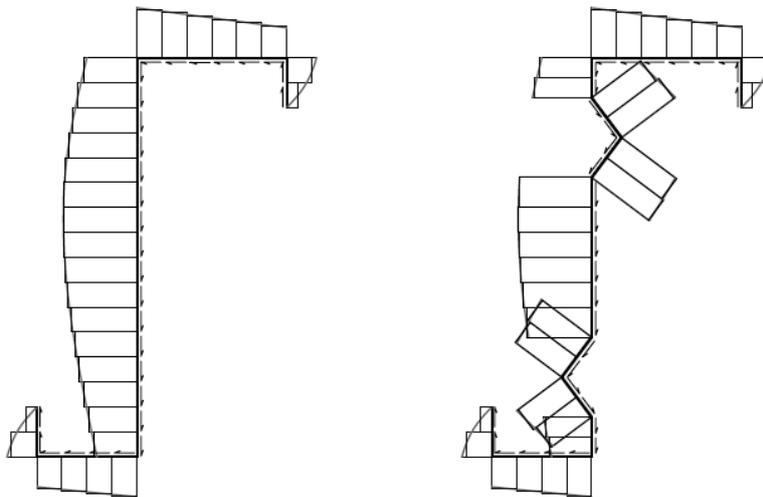


Figura 6 – Distribuição uniforme de tensões nas faixas.

Para a determinação das forças aplicadas nas faixas, considerou-se inicialmente a alma submetida a uma tensão de cisalhamento uniforme e unitária (Figura 7). A força cortante V_1 associada a esta tensão é dada pelo produto entre a tensão e a área da alma (Equação 3). A partir da força cortante V_1 , a distribuição não uniforme das tensões de cisalhamento pôde ser construída (Equação 4).

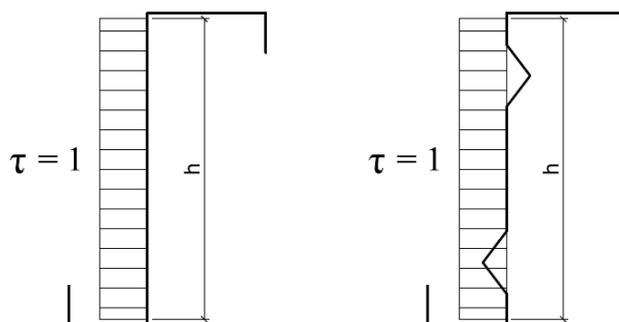


Figura 7 – Distribuição uniforme das tensões de cisalhamento na alma.

$$V_1 = 1(ht) = ht \quad (3)$$

Onde h é a largura da parte plana da alma (Figura 7) e t é a espessura da seção transversal. Para alma enrijecida, a largura h é tomada desconsiderando-se os enrijecedores longitudinais.

$$\tau_i = \frac{V_1 S_{zi}}{t I_z} \quad (4)$$

Onde τ_i é a tensão de cisalhamento na i -ésima faixa; V_1 é a força cortante que produz tensão uniforme e unitária; S_{zi} é o momento estático da i -ésima faixa em relação ao eixo Z ; t é a espessura da seção transversal; e I_z é o momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo Z .

As grandezas que de fato foram aplicadas nas faixas foram forças, obtidas a partir das tensões em cada uma das faixas (Equação 5).

$$F_i = \tau_i t l_i \quad (5)$$

Onde F_i é a força aplicada na i -ésima faixa; τ_i é a tensão cisalhante na i -ésima faixa; t é a espessura da seção transversal; e l_i é a largura da i -ésima faixa.

A consideração de valores médios e uniformes para as tensões em cada uma das faixas levou a uma diferença de tensão entre faixas adjacentes (Figura 8). Assim, para garantir o equilíbrio no modelo numérico, foram aplicadas na direção longitudinal forças correspondentes a essa diferença de tensão (Equação 6).

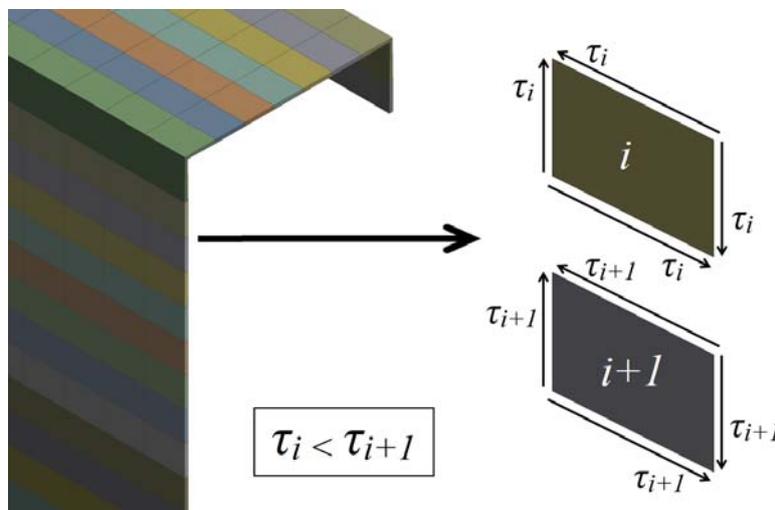


Figura 8 – Diferença de tensão entre faixas adjacentes no modelo numérico.

$$F_{i,i+1} = (\tau_{i+1} - \tau_i)at \quad (6)$$

Onde $F_{i,i+1}$ é a força longitudinal entre as faixas i e $i+1$; τ_{i+1} é a tensão na faixa $i+1$; τ_i é a tensão na faixa i ; a é o comprimento da barra; e t é a espessura da seção.

2.4 Análise de estabilidade

As análises de estabilidade foram realizadas a partir de campos de tensões obtidos em análises estáticas lineares executadas previamente. Assim, referem-se a estruturas ideais em regime elástico, já que as não linearidades física e geométrica não foram consideradas. Foi possível obter os modos de instabilidade para cada uma das barras avaliadas, bem como os valores das tensões críticas elásticas associadas a eles, o que é apresentado no item 3. Apesar de cada barra apresentar vários modos de instabilidade, é de interesse apenas aquele correspondente à menor tensão.

3 Resultados e discussões

A avaliação das tensões críticas de instabilidade por força cortante foi feita via Método dos Elementos Finitos, uma vez que a solução clássica da Teoria da Estabilidade Elástica não engloba diretamente o caso de seções com alma enrijecida.

A utilização da largura da alma como se ela fosse plana, desconsiderando a presença dos enrijecedores longitudinais, leva a estimativas conservadoras das tensões críticas. Por outro lado, adotar no cálculo a largura da alma entre os enrijecedores resulta contra a segurança, já que estes elementos não funcionam como apoios indeslocáveis para o trecho da alma situado entre eles. Como consequência, o cálculo manual pode não conduzir a bons resultados para as tensões críticas elásticas em seções com alma enrijecida submetidas ao cisalhamento.

A comparação dos resultados obtidos na análise numérica para os perfis de alma plana e alma enrijecida (Tabela 4) mostra que os enrijecedores longitudinais podem promover um aumento considerável das tensões críticas de instabilidade por força cortante. Tomando como exemplo a seção transversal de 245 mm de altura, nota-se que, para a espessura nominal de 1,25 mm, a tensão crítica da seção com alma

enrijecida é cerca de 50% maior do que a tensão da seção de alma plana equivalente. Porém, para a espessura de 3,00 mm, os valores de tensão crítica para seções de alma plana e alma enrijecida praticamente coincidem. Assim, conclui-se que o efeito do enrijecimento longitudinal é mais pronunciado para as seções de almas mais esbeltas.

Tabela 4 – Tensões críticas numéricas (MEF) e os correspondentes valores de k_v .

Altura (mm)	Espessura (mm)	Alma plana		Alma enrijecida	
		τ_{cr_MEF} (MPa)	k_{v_MEF}	τ_{cr_MEF} (MPa)	k_{v_MEF}
210 (ZAE) ou 220 (Z)	1,25	39,28	6,53	64,96	9,73
	1,55	61,35	6,48	90,10	8,59
	1,75	78,72	6,45	108,68	8,03
	1,95	98,12	6,41	128,53	7,57
	2,30	137,13	6,35	167,89	7,00
	2,70	188,23	6,23	216,20	6,45
	3,00	227,14	6,03	253,59	6,07
245	1,25	30,93	6,45	45,69	9,49
	1,55	48,29	6,41	63,16	8,35
	1,75	61,93	6,38	73,48	7,54
	1,95	77,17	6,34	89,82	7,35
	2,30	107,81	6,28	116,99	6,79
	2,70	147,79	6,16	149,96	6,23
	3,00	178,68	5,98	174,78	5,83
280	1,55	37,08	6,52	54,19	9,49
	1,75	47,54	6,48	63,70	8,66
	1,95	59,25	6,45	74,06	8,04
	2,30	82,75	6,39	94,32	7,26
	2,70	113,40	6,28	117,99	6,51
	3,00	137,90	6,13	136,45	6,05
315	1,55	29,11	6,54	42,86	9,60
	1,75	37,32	6,51	50,71	8,82
	1,95	46,52	6,48	59,40	8,25
	2,30	65,01	6,43	76,14	7,51
	2,70	89,18	6,32	96,32	6,81
	3,00	108,91	6,21	112,24	6,38
340	1,75	31,89	6,52	43,68	8,91
	1,95	39,76	6,50	51,49	8,39
	2,30	55,63	6,45	66,40	7,68
	2,70	76,60	6,38	84,83	7,04
	3,00	94,15	6,30	99,55	6,64
400	1,95	28,06	6,42	33,67	7,69
	2,30	38,91	6,33	45,51	7,39
	2,70	52,61	6,14	55,51	6,47
	3,00	63,61	5,98	65,03	6,10

De modo a facilitar o dimensionamento à força cortante, as tensões críticas obtidas nas análises numéricas foram utilizadas para calibrar os valores do coeficiente de flambagem local por cisalhamento k_v para as seções com alma enrijecida estudadas, permitindo assim que a tensão crítica elástica τ_{cr} seja diretamente calculada pela Equação 1. No caso das seções de alma plana, os valores numéricos de k_v também foram calculados a partir das tensões críticas numéricas, apenas para comparação com os valores oriundos da formulação clássica, relativo à chapa de alma isolada. Para a relação a/h igual a cinco, o valor exato obtido via Teoria da Estabilidade Elástica para o coeficiente k_v é 5,50, sendo que o valor comumente utilizado em projeto é 5,34, que corresponde ao caso de chapa longa, no qual a segunda parcela da Equação 2 tende a zero. Destaca-se que nos cálculos os valores utilizados para o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson foram $E = 200.000$ MPa e $\nu = 0,30$.

