

# Revista da Estrutura de Aço

**Volume 2 | Número 3**

Dezembro de 2013

# ARTIGOS

## Análise avançada de pórticos de aço conforme as prescrições da ABNT NBR 8800:2008

Armando Cesar Campos Lavall, Renata Gomes Lanna da Silva,  
Rodrigo Sernizon Costa e Ricardo Hallal Fakury

146

## Avanços e discussões sobre análise, dimensionamento e experimentos de sistemas estruturais

Luiz Carlos Marcos Vieira Junior, Gustavo Henrique Siqueira  
e Leandro Mouta Trautwein

166

## Estudo paramétrico do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas

Pedro Wellington G. N. Teixeira e Renan Vieira Dias

186

## Sobre as regiões nodais das estruturas de aço formadas por barras

Gílson Queiroz, Hermes Carvalho, Paula Vilela e Letícia Balabram Leão Garcia

206

## Análise avançada de pórticos de aço conforme as prescrições da ABNT NBR 8800:2008

Armando Cesar Campos Lavall<sup>1</sup>, Renata Gomes Lanna da Silva<sup>2\*</sup>, Rodrigo Sernizon Costa<sup>3</sup> e Ricardo Hallal Fakury<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, lavall@dees.ufmg.br

<sup>2\*</sup> Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, rglanna.silva@gmail.com

<sup>3</sup> Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, rsernizon@dees.ufmg.br

<sup>4</sup> Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, fakury@dees.ufmg.br

### Advanced analysis of steel frame using the Brazilian Standard

#### Resumo

Pesquisadores e engenheiros têm reconhecido a necessidade e a importância de se considerar, no projeto de estruturas de aço, os diversos efeitos não lineares envolvidos no problema, destacando-se, principalmente, os efeitos não lineares geométricos globais ( $P-\Delta$ ) e locais ( $P-\delta$ ) e o comportamento elastoplástico do material. O objetivo deste artigo é apresentar um estudo do comportamento elastoplástico de pórticos de aço utilizando a Análise Avançada, e considerar as prescrições da ABNT NBR 8800:2008 para assegurar o nível de confiabilidade nas análises das estruturas quanto aos estados-limites último e de serviço. Neste trabalho a Análise Avançada considera a não linearidade geométrica incluindo os efeitos  $P-\Delta$  e  $P-\delta$ , e a não linearidade do material levando-se em conta as tensões residuais e o escoamento gradual do aço na seção transversal e ao longo do comprimento das barras.

**Palavras-chave:** Análise avançada, Estruturas de aço, Plasticidade distribuída, ABNT NBR 8800:2008

#### Abstract

Researchers and engineers have recognized the need and importance of considering in the design of steel structures various nonlinear effects involved in the problem, emphasizing, mainly, the global ( $P-\Delta$ ) and local ( $P-\delta$ ) second-order effects and inelastic behavior of the material. The objective this paper is to present an Advanced Inelastic Analysis for application to framed building structures, taking into account the Brazilian code prescriptions addressed to ultimate limit state analysis. Advanced Analysis developed account for both geometric and material non-linearities. The geometric nonlinearity includes second-order effect associated with  $P-\Delta$  and  $P-\delta$  effects. The material nonlinearity includes residual stresses and gradual yielding of steel within the cross section and along the member length.

**Keywords:** Advanced analysis, Steel structures, Spread of plasticity, ABNT NBR 8800:2008

## 1 Introdução

O projeto estrutural compreende um conjunto de especificações, cálculos estruturais, desenhos de projeto, de fabricação e de montagem dos elementos da estrutura, exigindo do engenheiro uma grande capacitação técnica para realizar com segurança a análise, dimensionamento e detalhamento dos modelos estruturais. Além de prever uma estrutura capaz de atender aos estados limites últimos e de serviço pelo período de vida útil da edificação, ele deve permitir que todas as outras etapas sejam realizadas de maneira adequada, satisfazendo-se os quesitos de segurança e economia.

A ABNT NBR 8800: 2008 utiliza no cálculo e dimensionamento das estruturas o método dos estados-limites, considerando os estados limites últimos e de serviço, e estabelece os requisitos básicos a serem obedecidos no projeto de estruturas de aço e mistas aço-concreto à temperatura ambiente.

A prática usual de projeto estabelecida pela norma brasileira segue um procedimento com duas etapas: na primeira, os esforços solicitantes são determinados de acordo com a classificação da estrutura quanto à sua deslocabilidade, em geral usando-se a análise elástica não linear geométrica. Depois, numa segunda etapa, são feitos os dimensionamentos das barras e das ligações da estrutura, utilizando-se os critérios da norma. Esse procedimento com duas etapas tem suas limitações, uma vez que faz a distinção entre a análise e o dimensionamento. A análise elástica é usada para determinar os esforços solicitantes atuantes nas barras, enquanto no dimensionamento de cada barra, tratada como um elemento isolado, os esforços solicitantes resistentes são obtidos considerando-se a possibilidade de plastificação da seção transversal.

A Análise Avançada é um método de análise que, de forma adequada, avalia simultaneamente a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo. Esse tipo de análise consiste, basicamente, em introduzir no modelo numérico e nas formulações a serem adotados diversos fatores considerados relevantes na análise da estrutura como, principalmente, os efeitos não lineares do material, decorrentes da plastificação da barra, os efeitos não lineares geométricos, global ( $P-\Delta$ ) e local ( $P-\delta$ ) e,

os efeitos causados pela flexibilidade das ligações, pelas imperfeições geométricas e pelas tensões residuais. Dessa forma, através das análises não lineares, geométricas e do material, é possível modelar com bastante precisão o comportamento real de cada barra e então, considerar adequadamente a compatibilidade entre a análise e o dimensionamento do sistema estrutural e seus elementos.

Visando adequar a formulação para a Análise Avançada desenvolvida considerando-se uma teoria geometricamente exata para barras no plano, de modo a assegurar o nível de confiabilidade adotado pela ABNT NBR 8800: 2008, torna-se necessário considerar os coeficientes de ponderação das resistências prescritos e calibrar as tensões residuais segundo a curva de resistência à compressão da norma brasileira. Após procedimentos e calibrações para o dimensionamento de barras, um estudo de caso é apresentado para validar a Análise Avançada proposta.

## **2 Modelo do elemento finito**

Neste artigo descreve-se o desenvolvimento de um elemento finito para a utilização na análise elastoplástica geometricamente exata de pórticos planos de aço. O desenvolvimento teórico apresentado, baseado numa formulação geometricamente exata, adaptada de Pimenta (1986), Lavall (1996) e Silva (2010) é feito dentro de uma rigorosa formulação Lagrangiana atualizada, utilizando a técnica corrotacional para a dedução consistente das matrizes do elemento de pórtico plano. Este elemento finito é mostrado na Figura 1. A formulação apresentada é bastante geral, considerando-se a hipótese de pequenas deformações, embora permita que os nós sofram grandes deslocamentos e rotações e as barras sofram grandes alongamentos e curvaturas.

No sistema global de referência  $(x, y)$  os nós possuem três graus de liberdade, sendo duas translações  $u$  e  $v$  nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, e uma rotação  $\theta$ , considerada positiva quando medida no sentido anti-horário. Considerando-se o sistema local de coordenadas corrotacional  $(x_r, y_r)$ , com origem no centro do elemento, define-se  $l_r$  como sendo o comprimento do elemento entre os seus nós de extremidade  $(a,b)$ , cujo ângulo com o eixo de referência global é  $\phi_r$ . Para um determinado nível de carregamento, o elemento encontra-se deformado na posição atualizada ou corrigida. Da mesma forma, introduz-se um sistema local de

coordenadas  $(x_c, y_c)$ , sendo  $\phi_c$  o ângulo entre a corda e o eixo global x. Para esta posição deformada, o ângulo entre a corda e a tangente é dado por  $(\alpha)$ .