Os valores do coeficiente de flambagem local por cisalhamento obtidos via modelo de elementos finitos, k_{v_MEF} , foram determinados com as tensões críticas elásticas numéricas (Equação 7).

$$k_{v_MEF} = \frac{12(1 - \nu^2)(h/t)^2}{\pi^2 E} \tau_{cr_MEF} \quad (7)$$

Onde ν é coeficiente de Poisson do aço; h é a largura da parte plana da alma; t é a espessura da seção transversal; τ_{cr_MEF} é a tensão crítica de estabilidade elástica determinada no modelo de elementos finitos; e E é o módulo de elasticidade do aço.

Para os perfis de alma plana, os valores do coeficiente de flambagem local por cisalhamento k_v determinados numericamente resultaram próximos entre si, independentemente da altura e espessura da seção transversal (Tabela 4). Para os perfis com alma enrijecida, contudo, observa-se uma variação entre os valores de k_v , que resultaram maiores para seções de menor espessura e menores para as seções de maior espessura, sendo que, neste caso, eles se aproximaram daqueles obtidos para a alma plana. Nota-se também que os valores obtidos para k_v foram superiores aos valores da Teoria da Estabilidade Elástica em todos os casos e, para as seções de alma plana, ambos os resultados foram relativamente próximos, indicando que, de fato, as mesas e os enrijecedores de borda exercem pouca influência no comportamento da seção transversal completa.

A partir dos valores de k_v apresentados na Tabela 4, o dimensionamento à força cortante de perfis de seção transversal com alma enrijecida ZAE pode ser facilmente realizado. Para tanto, basta empregar estes valores e calcular as tensões críticas elásticas pela formulação clássica (Equação 1). Os resultados obtidos podem ser empregados no Método da Resistência Direta para força cortante, previsto pela norma americana AISI S100-16, para a determinação da força cortante resistente.

É importante destacar que os valores de k_v apresentados na Tabela 4 referem-se apenas às seções analisadas e à condição de barras longas, isto é, relação a/h maior ou igual a cinco. Seções com outros padrões de enrijecimento da alma ou diferentes dimensões da seção transversal podem apresentar alterações significativas nas tensões críticas e, portanto, no coeficiente k_v .

A análise dos resultados mostrados na Tabela 4 indica que há uma tendência de aumento nos valores do coeficiente k_v das seções com alma enrijecida estudadas, no sentido da menor para a maior esbelteza. Plotando um gráfico de k_v versus esbelteza da alma (relação h/t), percebe-se que essa tendência de crescimento é linear para uma mesma altura da seção transversal (Figura 9).

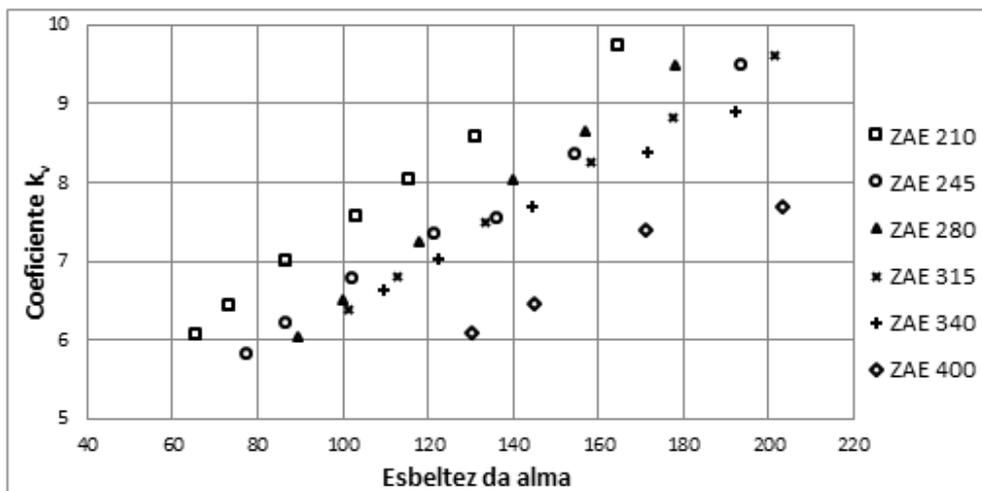


Figura 9 – Coeficiente k_v versus esbelteza da alma para perfis com alma enrijecida.

Isolando os resultados mostrados na Figura 9 para cada uma das alturas dos perfis com alma enrijecida, foi possível determinar as equações das retas que melhor se ajustaram aos pontos (Figura 10). Tais retas relacionam o coeficiente de flambagem local por cisalhamento k_v com a esbelteza da alma, sendo este parâmetro definido como

se a alma fosse plana. Assim, utilizando as referidas retas, os valores de k_v podem ser obtidos de forma aproximada para valores intermediários da esbeltez.

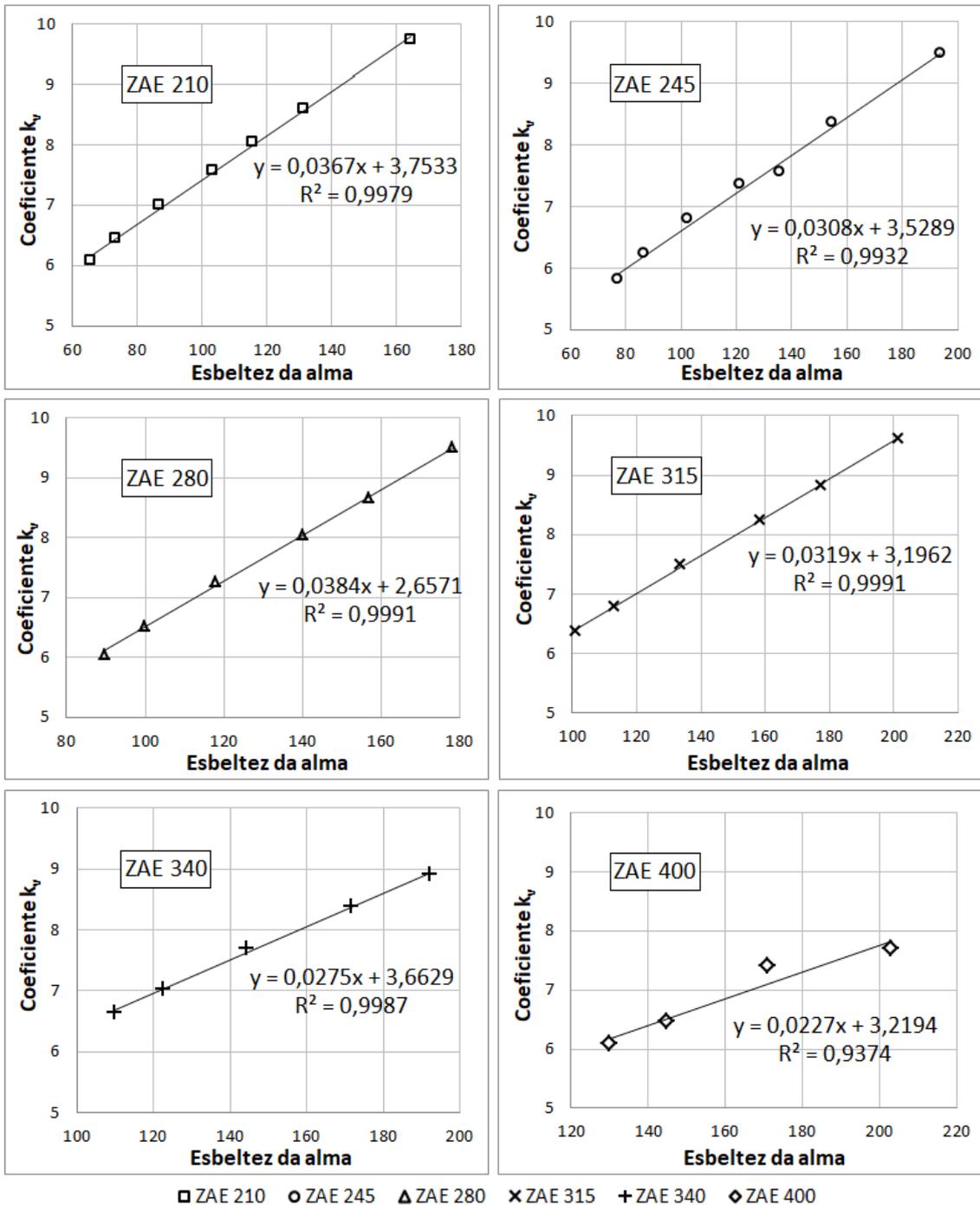


Figura 10 – Ajuste linear dos coeficientes k_v em função da esbeltez da alma para os perfis com alma enrijecida analisados.

As equações das retas ajustadas para cada altura de seção e mostradas na Figura 10 são apresentadas a seguir (Equações 8 a 13).

$$k_v = 0,037 \left(\frac{h}{t} \right) + 3,753 \quad \text{para ZAE 210} \quad (8)$$

$$k_v = 0,031 \left(\frac{h}{t} \right) + 3,529 \quad \text{para ZAE 245} \quad (9)$$

$$k_v = 0,038 \left(\frac{h}{t} \right) + 2,657 \quad \text{para ZAE 280} \quad (10)$$

$$k_v = 0,032 \left(\frac{h}{t} \right) + 3,196 \quad \text{para ZAE 315} \quad (11)$$

$$k_v = 0,028 \left(\frac{h}{t} \right) + 3,663 \quad \text{para ZAE 340} \quad (12)$$

$$k_v = 0,023 \left(\frac{h}{t} \right) + 3,219 \quad \text{para ZAE 400} \quad (13)$$

Onde h é a largura da parte plana da alma, desconsiderando os enrijecedores longitudinais, e t é a espessura.

Além das equações destinadas a cada altura da seção, foi também determinada uma equação geral (Equação 14) para o coeficiente k_v em função do parâmetro geométrico $h^{0,3}/t$, abrangendo todas as seções analisadas. Na Figura 11 estão indicados todos os resultados, onde pode-se notar uma tendência linear de crescimento dos valores de k_v em função do parâmetro $h^{0,3}/t$. Destaca-se que a maior dispersão observada entre os valores de k_v obtidos numericamente e aqueles obtidos com a Equação 14 foi de 8,4%.

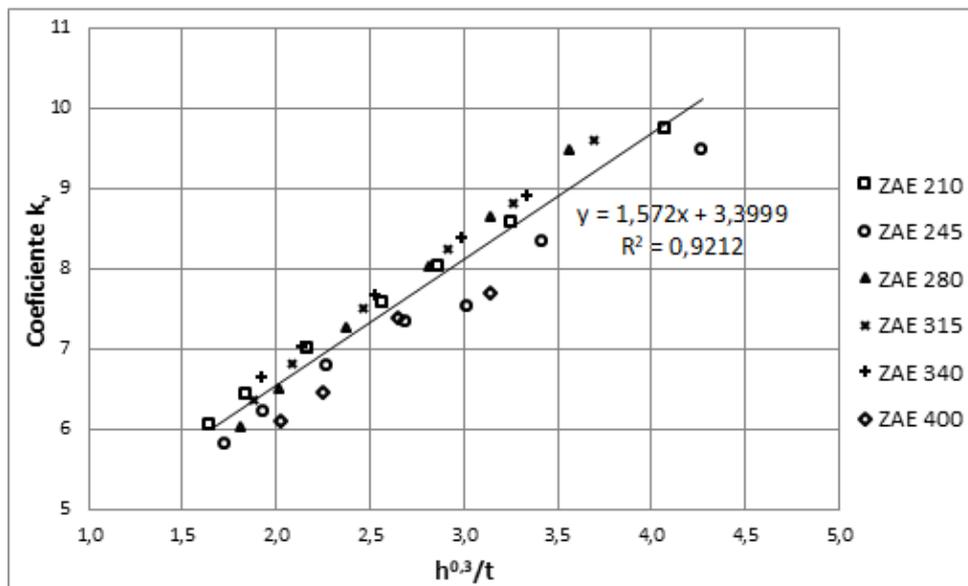


Figura 11 – Ajuste linear do coeficiente k_v considerando todas as seções analisadas.

$$k_v = 1,572 \frac{h^{0,3}}{t} + 3,400 \quad (14)$$

Onde h é a largura da parte plana da alma, desconsiderando os enrijecedores longitudinais, e t é a espessura.

Nas análises numéricas também foram obtidos os modos de instabilidade associados aos menores valores de tensão crítica. Para os perfis de seções mais esbeltas, o fenômeno observado foi essencialmente a instabilidade local da alma para o caso de alma plana. Nas seções com alma enrijecida, observou-se um modo combinado de instabilidade local e distorcional (Figura 12). Para os perfis de menor esbeltez da alma, não houve diferença notável entre os modos desenvolvidos para seções de alma plana e alma enrijecida, sendo que em ambos os casos ocorreu uma combinação entre os modos local e distorcional, na qual a instabilidade distorcional tornou-se ainda mais evidente (Figura 13).

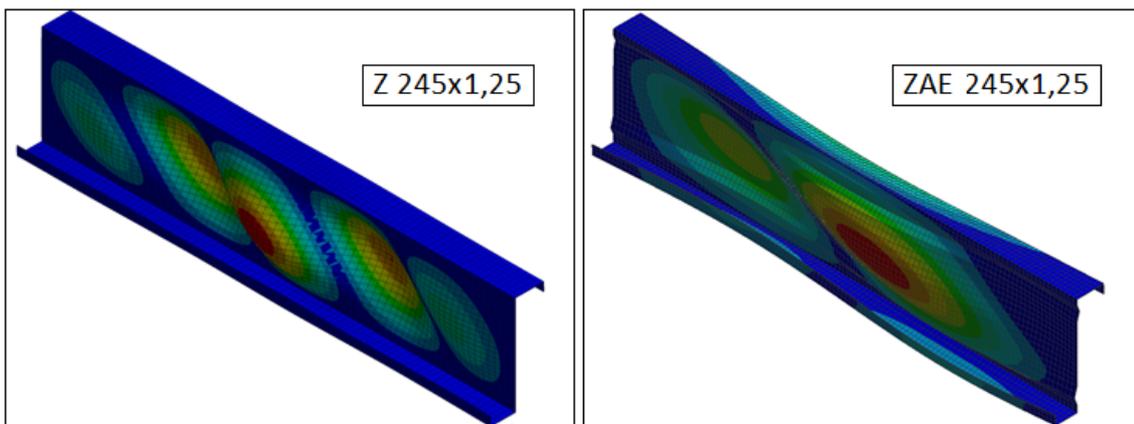


Figura 12 – Modos de instabilidade para as seções Z 245x1,25 e ZAE 245x1,25.

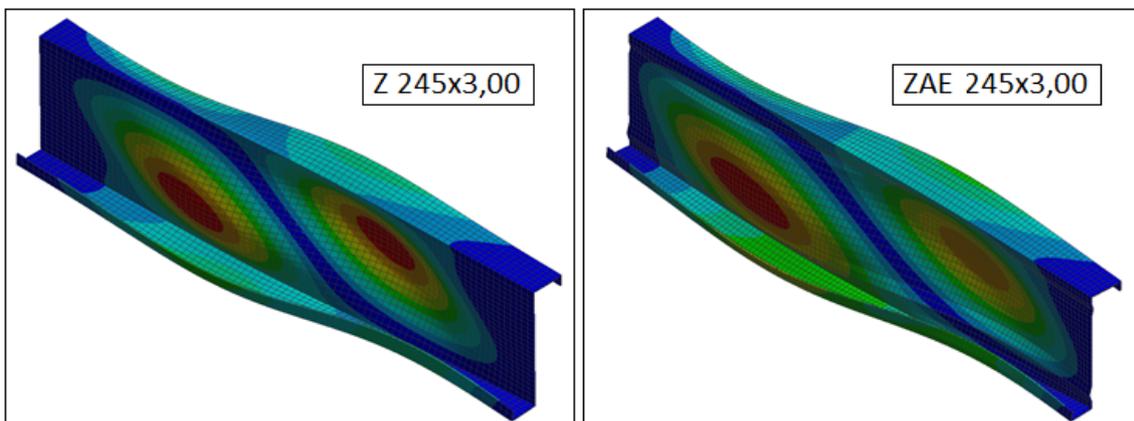


Figura 13 – Modos de instabilidade para as seções Z 245x3,00 e ZAE 245x3,00.

4 Conclusões

O modelo gerado via Método dos Elementos Finitos foi capaz de reproduzir o fluxo de cisalhamento que ocorre em seções com força cortante paralela à alma, considerando a influência das mesas e dos enrijecedores de borda e intermediários. A partir dele, foram realizadas análises de estabilidade elástica que permitiram a determinação de tensões críticas e modos de instabilidade associados somente à força cortante.

As tensões críticas obtidas para os perfis com alma enrijecida foram, na maioria dos casos, superiores àquelas determinadas para os perfis correspondentes de alma plana, sobretudo para seções de maior esbeltez da alma. Assim, constatou-se que o enrijecimento longitudinal pode promover um aumento significativo das tensões críticas elásticas em relação às seções correspondentes de alma plana.

Para os perfis de alma plana, os valores numéricos das tensões críticas foram próximos àqueles obtidos a partir do procedimento clássico de cálculo, que considera apenas a alma (solução analítica via Teoria da Estabilidade Elástica – Equação 1). Isso indica que as mesas e os enrijecedores de borda exercem pequena influência no comportamento global da seção.

Com auxílio do modelo, foi possível calibrar os valores do coeficiente de flambagem local por cisalhamento k_v para as seções com alma enrijecida no caso de barras longas ($a/h \geq 5$). Assim, para seções transversais ZAE de variadas dimensões, foram gerados valores de k_v , que podem ser utilizados para o cálculo das tensões críticas elásticas e do Método da Resistência Direta. Além disso, foram obtidas expressões para o coeficiente k_v em função da esbeltez da alma para as diferentes alturas das seções ZAE e também foi determinada uma expressão geral, válida para todas as alturas. Ressalta-se que os valores de k_v apresentados neste trabalho são específicos para as seções transversais analisadas e para a condição de chapa longa.

Sobre os modos de instabilidade, observou-se a ocorrência de uma combinação entre os modos local e distorcional para todos os perfis com alma enrijecida analisados e também para os perfis de alma plana de maiores espessuras. Para os perfis de alma plana com espessuras menores, notou-se o predomínio do modo local.

5 Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, pela bolsa de estudos, e à empresa Modular Sistema Construtivo pelo incentivo à pesquisa e parceria neste trabalho.

6 Referências bibliográficas

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE – AISI. **AISI S100-16**: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. Washington, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.

ASWEGAN, K.; MOEN, C. D. Critical elastic shear buckling stress hand solution for C- and Z-sections including cross-section connectivity. In: INTERNATIONAL SPECIALTY CONFERENCE ON COLD-FORMED STEEL STRUCTURES, 21., 2012, St. Louis. **Proceedings...** St. Louis: 2012. p. 223-231.

BEBIANO, R.; PINA, P.; SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. GBTUL – A GBT-based code for thin-walled member analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THIN-WALLED STRUCTURES, 5., 2008, Brisbane. **Proceedings...** Brisbane, 2008. v. 2, p. 1173-1180.

BEDAIR, O. An analytical expression to determine “realistic” shear buckling stress in cold-formed lipped channels. **Steel Construction**, vol. 8, n. 1, p. 53-58. 2015.

PHAM, C. H.; BRUNEAU, L. A.; HANCOCK, G. J. Experimental study of longitudinally stiffened web channels subjected to combined bending and shear. **Journal of Structural Engineering**, vol. 141, n. 11, p. 1-9. 2015.

PHAM, C. H.; HANCOCK, G. J. **Shear buckling of thin-walled channel sections with intermediate web stiffener**. Research Report No R892, School of Civil Engineering, The University of Sydney. 2008.

_____. Shear buckling of thin-walled channel sections. **Journal of Constructional Steel Research**, n. 65, p. 578-585. 2009.

_____. Elastic buckling of cold-formed channel sections in shear. **Thin-Walled Structures**, n. 61, p. 22-26. 2012.

PHAM, S. H.; PHAM, C. H.; HANCOCK, G. J. **Numerical simulation of cold-formed channel sections with intermediate web stiffeners undergoing pure shear**. Research Report No R930, School of Civil Engineering, The University of Sydney. 2012.

SCHAFER, B. W.; ÁDÁNY, S. Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods. In: INTERNATIONAL SPECIALTY CONFERENCE ON COLD-FORMED STEEL STRUCTURES, 18., 2006, Orlando. **Proceedings...** Orlando, 2006. p. 39-54.

SILVA, J. M. M. **Terças de aço em perfis formados a frio com alma enrijecida: ênfase na força cortante e na interação momento fletor - força cortante**. 2018. 146 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil (Estruturas)) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2018.

SWANSON ANALYSIS SYSTEM INC – SAS. **Ansys Help**. v.17.0. 2016.

YU, W. W.; LABOUBE, R. A. **Cold-formed steel design**. 4.ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.