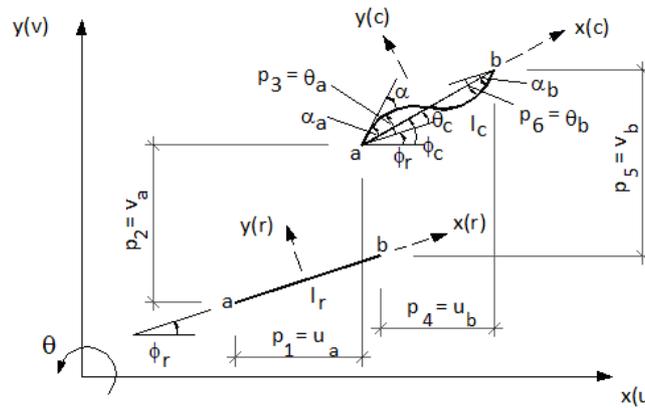


Figura 1 - Elemento de pórtico plano – Adaptada de Silva (2010)

Os graus de liberdade naturais e cartesiano do elemento são definidos, respectivamente, por:

$$q_{\alpha}^T = \{q_1 = l_c - l_r; q_2 = \alpha_a; q_3 = \alpha_b\}; \quad p = \{u_a; v_a; \theta_a; u_b; v_b; \theta_b\} \quad (1)$$

As relações entre os graus de liberdade naturais e cartesianos são importantes e listados abaixo:

$$\begin{cases} q_1 = l_c - l_r \\ q_2 = \alpha_a = \theta_a - \theta_c = p_3 - \phi_c + \phi_r \\ q_3 = \alpha_b = \theta_b - \theta_c = p_6 - \phi_c + \phi_r \end{cases} \quad (2)$$

A deformação longitudinal,  $\epsilon_x = f(q, \alpha)$ , é obtida dos campos de deslocamentos  $u(x)$  e  $v(x)$ , oriundos da hipótese cinemática de Bernoulli-Euler:

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{d\bar{u}}{dx} - y_r \frac{d\theta}{dx} = \bar{\epsilon}_x - y_r \alpha' \quad (3)$$

onde  $\bar{u}$  e  $\bar{\epsilon}_x$  são o deslocamento axial e a deformação longitudinal do eixo da barra, respectivamente, no sistema corrotacional. O equilíbrio do elemento é obtido com o auxílio do PTV, através de:

$$\int_{V_r} \sigma \delta \epsilon \, dV_r = P_i \delta p_i \quad (4)$$

onde  $dV_r$  é o elemento de volume na configuração de referência,  $\sigma$  a tensão normal,  $\delta\varepsilon$  a deformação longitudinal virtual,  $P$  as forças nodais e  $\delta p_i$  os deslocamentos nodais virtuais do elemento.

A deformação longitudinal virtual, com auxílio da regra da cadeia, é dada por:

$$\delta\varepsilon = \varepsilon_{,\alpha} q_{\alpha,i} \delta p_i \quad (5)$$

onde,  $\varepsilon_{,\alpha}$  é a derivada da deformação longitudinal em relação aos graus de liberdade naturais. Portanto, a equação de equilíbrio do elemento é dada por:

$$P_i = \left( \int_{V_r} \sigma \varepsilon_{,\alpha} dV_r \right) q_{\alpha,i} = Q_\alpha q_{\alpha,i} \quad (6)$$

Considerando a linearização das equações de equilíbrio, a diferenciação em relação a um escalar qualquer, que pode ser por exemplo um tempo (fictício), pode ser dada por:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial p} \frac{dp}{dt} = \mathbf{k}_t \frac{dp}{dt} \quad (7)$$

onde,  $\mathbf{k}_t$  é a matriz de rigidez tangente do elemento em coordenadas cartesianas. As componentes  $k_{ij}$  são obtidas por meio da diferenciação de  $P_i$  com relação às coordenadas cartesianas  $p_j$ :

$$\frac{\partial P_i}{\partial p_j} = k_{ij} = q_{\alpha,i} Q_{\alpha,\beta} q_{\beta,j} + Q_\alpha q_{\alpha,ij} \quad (8)$$

$$Q_{\alpha,\beta} = \int_{V_r} \left( \varepsilon_{,\alpha} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \varepsilon_{,\beta} + \sigma \varepsilon_{,\alpha\beta} \right) dV_r \quad (9)$$

A matriz de rigidez tangente do elemento é dada por:

$$k_{ij} = q_{\alpha,i} \left( \int_{V_r} \left( \varepsilon_{,\alpha} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \varepsilon_{,\beta} \right) dV_r \right) q_{\beta,j} + q_{\alpha,i} \left( \int_{V_r} (\sigma \varepsilon_{,\alpha\beta}) dV_r \right) q_{\beta,j} + Q_\alpha q_{\alpha,ij} \quad (10)$$

O primeiro termo da equação representa a parcela constitutiva, o segundo e o terceiro termos representam os efeitos P- $\delta$  e P- $\Delta$ , respectivamente.

### 3 Implementação computacional

As matrizes obtidas da formulação descrita na seção anterior foram implementadas no programa desenvolvido por Lavall (1996), para realizar a análise de problemas de

pórticos planos de aço, considerando-se a análise não linear elastoplástica. O programa foi escrito na linguagem FORTRAN 90 utilizando a plataforma VISUAL FORTRAN 6.0.

Para a solução numérica das equações não lineares utilizou-se o método de Newton-Raphson puro. No processo incremental-iterativo, o equilíbrio é verificado em cada iteração segundo um critério de convergência baseado nos deslocamentos.

Para a determinação dos coeficientes da matriz de rigidez considera-se a técnica das fatias, onde a seção transversal da barra é dividida em um grande número de fatias retangulares, buscando captar as variações de tensões e a propagação do escoamento ao longo da altura da seção transversal, além de permitir a implementação de qualquer modelo de distribuição de tensões residuais. Ao se considerar a não linearidade do material, permite-se que as fibras constituintes da seção transversal plastifiquem devido às tensões provenientes do carregamento aplicado serem superiores à tensão de escoamento do material. O modelo adotado, válido para pequenas deformações, considera a plasticidade distribuída ao longo das barras da estrutura ao dividi-las em elementos finitos.

#### **4 Procedimentos da ABNT NBR 8800:2008 e regras para a análise Avançada**

Para que uma estrutura tenha um comportamento adequado e seguro é necessário que no seu dimensionamento nenhum estado-limite seja excedido. O Método dos Estados-limites, adotado pela ABNT NBR 8800: 2008, utiliza uma sistemática de dimensionamento na qual a estrutura é verificada em várias situações extremas, caracterizadas pelos chamados Estados-limites Últimos (ELU) e Estados-limites de Serviço (ELS). As considerações a seguir são necessárias para assegurar o nível de confiabilidade adotado pela ABNT NBR 8800:2008 na Análise Avançada proposta.