Análise da Capacidade Resistente e da Rigidez de Ligações Tubulares Tipo K com Banzos Circular e Retangular

João Victor Fragoso Dias^{1*}, Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani², Ana Lydia Reis de Castro e Silva³ e Ricardo Hallal Fakury⁴

^{1,3,4} Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Av. Antônio Carlos, 6627 – Escola de Engenharia, Bloco I, 4º andar – Pampulha – Belo Horizonte – MG - Brasil, joaovdias@gmail.com,

analydiarcs@gmail.com, fakury@dees.ufmg.br

² Universidade Federal do Espírito Santo, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Av. Fernando Ferrari, 514 – Centro Tecnológico – Goiabeiras - Vitória – ES – Brasil, afcalenzani@gmail.com

On the Strength and Stiffness of Tubular K-Type Joints with CHS and RHS chords

Resumo

As ligações tipo K com afastamento, utilizadas nas treliças constituídas por seções tubulares de aço, possuem comportamento estrutural que depende da forma da seção transversal do banzo. O banzo circular conduz a maiores capacidade resistente e rigidez que o retangular, conforme a norma ISO 14346:2013, mas essas vantagens não são observadas nas normas europeia EN1993-1-8:2005, brasileira ABNT NBR 16239:2013 e norte-americana ANSI/AISC 360-16. Este trabalho apresenta um conjunto de 48 resultados, obtidos a partir de análises numéricas pelo método dos elementos finitos, de ligações com banzos circular e retangular, sempre com diagonais circulares. Observou-se que o uso de banzo circular conduz a resultados melhores que aqueles obtidos com banzo retangular, corroborando a formulação da ISO 14346:2013. A influência de alguns parâmetros geométricos na capacidade resistente das ligações também foi discutida.

Palavras-chave: Estruturas de Aço, Ligações Tipo K, Influência de Banzos Circular e Retangular

Abstract

Gap K-type joints, used in trusses made from steel hollow sections, have structural behaviors that depend on the shape of chord cross-section. Circular chord leads to greater strength and stiffness than rectangular, as is foreseen by the procedures of the ISO 14346:2013, but this advantage is neglected in the procedures from the European EN1993-1-8:2005, Brazilian ABNT NBR 16239:2013 and American ANSI/AISC 360-16 standards. This paper presents a set of 48 numerical results obtained from finite element analyses of joints between CHS braces and CHS or RHS chords. It was noted that the use of CHS chords conducts to better results than the ones obtained with RHS chords, supporting the procedure presented by the ISO 14346:2013. The influence of some geometric parameters in the load capacity of the joints was also discussed.

Keywords: Steel Structures, Hollow Section K-type Joints, Influence of CHS and RHS chords.

* autor correspondente

1 Introdução

As seções tubulares são usadas frequentemente compondo treliças nas estruturas de aço para diversas aplicações, como edificações, viadutos e passarelas. Devido a essas seções apresentarem grande eficiência estrutural sob compressão e tração axial, seu uso reduz o peso total das treliças e, conseqüentemente, pode torná-las mais econômicas (Araújo *et al.*, 2016). Essa economia pode, contudo, ser prejudicada devido aos altos custos das ligações (Packer, 1978). A configuração Warren sem montantes é frequentemente a solução mais viável devido ao menor número de barras e ligações, que leva a uma redução do custo de fabricação (Wardenier *et al.*, 2010a), e por possuir maiores aberturas, facilitando a passagem de instalações de serviço. Nessa configuração, aparecem comumente ligações tipo K, projetadas na maioria das vezes com afastamento. A geometria dessas ligações é mostrada na Figura 1, na qual também se apresenta sua simbologia e a identificação de alguns componentes importantes.

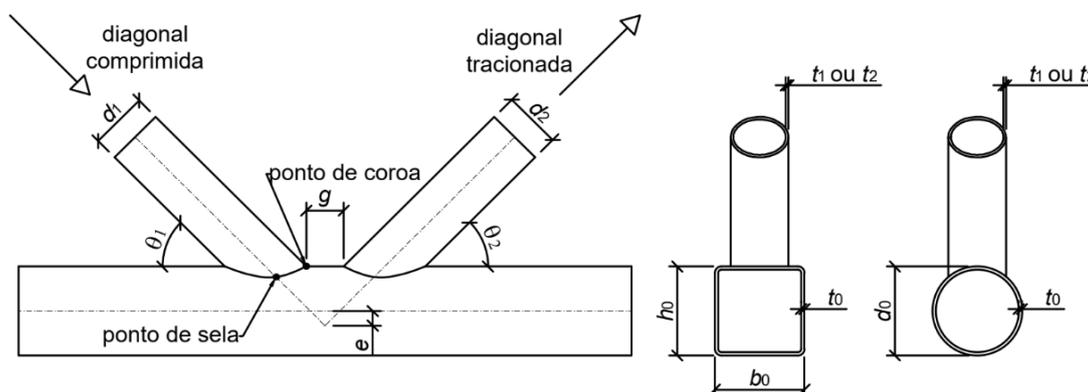


Figura 1 - Ligação tipo K com afastamento – geometria, simbologia e identificação de componentes.

A capacidade resistente das ligações tipo K pode ser determinante no dimensionamento das treliças e deve, portanto, ser considerada desde os estágios iniciais de projeto, visando à economia. Nesse quesito, a escolha da forma da seção transversal do banzo entre circular ou retangular pode ser decisiva. Por um lado, ligações feitas em banzo retangular são menos dispendiosas devido à menor complexidade das operações de corte e soldagem, como pode ser observado na Figura 2. Por outro, a forma arqueada da face do banzo circular se mostra mais eficiente sob o ponto de vista estrutural que a

forma reta do banzo retangular no recebimento das forças localizadas advindas das diagonais.

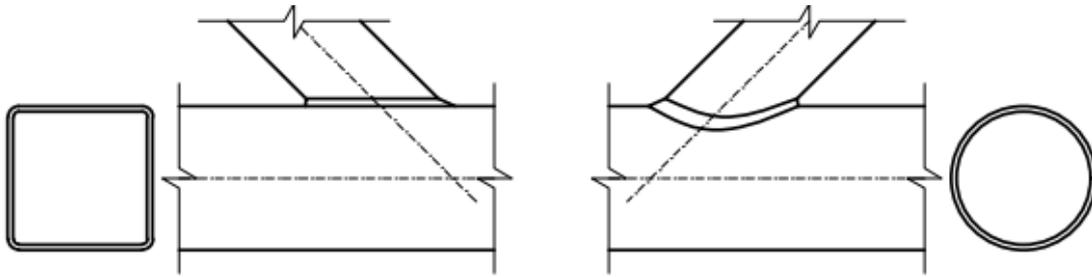


Figura 2 - Detalhe da região da ligação em treliças com banzos retangular e circular.

O melhor comportamento estrutural das ligações com banzo circular sobre aquelas com banzo retangular se confirma quando se utiliza a formulação da norma internacional ISO 14346:2013. As normas europeia EN 1993-1-8:2005, brasileira ABNT NBR 16239:2013 e norte-americana ANSI/AISC 360-16 adotam uma outra formulação que, contraditoriamente, fornece resultados em que isso não se observa. O uso das formulações de todas essas normas é condicionado por diversas limitações geométricas, geralmente devidas à ausência de resultados experimentais ou numéricos que cubram os casos fora de determinados limites, resultando em condições restritivas para a escolha das seções transversais das barras que compõem a ligação.

No presente estudo, simulações numéricas de ligações tipo K com afastamento entre diagonais circulares e banzos circular ou retangular são realizadas. A partir dos resultados dessas simulações:

- é aferida a precisão das formulações da ISO 14346:2013 e do EN1993-1-8:2005 (como as formulações da ABNT NBR 16239:2013 e do ANSI/AISC 360-16 são similares às do EN1993-1-8:2005, os resultados e conclusões obtidos para esta última norma valem também para as duas primeiras);
- são verificadas, de modo preliminar, se algumas das limitações geométricas exigidas para uso das formulações normativas são, de fato, necessárias;
- é avaliada a influência de alguns parâmetros geométricos no comportamento das ligações.

O estudo se restringe aos casos em que as duas diagonais formam com o banzo o mesmo ângulo, ou seja, aos casos em que os ângulos θ_1 e θ_2 , mostrados na Figura 1, são iguais.

2 Dimensionamento de Ligações Tipo K com Afastamento

2.1 Modo de Falha – Plastificação da face superior do banzo

Os modos de falha que podem ocorrer nas ligações tipo K com afastamento foram reportados inicialmente em estudos experimentais, com destaque para o de Wardenier & Stard (1978). O modo mais comumente observado (especialmente quando a razão $\beta = d_1/b_0$ ou $\beta = d_1/d_0$ - ver Figura 1 -, se situa abaixo de 0,85), e o único a ser abordado neste trabalho, é a plastificação da face superior do banzo, mostrada na Figura 3.

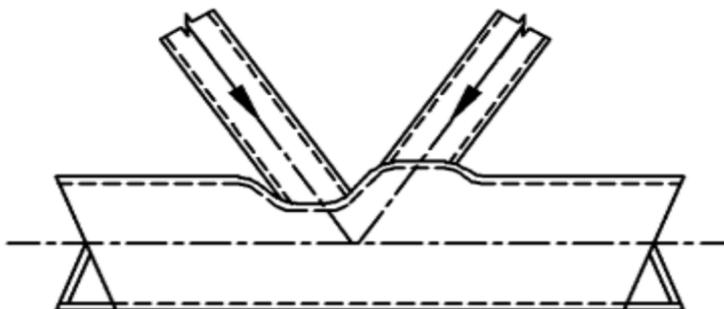


Figura 3 - Falha por plastificação da face do banzo (Fonte: ABNT NBR 16239:2013).

2.2 Formulação do EN 1993-1-8:2005

A formulação da norma europeia EN 1993-1-8:2005 para as ligações de perfis tubulares é resultado de estudos clássicos do *Comité International pour le Développement et l'Étude de la Construction Tubulaire* (CIDECT), desenvolvidos a partir dos anos 1960 com base principalmente em resultados de ensaios, e incorporados às antigas recomendações do Instituto Internacional de Solda (IIW) (IIW, 1989). Uma descrição detalhada dos estudos do CIDECT para essas ligações pode ser obtida em Packer *et al.* (1992) e Wardenier *et al.* (1991).

Para as ligações tipo K com afastamento compostas por diagonais de seção circular e banzo também de seção circular, a força axial resistente característica (força máxima, sem levar em conta coeficientes de ponderação da resistência, que pode atuar tanto na diagonal comprimida quanto na tracionada), que representa a capacidade resistente, é dada por:

$$N_{i,Rk} = \frac{k_g k_n f_{y0} t_0^2}{\text{sen } \theta_i} (1,8 + 10,2 \beta) \quad (1)$$

onde

$$k_g = \gamma^{0,2} \left(1 + \frac{0,024 \gamma^{1,2}}{1 + \exp(0,5 g/t_0 - 1,33)} \right) \quad (2)$$

e k_n é um fator que leva em conta o estado de tensão do banzo (neste estudo, considera-se que o banzo não possua tensão prévia e, portanto, esse coeficiente será sempre tomado como igual a 1,0), γ a razão entre metade do diâmetro ou da largura do banzo e sua espessura e f_{y0} a resistência ao escoamento do aço do banzo.

Para banzo retangular, a força axial resistente característica é dada por:

$$N_{i,Rk} = \frac{\pi}{4} \frac{8,9 \beta \gamma^{0,5} k_n f_{y0} t_0^2}{\text{sen } \theta_i} \quad (3)$$

2.3 Formulação da ISO 14346:2013

Com o avanço das pesquisas, um conjunto de equações mais recente foi proposto e incorporado às recomendações do IIW (IIW, 2009), indicando agora um aumento da capacidade resistente das ligações na passagem de banzo retangular para circular. Esse conjunto foi, então, adotado pela atual norma da ISO (ISO 14346:2013), mas, até o momento, não foi introduzido nas prescrições normativas europeia, brasileira e norte-americana. Wardenier *et al.* (2010b) e Van der Vegte & Wardenier (2014) fornecem um bom panorama do desenvolvimento dessa nova formulação, mostrando que sua obtenção ocorreu a partir de resultados de modelos de elementos finitos bem calibrados.

Segundo a ISO 14346:2013, a força axial resistente característica deve ser obtida por meio da seguinte equação:

$$N_{i,Rk} = \frac{Q_u Q_f f_{y0} t_0^2}{\text{sen } \theta_i} \quad (4)$$

onde Q_u é um fator relacionado à geometria da ligação e Q_f um fator similar a k_n da norma europeia, que será também tomado como igual a 1,0.

O fator Q_u , lembrando que este estudo se restringe aos casos de diagonais circulares, é dado por:

- para banzo circular

$$Q_u = 1,65 (1 + 8 \beta^{1,6}) \gamma^{0,3} \left[1 + \frac{1}{1,2 + \left(\frac{g}{t_0}\right)^{0,8}} \right] \quad (5)$$

- para banzo retangular

$$Q_u = 14 \beta \gamma^{0,3} (\pi/4) \quad (6)$$

Cumprir destacar que a força resistente da ligação é o valor da força axial máxima que pode atuar nas diagonais, uma de tração e outra de compressão, antes da manifestação de um dos modos de falha mencionados na Subseção 2.1. Adicionalmente, na norma ISO 14346:2013, assume-se que a força resistente também é limitada àquela que provoca uma deformação correspondente a um deslocamento vertical no ponto de coroa de 3% do diâmetro ou largura do banzo. Esse limite de deformação, proposto por Lu *et al.* (1994) e corroborado por Wardenier *et al.*, 2008 e Packer *et al.*, 2009 para evitar deformações excessivas e início de abertura de trincas em serviço, tem sido extensamente utilizado em diversos estudos (Mendanha, 2006; Mendes & Sarmanho, 2012; Nunes, 2012; Mayor *et al.*, 2013; Forti *et al.*, 2015; Perpétuo *et al.*, 2015) e é frequentemente dominante com relação à força máxima. Deve-se atentar que ligações com banzo circular não só apresentam maiores forças máximas, mas também uma rigidez muito mais elevada, especialmente quando a razão β é baixa. Portanto, o limite de deformação se torna ainda mais dominante quando se trata de banzo retangular.

2.4 Limitação das Formulações Normativas

As formulações da ISO 14346:2013 e do EN 1993-1-8:2005 para determinação da força resistente, apresentadas nas subseções precedentes, somente podem ser utilizadas se um conjunto de limitações geométricas for atendido e desde que não haja possibilidade de ocorrência de flambagem local no banzo ou nas diagonais. Essas limitações são apresentadas na Tabela 1, observando-se que, quando há divergência entre os limites das duas normas, o valor específico de cada uma é destacado entre parênteses.

Nota-se que a amplitude de validade das equações para banzo retangular é menor que para banzo circular. É importante mencionar que a limitação de excentricidade apresentada existe para que não se necessite considerar a existência de momentos

fletores no dimensionamento da ligação. Caso a excentricidade supere o limite apresentado, a ligação ainda pode ser projetada, mas considerando o momento fletor atuante. Neste estudo, são tratados somente casos em que a excentricidade não supera esse limite.

Tabela 1 - Condições para validade das equações normativas.

Parâmetro	Banzo circular	Banzo retangular
$\beta = d_1/b_0$	$0,2 \leq \beta \leq 1,0$	$0,25 \leq \beta \leq 0,8$ (ISO) ou $0,40 \leq \beta \leq 0,80$ (EN) e $\beta \geq 0,1 + 0,01b_0/t_0$
Esbeltez da diagonal	$d_i/t_i \leq 50$	$d_i/t_i \leq 50$
Esbeltez do banzo	$d_0/t_0 \leq 50$	$\frac{b_0}{t_0} \leq 40$ (ISO) ou $\frac{b_0}{t_0} \leq 35$ (EN)
Afastamento	$g \geq t_1 + t_2$	$g \geq t_1 + t_2$ e $0,5(1 - \beta) \leq g/b_0 \leq 1,5(1 - \beta)$
Excentricidade	$e \leq 0,25 d_0$	$e \leq 0,25 h_0$
Ângulo	$\theta_i \geq 30^\circ$	$\theta_i \geq 30^\circ$

3 Modelagem Numérica

3.1 Desenvolvimento dos modelos

Todos os modelos do presente estudo foram desenvolvidos utilizando-se o código comercial de elementos finitos ANSYS Mechanical APDL v.18.2 (Ansys Inc, 2017). O material considerado foi o aço S355, relacionado no EN 1993-1-1:2005 com resistência ao escoamento (f_y) igual a 355 MPa, módulo de elasticidade (E_a) igual a 210 GPa e coeficiente de Poisson (ν) igual a 0,3. A relação tensão *versus* deformação foi representada por uma lei bilinear, com encruamento isotrópico, resultando em um material com comportamento elástico perfeitamente plástico. Essa relação, apesar de sua simplicidade, conduziu a resultados com boa concordância com valores experimentais durante a validação. O elemento SHELL181 (elemento de placa com quatro nós e seis graus de liberdade por nó e integração reduzida, baseado na teoria de Reissner-Mindlin) foi adotado para representar o banzo, as diagonais e a solda do modelo numérico.

As condições de contorno foram introduzidas conforme ilustrado esquematicamente na Figura 4. Essas condições foram previamente estudadas por Dexter (1978), que concluiu que para a ligação tipo K com afastamento, a capacidade resistente é insensível ao fato de o banzo ter rotações impedidas ou liberadas. Para fixar a rotação sem impedir os deslocamentos, todos os nós do lado direito do banzo tiveram seu grau de liberdade de deslocamento longitudinal acoplado. Eles também tiveram seus deslocamentos na direção vertical impedidos. Na extremidade esquerda, condições de contorno similares foram impostas, mas em vez de os deslocamentos horizontais serem acoplados, eles foram impedidos. Para as diagonais, os deslocamentos transversais foram impedidos e a força foi aplicada de maneira distribuída nos nós da extremidade. Uma condição de simetria no plano da treliça foi imposta, de maneira que somente metade da geometria foi representada, tornando o processamento computacional mais rápido.

Diagonais e banzo foram modelados com comprimentos correspondentes a oito e três vezes seus diâmetros ou larguras, respectivamente, para garantir que as tensões fossem distribuídas de maneira uniforme na seção transversal.

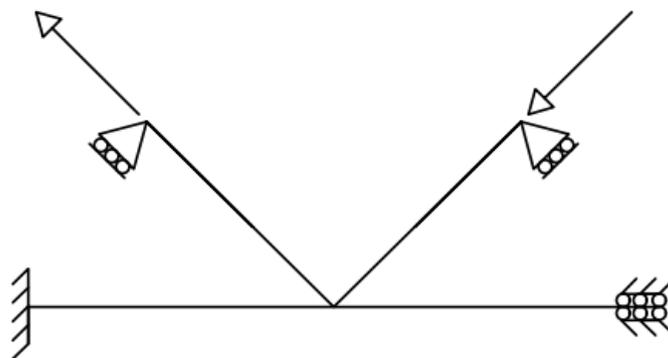
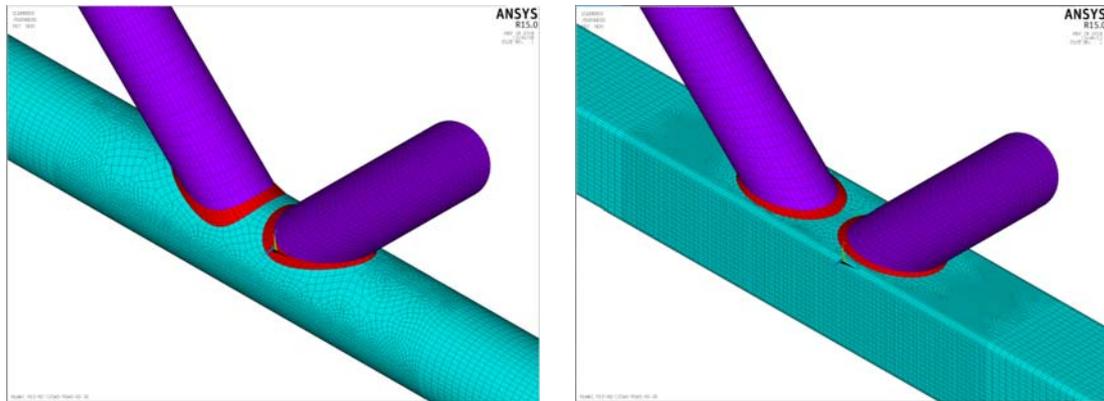


Figura 4 - Condições de contorno introduzidas no modelo numérico.

Um estudo para avaliação da sensibilidade da malha foi conduzido usando um esquema de duplicação do número de elementos e a convergência dos resultados foi observada para elementos com dimensão igual à metade da espessura, a qual foi adotada para todos os modelos. Essa malha está representada na Figura 5, tanto para banzo circular quanto retangular. Uma malha menos discreta foi adotada nas regiões mais afastadas da interseção uma vez que, nas extremidades do banzo, os gradientes de tensão e deformação não são tão elevados. Ao contrário do que foi observado por Lee & Wilmschurst (1995), uma malha com dimensões iguais à espessura da diagonal não

bastou para a convergência dos resultados. Devido à complexidade da geometria na região da solda, especialmente os casos de banzo circular, uma malha livre e não estruturada foi utilizada.