**Lei constitutiva para o aço:** Neste trabalho, admite-se para o modelo constitutivo do aço o comportamento trilinear para as relações tensão-deformação, conforme mostra a Fig. 2. Nesse gráfico, o trecho OA corresponde à fase elástica do material que se inicia na origem até este atingir a resistência ao escoamento  $f_y$ , sendo  $\varepsilon_y$  a deformação correspondente ao início do escoamento. O trecho AB corresponde à fase plástica e define o patamar de escoamento do material, até atingir o valor da deformação

associada ao início do encruamento  $\varepsilon_e$  igual a  $12\varepsilon_y$ . O trecho BC representa a fase de encruamento do material, onde o aço sofre um revigoramento e a tensão volta a crescer com o aumento da deformação até atingir a tensão limite  $f_{lim} = 1,10f_y$ . A deformação correspondente a essa tensão é definida como deformação limite  $\varepsilon_{lim} = 0,04$ , acima da qual o material está sujeito à grandes deformações, valor também adotado por Bathe (1996). Neste trabalho as análises serão realizadas em regime de pequenas deformações limitando-se  $\varepsilon_{lim}$  em  $0,04$ .

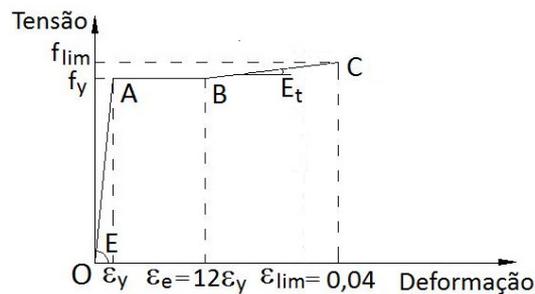


Figura 2 – Lei constitutiva característica para o aço estrutural

Visando assegurar o nível de confiabilidade adotado pela norma brasileira, a lei constitutiva para projeto será obtida dividindo-se os parâmetros  $f_y$  e  $f_{lim}$  pelo coeficiente de ponderação  $\gamma_{a1}$  para verificações relacionadas ao estado-limite de escoamento da seção bruta. Os valores das deformações associadas ao início do escoamento,  $\varepsilon_y$ , ao início do encruamento,  $\varepsilon_e$ , e à deformação limite,  $\varepsilon_{lim}$ , permanecem os mesmos. Admite-se que, até a deformação atingir a deformação limite  $\varepsilon_{lim}$ , o modelo constitutivo seja válido tanto para a tração quanto para a compressão.

**Seções transversais compactas:** A compactidade das seções transversais deve ser verificada para assegurar que a flambagem local não limite a capacidade de rotação da barra. Neste trabalho, admite-se que as seções transversais  $I$  e  $H$ , laminadas ou soldadas, sejam compactas e as limitações das dimensões de mesas e de almas para garantir essa compactidade são baseadas nos critérios adotados pela ABNT NBR 8800: 2008.

**Imperfeições geométricas:** As imperfeições relativas ao processo de fabricação das peças serão aproximadas pela forma linear, com a máxima amplitude da imperfeição inicial ocorrendo no meio do vão, tomada igual a  $L/1500$ , onde  $L$  é o comprimento do pilar. As imperfeições de montagem serão levadas em conta nas análises admitindo,

em cada andar, um deslocamento horizontal relativo entre os níveis inferior e superior de  $h/333$ , onde  $h$  é a altura do andar considerado.

**Instabilidade lateral:** Neste trabalho será admitido que as barras da estrutura sejam suficientemente contraventadas fora do plano, para evitar a ocorrência da flambagem lateral com torção (FLT) e garantir uma adequada capacidade de rotação, tendo em vista a análise elasto-plástica.

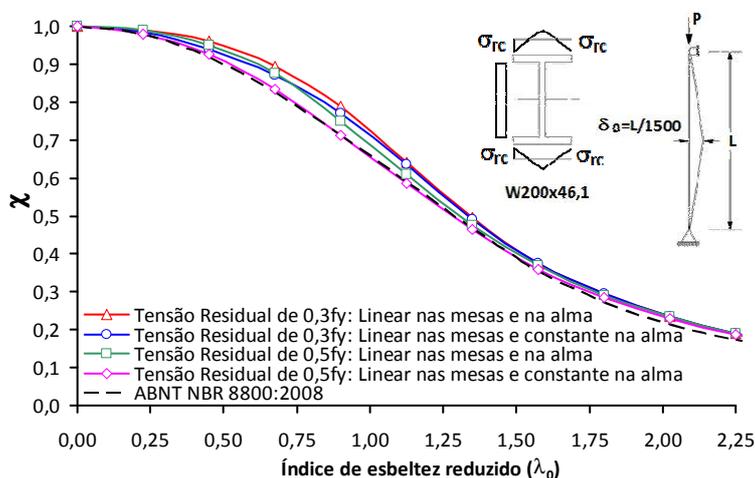
**Não linearidades geométrica e de material:** Os efeitos  $P-\Delta$  e  $P-\delta$ , oriundos da análise geometricamente exata são contemplados nas análises. A não linearidade do material é levada em conta nas análises através do método da plasticidade distribuída ou método da zona plástica, que permite acompanhar o processo de plastificação ao longo da altura da seção transversal e ao longo do comprimento da barra. As tensões residuais, responsáveis pelo início precoce do comportamento não linear do material também são levadas em conta na análise.

## 5 Calibrações para análise avançada

### 5.1 Calibração das tensões residuais a serem utilizadas na Análise Avançada

Nesta seção apresenta-se o estudo da calibração da magnitude e da distribuição das tensões residuais a serem utilizadas na Análise Avançada proposta, visando garantir o nível de confiabilidade estabelecido pela curva de resistência última adotada pela ABNT NBR 8800: 2008, considerando-se os eixos de maior e menor inércia. A norma brasileira adota uma curva única de resistência para barras com curvatura inicial de  $L/1500$ , para ambos os eixos, de maior e de menor inércia. Essa curva fornece o valor do fator de redução adimensional  $\chi$ , associado à resistência à compressão, em função do índice de esbeltez reduzido  $\lambda_0$ . As calibrações foram realizadas considerando-se apenas o pilar birrotulado constituído pelo perfil laminado  $W 200 \times 46,1$ , com os seguintes índices de esbeltez  $20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180$  e  $200$ . A Figura 3 apresenta as curvas de resistência determinadas pela presente formulação, considerando-se o eixo de maior inércia, e a curva de dimensionamento à compressão da ABNT NBR 8800: 2008. Observa-se que as curvas de resistência obtidas numericamente descrevem um comportamento semelhante ao da curva de resistência

da norma, em toda a faixa de esbeltez. Visando à calibração, verifica-se que a curva que melhor se aproxima da curva de resistência da ABNT NBR 8800: 2008 corresponde àquela com tensão residual  $\sigma_{rc}=0,5 f_y$ , com distribuição linear nas mesas e constante na alma, além da imperfeição geométrica inicial igual a  $L/1500$ . Observa-se, a excelente correlação dessa curva com a curva de resistência da norma brasileira.



Após a calibração feita para o eixo de maior inércia, verifica-se a validade da curva de resistência para o eixo de menor inércia. Dessa forma, considera-se  $\sigma_{rc}$  igual a  $0,5 f_y$ , com distribuição linear nas mesas e constante na alma e a imperfeição geométrica de  $L/1500$ .

Conforme mostra a Fig. 4 verifica-se que a utilização da curva única prescrita pela ABNT NBR 8800: 2008, que forneceu uma excelente correlação para a resistência em relação ao eixo de maior inércia, não fornece a mesma aproximação para a resistência em relação ao eixo de menor inércia, apresentando resistência superior àquela da análise avançada, com diferença máxima em torno de 25% para a região de  $\lambda_0$  próximo de 1,0.