(a) Banzo circular

(b) Banzo retangular

Figura 5 - Malha adotada.

A solda, como já se explicitou, foi modelada com elementos de casca, conforme proposto por Lee & Wilmshurst (1995). Essa mesma técnica foi adotada em diversos outros estudos (Mendanha, 2006; Mendes & Sarmanho, 2012; Nunes, 2012; Mayor *et al.*, 2013) e produziu excelentes resultados. A Figura 6 apresenta a construção das áreas relativas à solda. A consideração da solda levou a resultados severamente diferentes quando comparados a modelos sem ela, especialmente em casos de pequenos valores de afastamento e de razão β , motivo pelo qual considera-se que ela não deve ser negligenciada na elaboração de modelos numéricos.

O modelo foi analisado levando em conta as não linearidades física e geométrica, utilizando o método do comprimento de arco, de maneira que o comportamento pós-pico pôde ser observado quando necessário.

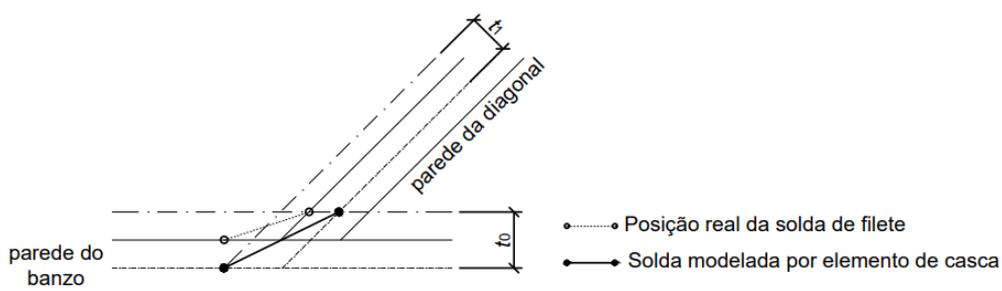


Figura 6 - Técnica de construção da solda no modelo.

3.2 Validação

Doze experimentos apresentados por Makino *et al.* (1996), autores que catalogaram um conjunto extenso de dados experimentais, considerados confiáveis, foram simulados numericamente para validar o modelo numérico. As comparações entre os resultados experimentais e numéricos são apresentadas na Tabela 2. A força resistente numérica foi determinada considerando-se o critério de deformação proposto por Lu *et al.* (1994) ou um ponto de máximo na curva de força *versus* deslocamento.

Tabela 2 - Modelos analisados na validação.

Protótipo de Makino <i>et al.</i> (1996)	Força Resistente Experimental (kN)	Força Resistente Numérica (kN)	Diferença (%)
K-15	81,3	85,0	+5
K-6	83,4	85,5	+3
K-23	68,6	68,4	0
K-185	52,0	45,6	-12
K-227	97,1	94,6	-3
K-343	80,5	76,4	-5
K-344	83,8	83,8	0
K-345	92,9	84,4	-9
K-374	78,4	75,1	-4
K-225	130,0	126,8	-3
K-331	82,4	83,8	+2
K-383	142,0	130,8	-8

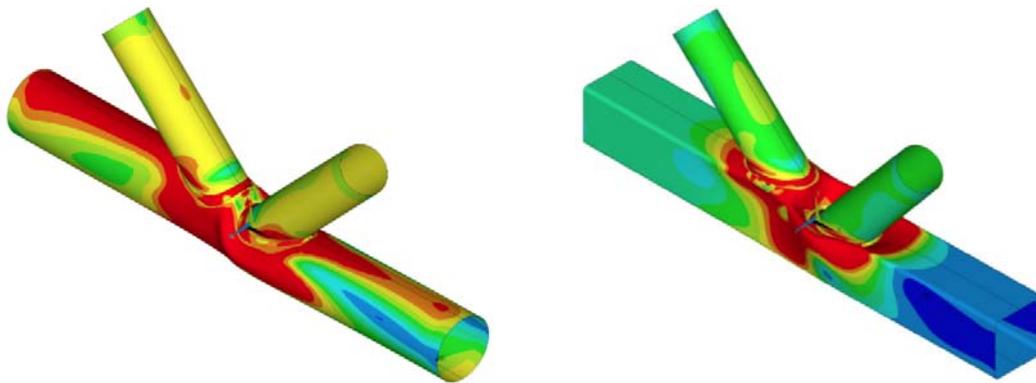
3.3 Modelos Propostos

Quarenta e oito modelos numéricos com diferentes configurações geométricas foram propostos e analisados, metade com banzo circular e, a outra metade, com banzo retangular, como mostra a Tabela 3. No caso de banzo retangular, os modelos tinham altura igual à largura.

4 Resultados e Discussão

Todos os modelos apresentaram na simulação numérica como modo de falha a plastificação da face do banzo, como se esperava. A Figura 7 ilustra esse modo de falha em dois modelos, um com banzo circular (K10-C) e outro com banzo retangular (K10-R).

As forças resistentes obtidas na análise numérica e as determinadas de acordo com a ISO 14346:2013 e com o EN 1993-1-8:2005 são apresentadas na Tabela 4, juntamente com os desvios dessas duas normas em relação aos valores numéricos.



(a) Modelo com banzo circular (K10-C)

(b) Modelo com banzo retangular (K10-R)

Figura 7 - Plastificação da face do banzo obtida em modelos numéricos.

A Figura 8 apresenta esses dados na forma de um gráfico de dispersão da força resistente adimensional segundo as prescrições normativas *versus* a força resistente adimensional (na qual são removidas as influências do aço, da espessura e do ângulo entre barras na ligação) obtida numericamente. Três linhas representando um ajuste perfeito entre os resultados e desvios de 20% para mais ou para menos foram incluídas para facilitar a avaliação. Pontos mais próximos da linha central indicam uma melhor concordância entre resultados normativo e numérico. Pode-se notar que os resultados da ISO 14436:2013 são mais próximos dos numéricos que aqueles obtidos segundo a formulação do EN 1993-1-8:2005. Isso é ainda mais pronunciado quando são analisados apenas os casos de banzo circular. Como comentado anteriormente, a formulação do EN 1993-1-8:2005 leva a forças resistentes muito baixas para ligações com essa geometria de banzo. Em todos os modelos numéricos, a mudança de banzo retangular para circular proporcionou elevações substanciais da força resistente. Essa mesma tendência é observada pela formulação da ISO 14436:2013, enquanto a do EN 1993-1-8:2005 conduz, contraditoriamente, a uma redução da força resistente na maioria dos casos analisados (exceto nos modelos K5, K6, K7, K8 e K15).

Tabela 3 - Geometria dos modelos numéricos propostos.

Modelo	Banzo	d_0 ou b_0 (mm)	t_0 (mm)	d_1 (mm)	t_1 (mm)	θ (°)	g (mm)
K1-C	Circular	120	5	70	3,6	45	30
K1-R	Retangular	120	5	70	3,6	45	30
K2-C	Circular	120	5	70	4	45	30
K2-R	Retangular	120	5	70	4	45	30
K3-C	Circular	120	5	70	4,5	45	30
K3-R	Retangular	120	5	70	4,5	45	30
K4-C	Circular	120	5	70	5	45	30
K4-R	Retangular	120	5	70	5	45	30
K5-C	Circular	120	5	30	5	45	30
K5-R	Retangular	120	5	30	5	45	30
K6-C	Circular	120	5	40	5	45	30
K6-R	Retangular	120	5	40	5	45	30
K7-C	Circular	120	5	50	5	45	30
K7-R	Retangular	120	5	50	5	45	30
K8-C	Circular	120	5	60	5	45	30
K8-R	Retangular	120	5	60	5	45	30
K9-C	Circular	120	5	80	5	45	30
K9-R	Retangular	120	5	80	5	45	30
K10-C	Circular	120	5	90	5	45	30
K10-R	Retangular	120	5	90	5	45	30
K11-C	Circular	130	5	70	5	45	30
K11-R	Retangular	130	5	70	5	45	30
K12-C	Circular	140	5	70	5	45	30
K12-R	Retangular	140	5	70	5	45	30
K13-C	Circular	150	5	70	5	45	30
K13-R	Retangular	150	5	70	5	45	30
K14-C	Circular	160	5	70	5	45	30
K14-R	Retangular	160	5	70	5	45	30
K15-C	Circular	120	5	70	5	45	20
K15-R	Retangular	120	5	70	5	45	20
K16-C	Circular	120	5	70	5	45	40
K16-R	Retangular	120	5	70	5	45	40
K17-C	Circular	120	5	70	5	45	50
K17-R	Retangular	120	5	70	5	45	50
K18-C	Circular	120	5	70	5	45	60
K18-R	Retangular	120	5	70	5	45	60
K19-C	Circular	120	5	70	5	45	70
K19-R	Retangular	120	5	70	5	45	70
K20-C	Circular	120	5	70	5	45	80
K20-R	Retangular	120	5	70	5	45	80
K21-C	Circular	120	5	70	5	30	30
K21-R	Retangular	120	5	70	5	30	30
K22-C	Circular	120	5	70	5	40	30
K22-R	Retangular	120	5	70	5	40	30
K23-C	Circular	120	5	70	5	50	30
K23-R	Retangular	120	5	70	5	50	30
K24-C	Circular	120	5	70	5	60	30
K24-R	Retangular	120	5	70	5	60	30

Tabela 4 - Forças resistentes obtidas para os modelos analisados e desvios normativos.