## 5.2 Resistência de projeto para pilares

Considerando-se a lei constitutiva de projeto (item 4), a distribuição de tensões residuais, linear nas mesas e constante na alma com  $\sigma_{rc}=0,5f_y$ , calibrada anteriormente, e a imperfeição geométrica inicial  $L/1500$ , foram calculadas as resistências máximas de projeto segundo o eixo de maior inércia, para pilares curtos, intermediários e longos com diferentes condições de contorno. Foram utilizados, para

comparação, o programa proposto para análise avançada e os procedimentos da ABNT NBR 8800: 2008, cujos resultados são mostrados na Fig. 5. Observa-se uma ótima correlação entre as resistências de projeto alcançadas pela norma brasileira e pela Análise Avançada, para o eixo de maior inércia.

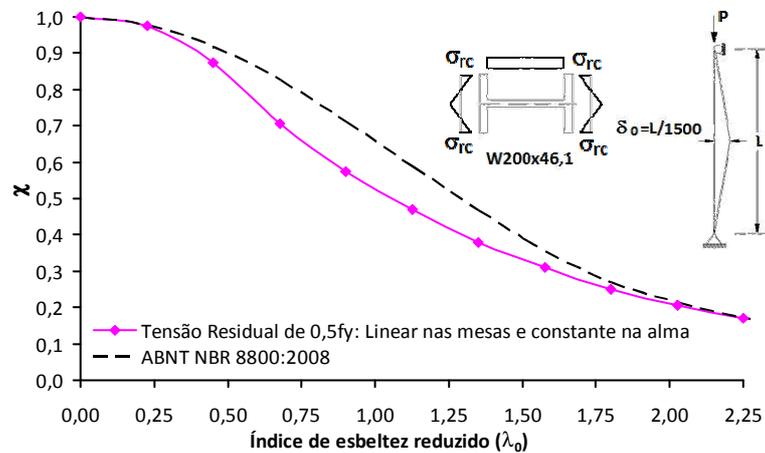


Figura 4 - Curvas de resistência em torno do eixo de menor inércia

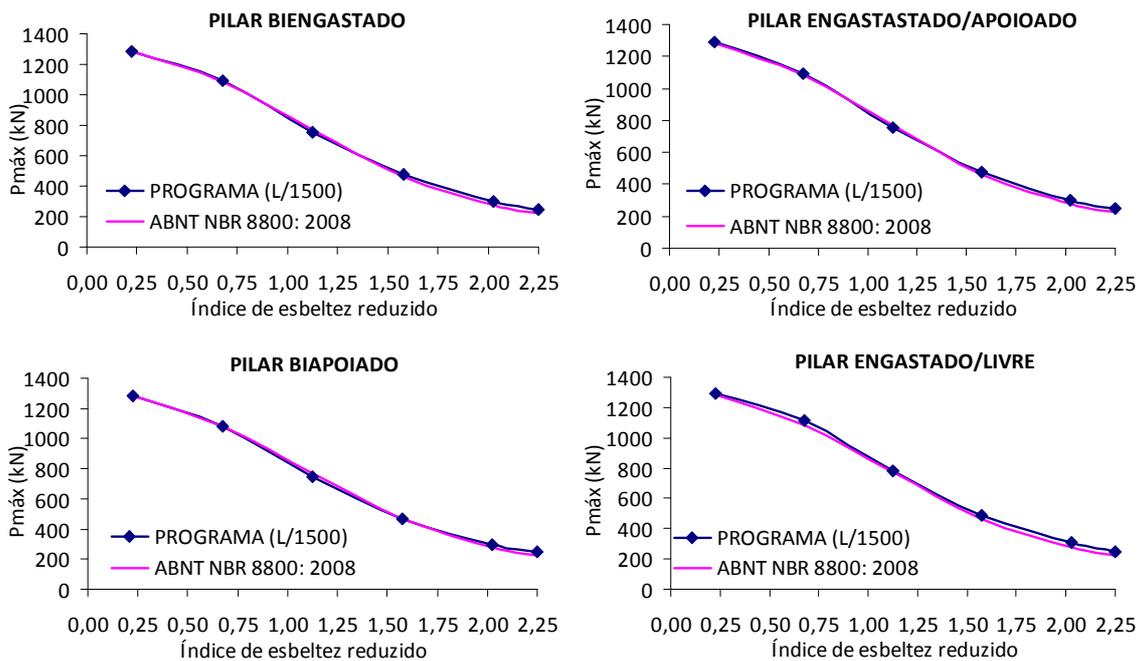


Figura 5 - Curvas de resistência de projeto para pilares com diferentes condições de contorno para o eixo de maior inércia

Novamente, considerando-se a lei constitutiva de projeto, a distribuição de tensões residuais, linear nas mesas e constante na alma com  $\sigma_{rc}=0,5f_y$  e a imperfeição geométrica inicial  $L/1500$ , foram calculadas as resistências máximas de projeto

segundo o eixo de menor inércia, para pilares curtos, intermediários e longos, com diferentes condições de contorno conforme a Fig. 6.

Observa-se que, para praticamente toda a faixa de  $0,2 < \lambda_0 \leq 1,60$ , os resultados fornecidos pela ABNT NBR 8800: 2008 apresentam valores de resistência superiores àqueles obtidos pela Análise Avançada, conforme era esperado, em função dos resultados mostrados na Fig. 4, alcançando-se uma diferença em torno de 20% para a região de  $\lambda_0$  próximo a 1,0.

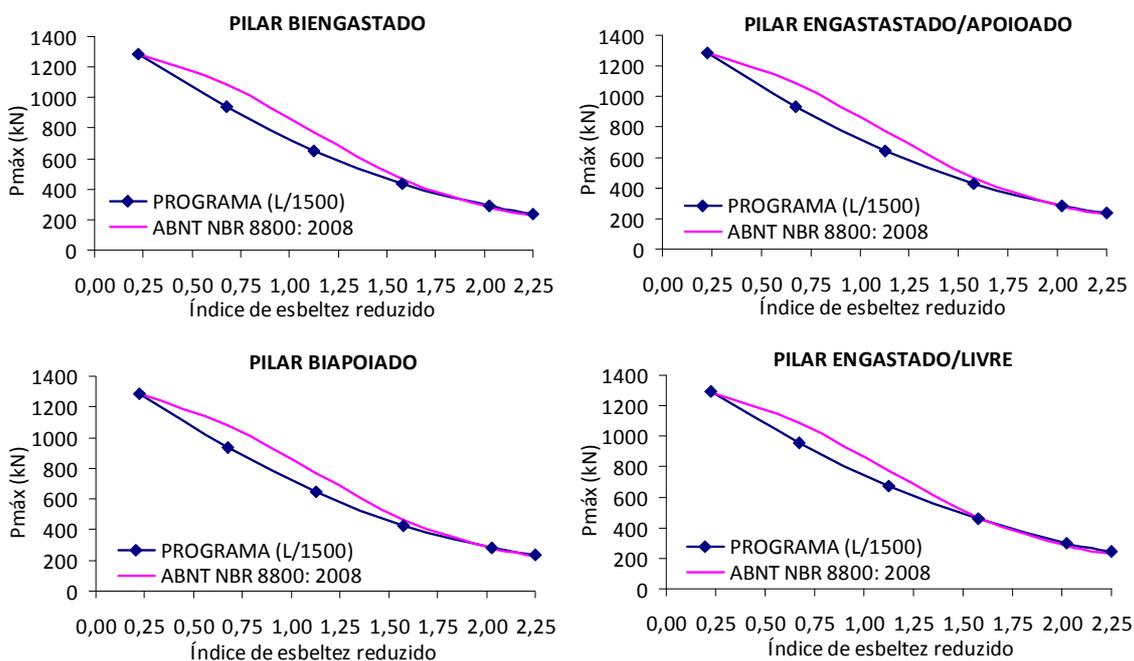


Figura 6 - Curvas de resistência de projeto para pilares com diferentes condições de contorno para o eixo de menor inércia