Modelo	Análise Numérica (kN)	ISO 14346 (kN)	EN 1993-1-8 (kN)	Desvio ISO 14346	Desvio EN 1993-1-8
K1-C	240,0	226,5	171,9	-5,6%	-28,4%
K1-R	131,5	169,7	177,3	29,0%	34,8%
K2-C	239,6	226,5	171,9	-5,5%	-28,2%
K2-R	135,8	169,7	177,3	24,9%	30,5%
K3-C	247,3	226,5	171,9	-8,4%	-30,5%
K3-R	137,9	169,7	177,3	23,0%	28,6%
K4-C	249,1	226,5	171,9	-9,1%	-31,0%
K4-R	140,7	169,7	177,3	20,6%	26,0%
K5-C	122,5	96,8	96,5	-21,0%	-21,3%
K5-R	79,3	72,7	76,0	-8,3%	-4,1%
K6-C	150,9	123,1	115,3	-18,4%	-23,6%
K6-R	93,1	96,9	101,3	4,1%	8,8%
K7-C	180,2	153,7	134,2	-14,7%	-25,5%
K7-R	106,3	121,2	126,6	14,0%	19,2%
K8-C	216,0	188,3	153,0	-12,8%	-29,1%
K8-R	122,6	145,4	152,0	18,7%	24,0%
K9-C	286,9	268,1	190,7	-6,6%	-33,5%
K9-R	170,7	193,9	202,6	13,6%	18,7%
K10-C	322,2	312,9	209,6	-2,9%	-34,9%
K10-R	216,4	218,1	227,9	0,8%	5,3%
K11-C	238,1	210,5	165,5	-11,6%	-30,5%
K11-R	134,8	160,4	170,3	19,0%	26,4%
K12-C	230,3	197,2	160,1	-14,4%	-30,5%
K12-R	136,6	152,3	164,1	11,5%	20,2%
K13-C	152,3	164,1	220,3	7,8%	44,7%
K13-R	186,0	155,4	133,5	-16,5%	-28,3%
K14-C	211,2	176,6	151,3	-16,4%	-28,3%
K14-R	138,2	138,7	153,5	0,4%	11,1%
K15-C	289,7	236,2	185,5	-18,5%	-36,0%
K15-R	174,7	169,7	177,3	-2,9%	1,5%
K16-C	236,3	220,5	164,8	-6,7%	-30,3%
K16-R	126,6	169,7	177,3	34,0%	40,0%
K17-C	233,7	216,5	161,8	-7,4%	-30,8%
K17-R	118,7	169,7	177,3	42,9%	49,4%
K18-C	230,3	213,5	160,6	-7,3%	-30,3%
K18-R	113,5	169,7	177,3	49,5%	56,2%
K19-C	230,6	211,2	160,2	-8,4%	-30,6%
K19-R	112,0	169,7	177,3	51,5%	58,3%
K20-C	230,5	209,4	160,0	-9,1%	-30,6%
K20-R	110,5	169,7	177,3	53,5%	60,4%
K21-C	350,8	320,3	243,1	-8,7%	-30,7%
K21-R	232,6	239,9	250,7	3,2%	7,8%
K22-C	285,6	249,1	189,1	-12,8%	-33,8%
K22-R	166,9	186,6	195,0	11,8%	16,8%
K23-C	228,1	209,0	158,7	-8,4%	-30,4%
K23-R	127,1	156,6	163,6	23,2%	28,7%
K24-C	197,9	184,9	140,3	-6,6%	-29,1%
K24-R	106,1	138,5	144,8	30,6%	36,4%

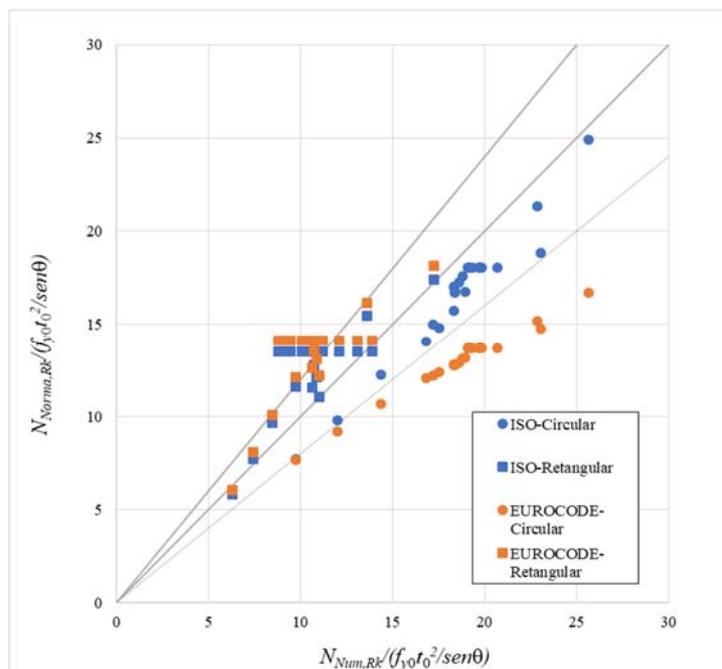


Figura 8 - Força resistente normativa adimensional *versus* força resistente numérica adimensional.

Em geral, os resultados da ISO 14346:2013 levaram a um desvio absoluto médio de 16% dos valores numéricos. Para banzo circular, esse desvio foi reduzido para 11% e para banzo retangular, aumentado para 21%. Os resultados do EN 1993-1-8:2005 levaram a desvios de 28%, 30% e 26% para a média geral, banzo circular e banzo retangular, respectivamente. Pode-se notar que os resultados mais próximos dos numéricos foram observados com a ISO 14346:2013 para banzo circular, enquanto os mais distantes foram obtidos também para banzo circular, mas segundo a norma europeia EN 1993-1-8:2005. Também é possível observar que, no geral, as formulações normativas para banzo retangular apresentaram resultados do lado não conservador do gráfico e as para banzo circular, do lado conservador, em relação aos resultados numéricos obtidos neste trabalho.

Os modelos de banzo retangular com razão β fora dos limites de validade (modelos K4 a K10) levaram a resultados que apresentaram desvios muito similares aos obtidos quando a razão estava dentro desses limites. Isso pode indicar que a região de validade das equações pode ser expandida no que tange a esse parâmetro, apesar de ainda ser necessário realizar um maior número de testes para uma confirmação mais segura. Atenta-se também que uma baixa razão β leva a uma ligação pouco eficiente e deve ser

evitada, mas esse não é um motivo para que se restrinja o uso das formulações normativas. Esses resultados são apresentados na Figura 9, onde se observa que os valores da força resistente do EN 1993-1-8:2005 para banzo circular se tornaram mais distantes dos numéricos à medida que crescia a razão β .

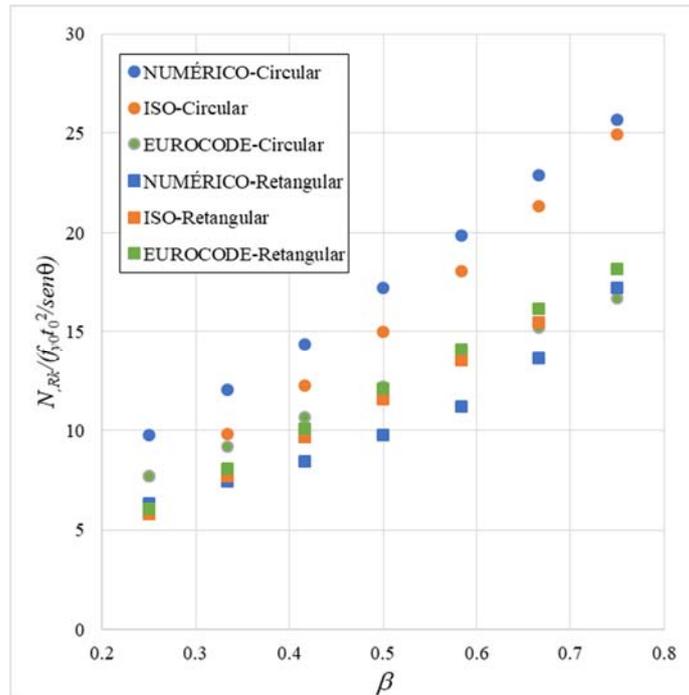


Figura 9 - Força resistente adimensional *versus* razão β para os modelos K4 a K10.

Também é interessante notar que, embora as formulações da ISO 14346:2013 e do EN 1993-1-8:2005 não incluam a influência do afastamento g (ver Figura 1) entre as diagonais na força resistente das ligações com banzo retangular, o que fica evidenciado em um patamar na Figura 8, aparentemente essa influência se manifesta e tem relevância, conforme a Figura 10, na qual são tomados os valores referentes aos modelos K4 e K15 a K20. Merece atenção o fato de que o valor do afastamento é incluído nas formulações para ligações com banzo circular, o que resulta em uma melhor concordância do comportamento dos resultados normativos da força resistente com os numéricos.

Finalmente, no que tange a deslocamentos e deformações, foi possível observar que enquanto as ligações com banzo circular apresentaram usualmente um pico nas curvas de força *versus* deformação, as com banzo retangular não, de maneira que o critério de deformação de Lu *et al.* (1994), citado na Subseção 2.3 e utilizado também aqui, foi dominante. Também foi perceptível que as ligações com banzo circular eram muito mais

rígidas que as com banzo retangular. Essa maior rigidez pode ser extremamente importante, especialmente em condições de serviço, o que não foi analisado em detalhes no presente estudo. Como ilustração, a Figura 11 apresenta as curvas de força nas diagonais *versus* deformação dos banzos circular e retangular no ponto de coroa da diagonal comprimida obtidas na análise dos modelos K11 a K14. Uma tendência similar pôde ser observada para todos os outros modelos.

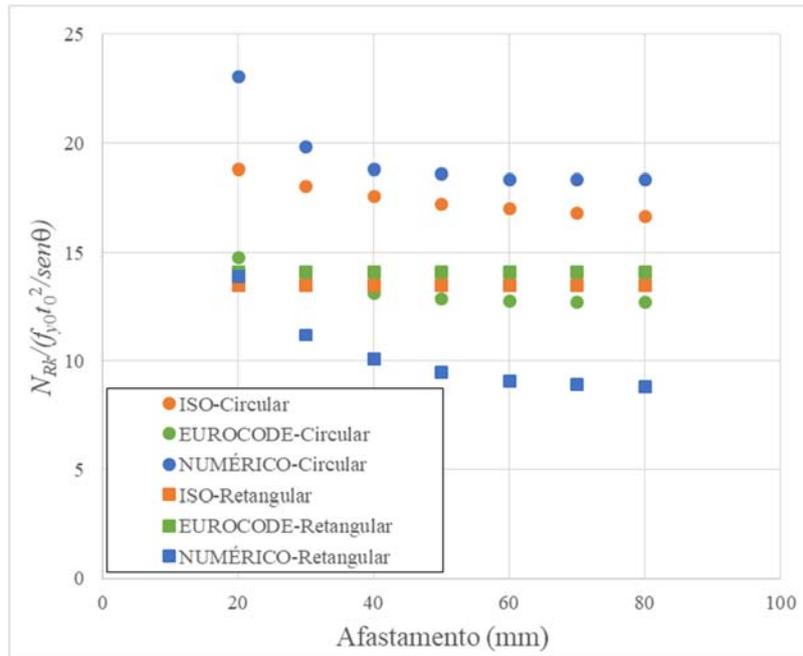


Figura 10 - Força resistente adimensional *versus* afastamento para os modelos K4 e K15 a K20.