### 5.3 Comparação entre as curvas de interação característica da Análise Avançada e da NBR 8800

Nesta seção comparam-se as curvas de interação característica obtidas usando-se as equações de interação da ABNT NBR 8800: 2008 com as curvas obtidas pela Análise Avançada, considerando-se a lei constitutiva característica conforme a Fig. 2 e as calibrações para as tensões residuais e imperfeições geométricas apresentadas no item 5.1. Para isso, é analisado um pilar birrotulado submetido à ação combinada de força normal e momento fletor, primeiramente, segundo o eixo de maior inércia e, posteriormente, segundo o eixo de menor inércia. Quando contenções laterais apropriadas e perfis de seção compacta são empregados, as equações de interação,

são escritas de forma simplificada, conforme as Eqs. (11) e (12), onde  $N_{Sk}$  é a força axial solicitante característica de compressão;  $N_{Rk}$  é a força axial resistente nominal;  $M_{Sk}$  é o momento fletor solicitante característico considerando-se os efeitos não lineares geométricos e  $M_{Rk}$  é o momento fletor resistente nominal, neste caso adotado igual ao momento plástico.

$$\frac{N_{Sk}}{N_{Rk}} + \frac{8M_{Sk}}{9M_{Rk}} = 1,0 \quad \text{para} \quad \frac{N_{Sk}}{N_{Rk}} \geq 0,2 \quad (11)$$

$$\frac{N_{Sk}}{2N_{Rk}} + \frac{M_{Sk}}{M_{Rk}} = 1,0 \quad \text{para} \quad \frac{N_{Sk}}{N_{Rk}} < 0,2 \quad (12)$$

Para a análise numérica, pilares com índices de esbeltez  $\lambda = l/r$  iguais a 40, 80 e 140 foram divididos em 10 elementos e a seção transversal do perfil W 200x46,1 em aço ASTM A36, foi dividida em 50 fatias, sendo 20 para cada mesa e 10 para a alma. Adotou-se uma imperfeição geométrica inicial linear  $\delta_0 = L/1500$  e para as tensões residuais, a distribuição linear nas mesas e constante na alma, sendo  $\sigma_{rc} = 0,5f_y$ . As Figs. 7 e 8 apresentam as curvas de interação característica para o pilar ideal (livre de imperfeições geométricas e tensões residuais), para a Análise Avançada (considerando-se a combinação de tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais) e para ABNT NBR 8800: 2008, segundo os eixos de maior e menor inércia, respectivamente.

Considerando-se, primeiramente, a Fig. 7, onde se estuda a flexão segundo o eixo de maior inércia, observa-se um comportamento similar entre as curvas da Análise Avançada e da ABNT NBR 8800: 2008, para os índices de esbeltez estudados. Os resultados da Análise Avançada são, geralmente, mais conservadores do que aqueles obtidos pela norma brasileira. Os resultados para o pilar ideal representam um limite superior em relação àqueles da Análise Avançada e da norma brasileira.

Analisando-se a Fig. 8, onde se estuda a flexão segundo o eixo de menor inércia, pode-se observar um comportamento distinto entre as curvas da Análise Avançada e da ABNT NBR 8800: 2008. Para índices de esbeltez baixos os resultados da norma brasileira são mais conservadores em relação à Análise Avançada. Para índices de esbeltez intermediários e altos os resultados da norma levam, geralmente, a maiores

resistências do que aqueles obtidos pela Análise Avançada, conforme esperado, em função dos resultados das calibrações mostrada na Fig. 4.

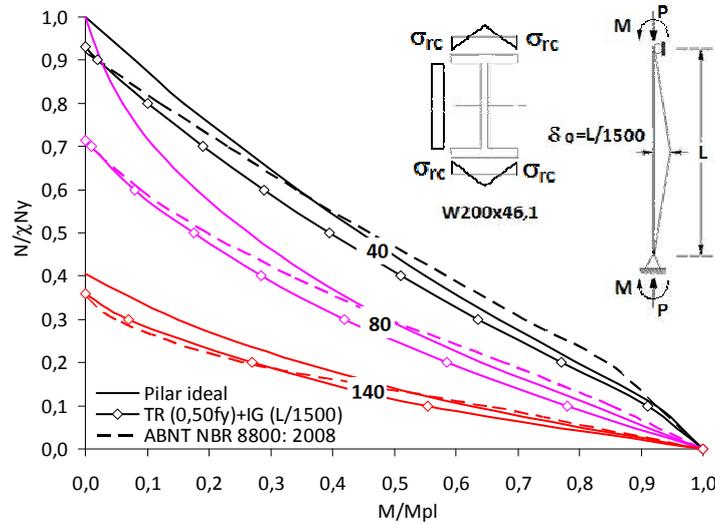


Figura 7 - Comparação entre curvas de interação característica para o eixo de maior inércia

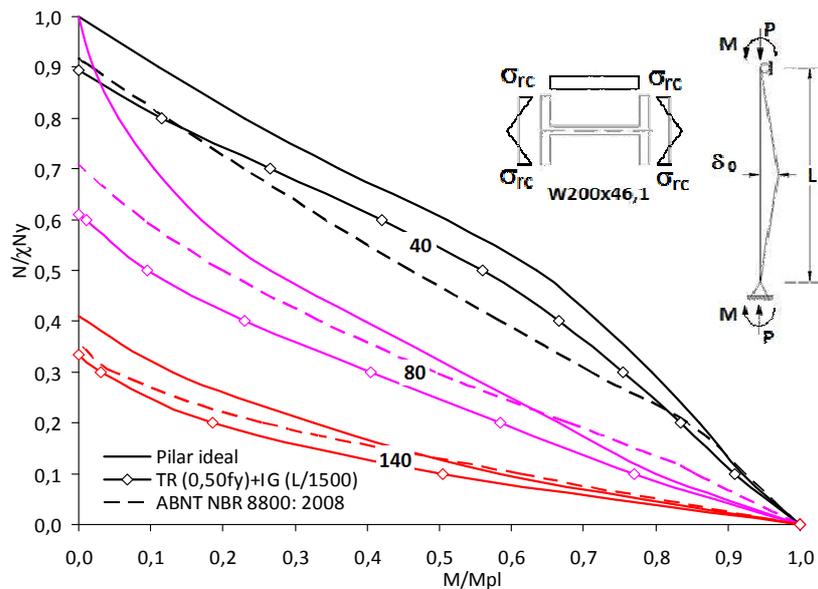


Figura 8 - Comparação entre curvas de interação característica para o eixo de menor inércia

## 6 Portal de Vogel

### 6.1 Validação da Análise Avançada

O pórtico de Vogel (1985), cuja geometria é mostrada na Fig. 9, é um dos mais simples e utilizado por diversos autores como referência na validação de análises não lineares, geométricas e do material. O pórtico, engastado nas bases, está sujeito às cargas verticais de  $2800 \text{ kN}$  e a uma força horizontal de  $35 \text{ kN}$  no topo do pilar da esquerda. Os pilares e a viga são constituídos pelos perfis laminados europeus HEB 300 e HEA

340, respectivamente. Imperfeições geométricas globais iguais a  $h/400$  no topo do pórtico e imperfeições geométricas locais com flecha máxima igual a  $L/1000$  no meio do vão dos pilares são consideradas no modelo. O comportamento do material é elástico perfeitamente plástico, com o módulo de elasticidade longitudinal igual a  $20500 \text{ kN/cm}^2$  e resistência ao escoamento igual a  $23,5 \text{ kN/cm}^2$ . Dois tipos de distribuição de tensões residuais são estudados, definindo-se como tipo 1 a distribuição linear nas mesas e na alma e como tipo 2 a distribuição linear nas mesas e constante na alma, conforme mostra a Fig. 10. A viga e os pilares são lateralmente contidos fora do plano e as seções transversais dos perfis são consideradas compactas para que não ocorram instabilidades locais. Para a realização da Análise Avançada proposta neste trabalho considerou-se cada barra discretizada em apenas 4 elementos (sem perda na precisão dos resultados) e as seções transversais foram divididas em 50 fatias, sendo 20 em cada mesa e 10 na alma, visando melhor representar as distribuições das tensões residuais.