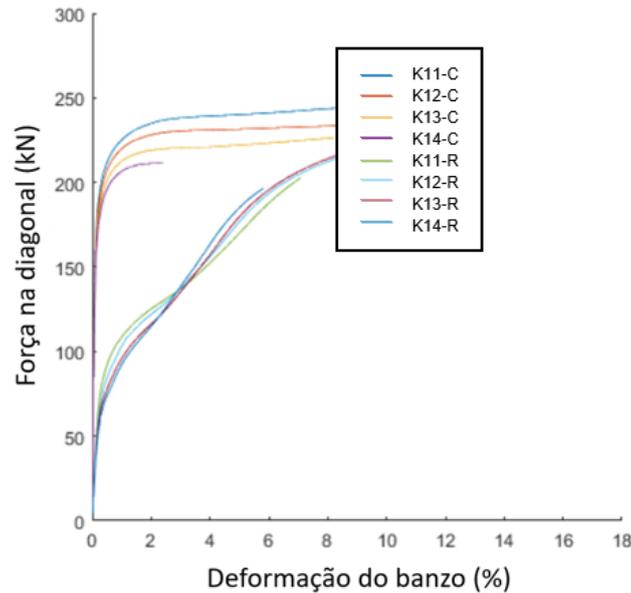


Figura 11 - Curvas de força *versus* deformação para os modelos K11 a K14.

5 Conclusões

No presente estudo, 48 modelos numéricos de ligações tipo K com afastamento, metade com banzo circular e metade com banzo retangular, com diferentes geometrias, foram analisados via método dos elementos finitos por meio do software comercial ANSYS Mechanical APDL v. 18.2 (Ansys Inc, 2017), e obtidas suas forças resistentes. Também foram determinadas as forças resistentes obtidas segundo as formulações das normas ISO 14346:2013 e EN 1993-1-8:2005.

A comparação entre os resultados normativos e numéricos mostrou maior proximidade entre ambos quando se emprega a nova formulação da ISO 14346:2013 que quando se usa a formulação do EN 1993-1-8:2005. Isso é mais pronunciado nas ligações com banzo circular, as quais, apesar de na análise numérica apresentarem capacidades resistentes mais altas que nas ligações com banzo retangular, ficam com capacidades supostamente inferiores quando calculadas de acordo com o EN 1993-1-8:2005. As capacidades resistentes normativas foram, em geral, quando comparadas com a análise numérica (i) no caso de banzo retangular, um pouco superiores para a ISO 14346:2013 e excessivamente superiores para o EN 1993-1-8:2005; e (ii) no caso de banzo circular, ligeiramente inferiores para a ISO 14346:2013 e muito inferiores para o EN 1993-1-8:2005. Desse modo, admitindo-se que os resultados numéricos possuam boa acurácia,

os valores obtidos segundo ISO 14346:2013 são bastante melhores e mais consistentes que aqueles do EN 1993-1-8:2005. Uma possível explicação para isso poderia ser o fato de que a formulação desta última norma advém principalmente de dados experimentais, os quais, segundo Kurobane (1964), podem incluir uma grande dispersão a tal ponto que testes em protótipos com a mesma geometria, replicados dez vezes no mesmo laboratório, apresentam capacidades resistentes que podem variar em até 20%. Já a formulação da ISO 14346:2013 baseou-se em resultados numéricos obtidos em modelos devidamente calibrados, que são considerados livres dessa dispersão, e, portanto, uma ferramenta confiável nesse tipo de estudo.

Outra observação importante refere-se ao fato que parece ser possível expandir a região na qual são válidas as equações das normas analisadas para banzo retangular no que tange à razão β , apesar de isso levar a uma baixa eficiência da ligação. Mais estudos são necessários para a comprovação dessa possibilidade.

Uma influência do valor do afastamento na capacidade resistente de ligações com banzo retangular foi observada, apesar de esse parâmetro não estar presente nas formulações normativas. É estranho notar que o afastamento é incluído nas formulações apenas para banzo circular. Os resultados obtidos indicam que a influência desse parâmetro se manifesta de maneira similar tanto nas ligações com banzo circular quanto com banzo retangular.

No que tange ao comportamento quanto aos deslocamentos, as ligações com banzo circular apresentaram rigidezes muito mais elevadas, o que pode ser importante, especialmente em condições de serviço. As curvas de força *versus* deformação do banzo indicaram que o critério de deformação de Lu *et al.* (1994) é dominante em relação ao de força máxima no caso de banzo retangular, sendo, portanto, de extrema importância. Esse critério não foi considerado no desenvolvimento da formulação do EN 1993-1-8:2005, o que pode ser responsável pelos valores da capacidade resistente obtidos segundo essa formulação terem se mostrado excessivamente superiores (em até 60,4%) em relação aos numéricos.

Finalmente, destaca-se que todas as considerações feitas com relação ao EN 1993-1-8:2005 aplicam-se também à ABNT NBR 16239:2013 e ao ANSI/AISC 360-16.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio das agências brasileiras CNPq, CAPES, FAPEMIG e FAPES e a colaboração dos pesquisadores J. A. Packer e G. J. Van der Vegte.

Referências bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT NBR 16239. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edificações com Perfis Tubulares. **Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT)**, Rio de Janeiro, 2013.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION – ANSI/AISC 360-16. Specification for Structural Steel Buildings. **American Institute of Steel Construction (AISC)**, Chicago, Illinois, 2016.

ANSYS Inc. Release 18.2 – Documentation for ANSYS. **ANSYS Inc.**, Cannonsburg, Estados Unidos, 2017.

ARAÚJO, A. H. M.; SARMANHO, A. M.; BATISTA, E. M.; REQUENA, J. A. V.; FAKURY, R. H.; PIMENTA, R. J. – Projeto de Estruturas de Edificações com Perfis Tubulares de Aço. **Vallourec do Brasil - Ed. do Autor**, Belo Horizonte, 2016.

DEXTER, E. M. Effects of Overlap on Behaviour and Strength of Steel Circular Hollow Section Joints. **University of Wales**, 1978. (Ph.D. Thesis).

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN. Eurocode 3 – Design of Steel Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. **CEN**, 2005.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION – CEN. Eurocode 3 – Design of Steel Structures. Part 1-8: Design of Joints. **CEN**, 2005.

FORTI, N. C. S.; REQUENA, J. A. V.; FORTI, T. L. D. Parametric Study of Tubular KK Multi-planar Steel Connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 114, pp. 188-195, 2015.

IIW. Design Recommendations for Hollow Section Joints – Predominantly Statically Loaded. 2nd Edition. **International Institute of Welding**, Singapore, 1989.

IIW. Static Design Procedure for Welded Hollow Section Joints – Recommendations. 3rd Edition. **International Institute of Welding**, Helsinki, Finland, 2009.

ISO. ISO 14346. Static strength design procedure for welded hollow section joints – Recommendations. **ISO**, 2013.

KUROBANE, Y. Welded truss joints of tubular structural members. **Kumamoto University**, Kumamoto, Japan, 1964. (Technical Report).

LEE, M. K.; WILMSHURST, S. R. Numerical modelling of CHS joints with multiplanar double-K configuration. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 32, pp. 281-301, 1995.

LU, L. H.; WINKEL, G.; YU, Y.; WARDENIER, J. Deformation limit for the ultimate strength of hollow section joints. **Tubular Structures IV**, pp. 341-347, 1994.

MAKINO, Y.; KUROBANE, Y.; OCHI, K.; VAN DER VEGTE, G. J.; WILMSHURST, S. R. Database of test and numerical analysis results for unstiffened tubular joints. **International Institute of Welding**, 1996. (Documento interno).

- MAYOR, I. M. S.; NUNES, G.; FREITAS, A. M. S.; REQUENA, J. A. V.; ARAÚJO, A. H. Theoretical and Experimental Analysis of RHS/CHS K Gap Joints. **Revista da Escola de Minas**, v.66(3), pp. 295-300, 2013.
- MENDANHA, F. O. Análise de Ligações em Perfis Tubulares de Aço do Tipo K e KT. **Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, Minas Gerais, 2006. (Dissertação de Mestrado).
- MENDES, E. C.; SARMANHO, A M. Estudo Teórico Experimental de Ligações 'T' e 'KT', em perfis tubulares de aço. **Revista da Escola de Minas**, v.65, pp. 175-180, 2012.
- NUNES, G. V. Análise Numérica Paramétrica de Ligações Tipo "T", "K" e "KT" Compostas por Perfis Tubulares de Seção Circular e Retangular. **Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, Minas Gerais, 2012. (Dissertação de Mestrado).
- PACKER, J. A.; A theoretical analysis of welded steel joints in rectangular hollow sections. **University of Nottingham**, 1978 (Ph.D. Thesis).
- PACKER, J A.; WARDENIER, J.; KUROBANE, Y; DUTTA, D.; YEOMANS, N.. Design guide for rectangular hollow section (RHS) joints under predominantly static loading. **CIDECT**, 1992.
- PACKER, J A.; WARDENIER, J.; ZHAO, X. –L.; VAN DER VEGTE, A.; KUROBANE, Y. Design guide for rectangular hollow section (RHS) joints under predominantly static loading. **CIDECT**, 2009.
- PERPETUO, L.; FAKURY, R. H.; CASTRO E SILVA, A. L. R. Análise Numérica de Ligações 'K' compostas por perfis tubulares com diagonais circulares com alta relação entre diâmetro e espessura. **Proceedings of the XXXVI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2015)**, Rio de Janeiro, RJ, 2015.
- VAN DER VEGTE, G. J.; WARDENIER, J. Evaluation of the Recent IIW (2012) and ISO (2013) Strength Equations for Axially Loaded CHS K Gap Joints. **Steel Construction**, v. 7, pp 97-106, 2014.
- WARDENIER, J.; PACKER, J.; ZHAO, X. –L.; VAN DER VEGTE, G. *Hollow Sections in Structural Applications*. Bouwen met Staal, 2010a.
- WARDENIER, J.; STARD, J. W. B. The Static Strength of Welded Lattice Girder Joints in Structural Hollow Sections. **Delft University of Technology**, 1978. (Technical Report).
- WARDENIER, J.; KUROBANE, Y.; PACKER, J. A.; DUTTA, D.; YEOMANS, N. – L. Design Guide for circular hollow section (CHS) joints under predominantly static loading. **CIDECT**, 1991.
- WARDENIER, J.; KUROBANE, Y.; PACKER, J. A.; VAN DER VEGTE, A.; ZHAO, X. – L. Design Guide for circular hollow section (CHS) joints under predominantly static loading. **CIDECT**, 2008.
- WARDENIER, J.; VAN DER VEGTE, G. J.; PACKER, J. A.; ZHAO, X. – L. Background of the new RHS joint strength equations in the IIW (2009) recommendations. **Tubular Structures XII – Proceedings of the 13th International Symposium on Tubular Structures**, Netherlands, 2010b.