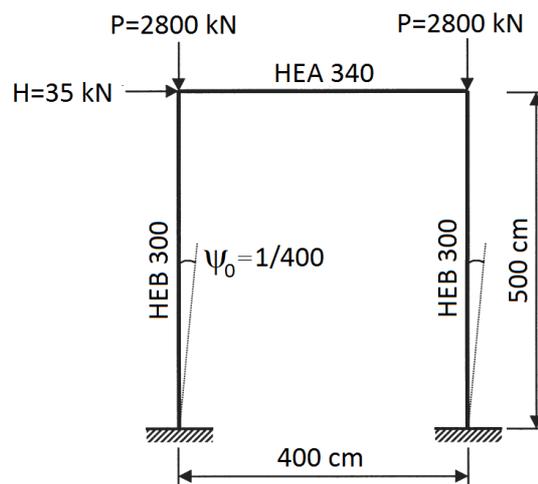


Figura 9 – Pórtico de Vogel (1985)

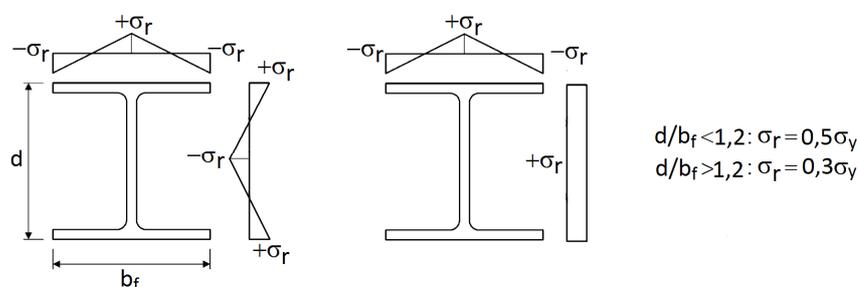


Figura 10 – Distribuição das tensões residuais

Diversos pesquisadores utilizaram o portal de Vogel para validar suas formulações. Vogel (1985) analisou a estrutura considerando a plasticidade distribuída através de elementos de pórtico e a plasticidade concentrada pelo método da rótula plástica. Ziemian (1993), Clarke (1994) e Barsan e Chiorean (1999), analisaram o portal com elementos de barras considerando a plasticidade distribuída. Avery e Mahendran (2000) e Kim e Lee (2002) utilizaram elementos de casca do programa comercial ABAQUS e Chen et al. (1996) consideraram a plasticidade concentrada pelo método das rótulas plásticas refinadas.

A Fig. 11 apresenta, graficamente, os resultados da evolução dos deslocamentos no topo do pilar da direita em função do fator de carga  $e$ , também, os valores do fator da carga de colapso levando-se em conta a influência das tensões residuais e sem a consideração dessas tensões. Os resultados obtidos pela Análise Avançada proposta são comparados com aqueles fornecidos por Barsan e Chiorean (1999), onde se observa uma boa correlação entre os resultados principalmente quando não se consideram as tensões residuais. Ao se levar em conta as tensões residuais nas análises, apesar dos fatores da carga de colapso apresentarem boa correlação, o comportamento elastoplástico mostrado no gráfico, a partir do fator de carga  $f=0,6$ , é bastante distinto entre as análises. O efeito das tensões residuais no comportamento do pórtico obtido pela Análise Avançada proposta é mais acentuado, levando a maiores deslocamentos na estrutura.

A Fig. 12 apresenta os resultados do comportamento fator de carga versus deslocamento no topo do pilar da direita até o colapso obtidos pelo programa desenvolvido considerando-se a distribuição tipo 1 das tensões residuais, juntamente com os resultados encontrados na literatura. Adicionalmente, na Tab. 1 são apresentados os resultados para o fator de carga no instante do colapso,  $f_c$ , e o tipo de análise realizada pelos diversos autores citados anteriormente. Analisando-se o gráfico da Fig. 12 e a Tab. 1, pode-se concluir que os resultados obtidos pelo presente trabalho apresentam uma boa correlação com aqueles obtidos na literatura.

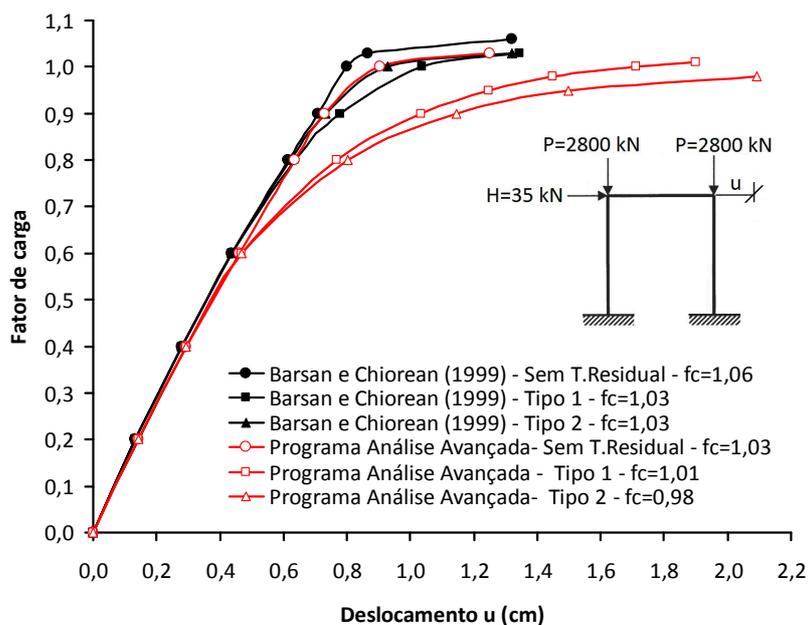


Figura 11 - Deslocamento no topo do pilar direito em função do fator de carga com e sem a influência das tensões residuais

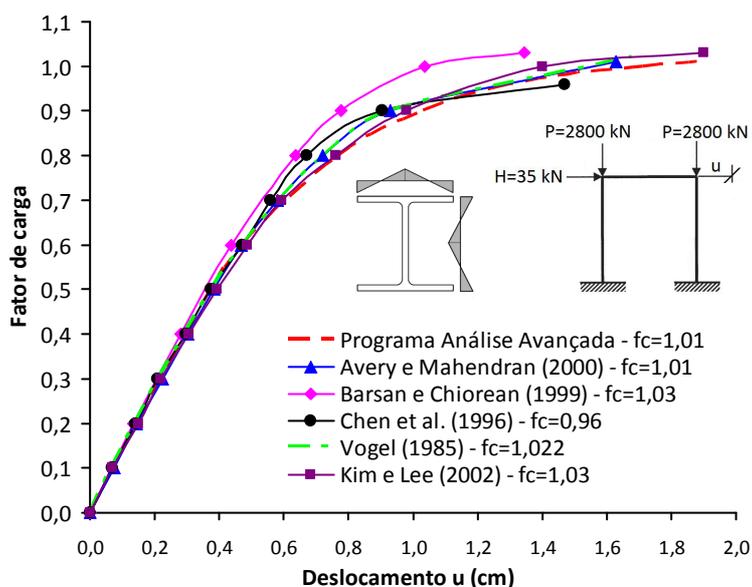


Figura 12 - Deslocamento no topo do pilar direito em função do fator de carga

Tabela 1 - Fator da carga de colapso do portal

Referência	Método de Análise	Fator da carga de colapso ( $f_c$ )
Vogel (1985)	PDP	1,022
	RP	1,017
Chen et al. (1996)	RPR	0,960
Barsan e Chiorean (1999)	PDP	1,030
Avery e Mahendran (2000)	PDC	1,010
Kim e Lee (2002)	PDC	1,030
Presente trabalho	PDP	1,010

Legenda- PDP: Plasticidade distribuída com elementos de pórtico; PDC: Plasticidade distribuída com elementos de casca (ABACUS); RP: Rótula plástica; RPR: Rótula plástica refinada

A Figura 13-a mostra a distribuição da plastificação ao longo dos pilares do portal no instante imediatamente anterior ao colapso, obtida pela Análise Avançada proposta, por Vogel (1985) e por Barsan e Chiorean (1999). Pode-se observar que cerca de 60% da seção transversal dos pilares ao longo do seu comprimento estão plastificados. Neste caso particular, a plasticidade é dominada principalmente pela ação das cargas verticais. A tensão residual faz com que a seção transversal atinja precocemente a tensão de escoamento do material, produzindo zonas escoadas nas mesas e em parte da alma do perfil, conforme mostra a Fig. 13-b. Nota-se que a distribuição da plastificação na seção 1-1 foi exatamente a mesma encontrada por Vogel (1985).

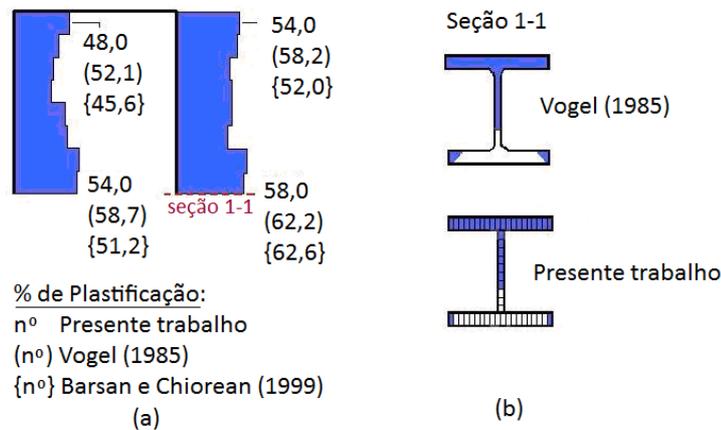


Figura 13 – (a) Plastificação nos pilares do portal, (b) Plastificação na seção 1-1

A Fig. 14 apresenta os diagramas de força normal e de momento fletor no instante do colapso do pórtico. Os resultados obtidos pelo presente trabalho são comparados com aqueles obtidos por Vogel (1985) e Ziemian (1993) através do método da zona plástica e por Chen et al. (1996) através do método da rótula plástica refinada. Novamente, pode-se afirmar que os resultados obtidos pelo programa desenvolvido apresentam uma boa correlação com os resultados encontrados na literatura.

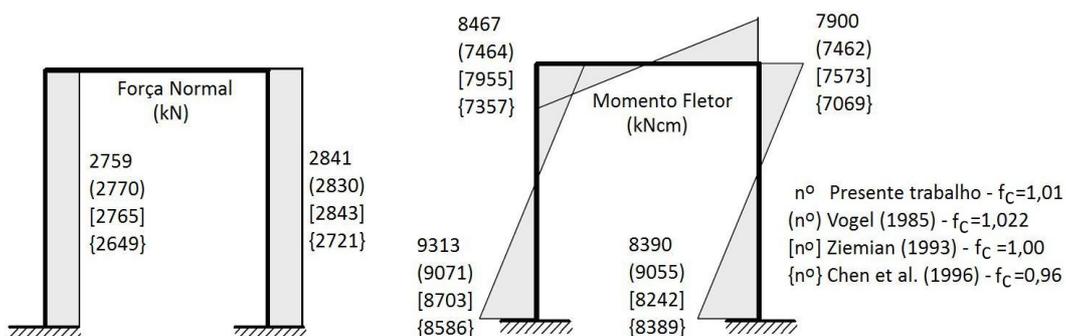


Figura 14 – Diagramas de força normal e de momento fletor no instante do colapso

## 6.2 Comparação com os procedimentos da ABNT NBR 8800:2008

Após a validação da formulação realizada anteriormente, nesta seção os pilares e a viga do pórtico de Vogel (1985) são verificados ao estado-limite último, com base nos procedimentos da ABNT NBR 8800: 2008, para 100% do carregamento majorado aplicado na estrutura, cujos resultados são comparados com os da Análise Avançada.

Dessa forma, considerando a norma brasileira, o pórtico é novamente analisado, considerando agora uma imperfeição global nos pilares com inclinação de  $h/333$  no topo do pórtico, sendo  $h$  a altura do andar e a distribuição linear nas mesas e constante na alma para representar as tensões residuais, com  $\sigma_{rc}=0,50f_y$ . A lei constitutiva de projeto trilinear apresentada na seção 4 é utilizada visando assegurar o nível de confiabilidade adotado pela norma. Sendo assim, os parâmetros  $f_y=235 \text{ MPa}$  e  $f_{lim}=1,10f_y$  são divididos pelo coeficiente de ponderação  $\gamma_{a1}=1,10$  para verificações relacionadas ao estado-limite último. O módulo de elasticidade longitudinal é igual a  $200000 \text{ MPa}$ . Neste exemplo a flexão nos pilares e na viga ocorre em torno do eixo de maior inércia.

Segundo as recomendações da ABNT NBR 8800: 2008, o pórtico é classificado como de média deslocabilidade, uma vez que a relação entre o deslocamento lateral relativo à base do pórtico sob não linearidade geométrica (teoria de 2ª ordem) e aquele sob linearidade geométrica (teoria de 1ª ordem) está situado entre os valores limites de 1,10 e 1,40. Portanto, para a determinação dos esforços solicitantes é realizada uma análise elástica sob não linearidade geométrica. Os efeitos das imperfeições iniciais do material foram levados em conta na análise reduzindo-se a rigidez à flexão e a rigidez axial das barras para 80% dos valores originais.

A Tab. 2 mostra os valores da força normal e do momento fletor máximo nos pilares e na viga do pórtico, bem como o resultado das equações de interação para a verificação aos estados-limites últimos, considerando a análise elástica sob não linearidade geométrica e 100% do carregamento. Observa-se que os pilares do pórtico não passam nas verificações à solicitação combinada, sendo os resultados maiores que a unidade, ou seja, a estrutura suporta aproximadamente 86,2% do carregamento total aplicado. Considerando-se a Análise Avançada, a estrutura entrou em colapso antes de atingir o

carregamento total aplicado, isto é, com 87,8% desse carregamento. Neste exemplo, onde a flexão das barras ocorre em relação ao eixo de maior inércia, os resultados alcançados utilizando-se as prescrições da ABNT NBR 8800: 2008 apresentam boa correlação com os resultados da Análise Avançada.

Tabela 2 – Esforços solicitantes nas barras e resultados das equações de interação para verificação ao estado-limite último considerando-se a análise elástica com redução das rigidezes e os efeitos P- $\Delta$  e P- $\delta$

Barra	Força normal (kN)	Momento fletor máximo (kNcm)	Equação de Interação da ABNT NBR 8800:2008
Pilar da esquerda	2763	8952	1,13
Viga	17	7359	0,19
Pilar da direita	2837	8923	1,16

## 7 Conclusões

A Análise Avançada refere-se a um método de análise que, de forma adequada, avalia simultaneamente a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural como um todo, de tal forma que as verificações posteriores de cada elemento separadamente, conforme fazem as normas técnicas, possam ser dispensadas. Essa análise pode prever com bastante precisão os possíveis modos de falha de uma estrutura, apresentar um nível mais uniforme de segurança e proporcionar um maior índice de confiabilidade na análise e dimensionamento, ao se utilizar adequadamente os fatores de combinação das ações e os coeficientes de ponderação das resistências.

Visando adequar a Análise Avançada proposta de modo a assegurar o nível de confiabilidade adotado pela ABNT NBR 8800: 2008, foram utilizados os coeficientes de ponderação das resistências prescritos e calibradas as tensões residuais segundo a curva de resistência à compressão, visando ao projeto de pórticos de aço.

O pórtico de Vogel (1987) foi analisado com o objetivo de demonstrar como a Análise Avançada proposta, considerando todos os atributos não lineares apresentados neste trabalho, pode ser usada no dimensionamento de estruturas. No exemplo analisado, onde a flexão das barras ocorre em relação ao eixo de maior inércia, os resultados alcançados utilizando-se as prescrições da ABNT NBR 8800: 2008 apresentaram uma boa correlação com os resultados da Análise Avançada.

## 8 Agradecimentos

Os autores são gratos a CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e a FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais, pelo apoio recebido para a realização deste trabalho de pesquisa.

## 9 Referências bibliográficas

ABNT NBR 8800:2008. Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios, ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

AVERY, P., MAHENDRAN, M., Distributed plasticity analysis of steel frame structures comprising non-compact sections, *Engineering Structures*, 2000, v. 22, p. 901-919.

BARSAN G.M., CHIOREAN C.G. Influence of residual stress on the carrying-capacity of steel framed structures. Numerical investigation, *Stability and Ductility of Steel Structures*, 1999, Elsevier Science Pub., p. 317-324.

BATHE, K. J. Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Prentice Hall, 1996.

CHEN, W.F., GOTO, Y., LIEW, J.Y.R., *Stability design of semi-rigid frames*. John Wiley & Sons, 1996.

CLARKE, M.J. *Advanced analysis of steel frames: theory, software and applications*. CRC Press, Boca Raton. In: CHEN, W.F., TOMA, S., (Ed.). 1994.

KIM, S.-E., LEE, D.H., Second-order distributed plasticity analysis of space steel frames. *Engineering Structures*, 2002, v. 24(6), p. 735–44.

LAVALL, A. C. C. Uma Formulação Teórica Consistente para a Análise Não-linear de Pórticos Planos pelo Método dos Elementos Finitos Considerando Barras com Imperfeições Iniciais e Tensões Residuais nas Seções Transversais. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 1996.

PIMENTA, P. M. Análise Não-Linear de Pórticos Planos. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, EPUSP, São Paulo, 1986. (Boletim Técnico)

SILVA, R. G. L. Análise Inelástica Avançada de Pórticos Planos de Aço Considerando as Influências do Cisalhamento e de Ligações Semirrígidas. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, Brasil, 2010.

VOGEL, U., *Calibratin Frames*. *Stahlbau* 10: 295-301, 1985.

ZIEMIAN, R.D., Examples of frame studies used to verify advanced methods of inelastic analysis. In: *Plastic hinge based methods for advanced analysis and design of steel frames*. Structural Stability Resesearch Council. Lehigh University, Bethlehem, PA, 1993.

## Avanços e discussões sobre análise, dimensionamento e experimentos de sistemas estruturais

Luiz Carlos Marcos Vieira Junior,<sup>1\*</sup> Gustavo Henrique Siqueira<sup>2</sup> e Leandro Mouta Trautwein<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Professor, Departamento de Engenharia de Estruturas da FEC-Unicamp  
[vieira@fec.unicamp.br](mailto:vieira@fec.unicamp.br)

<sup>2</sup> Professor, Departamento de Engenharia de Estruturas da FEC-Unicamp  
[siqueira@fec.unicamp.br](mailto:siqueira@fec.unicamp.br)

<sup>3</sup> Professor, Departamento de Engenharia de Estruturas da FEC-Unicamp  
[leandromt@fec.unicamp.br](mailto:leandromt@fec.unicamp.br)

### Advances and Discussions on the Analysis, Design, and Experiments of Structural Systems

#### **Resumo**

O atual desenvolvimento dos computadores vem impulsionando a ideia de simultaneamente modelar e verificar um sistema estrutural de forma integral, levando em consideração a interação entre todos os elementos que o compõem. O artigo apresenta uma breve revisão da literatura publicada sobre sistemas estruturais e subdivide o tópico em análise estrutural, dimensionamento e análise experimental. Este trabalho tem como objetivo informar e discutir os avanços e limitações encontrados nas atuais pesquisas e normas de dimensionamento.

**Palavras-chave:** *análise estrutural, dimensionamento, experimentos, sistemas estruturais.*

#### **Abstract**

The recent developments of computing power is stimulating the idea of assessing the system strength simultaneously to its structural analysis, taking into account the interaction between all elements that form the structural system. This paper presents a brief literature review on the topic. The literature review is divided in: system structural analysis, system design, and system experimental analysis. This paper aims to inform and discuss advances and limitations found in the design specifications and current research.

**Keywords:** *structural analysis, design, experiments, structural systems.*

## 1 Introdução

As normas de dimensionamento são baseadas no método dos estados-limites; assim sendo, a estrutura supostamente atinge a sua resistência-limite e portanto provavelmente tem comportamento não linear. O comportamento não linear provém de mudanças na geometria – não linearidade geométrica – e de plastificação das barras ou ligações – não linearidade física. A não linearidade do sistema estrutural pode ser levada em conta pelo uso de métodos semiempíricos ou análise numérica que considere as não linearidades.

Com o advento de novos programas computacionais, é possível que o engenheiro projetista faça uma análise inelástica de segunda ordem, que considere a plastificação das barras (formação de rótulas plásticas) e a redistribuição dos esforços internos. Porém, uma prática usual dos engenheiros projetistas é a de dividir o dimensionamento de uma estrutura em duas fases: (i) análise elástica do sistema estrutural, para determinar os esforços internos devidos às combinações de carregamento prescritas nas normas; e (ii) dimensionamento de cada barra de acordo com as equações das normas. Note que as equações de dimensionamento admitem o comportamento não linear das barras, enquanto a análise estrutural é elástica linear. Nessa prática não há uma preocupação em compatibilizar a resistência de cada barra encontrada pelas normas técnicas e o modelo numérico elástico linear do sistema estrutural; assim, não é possível afirmar que todas as barras irão resistir ao carregamento na configuração deformada.

O presente artigo procura informar os projetistas sobre as pesquisas desenvolvidas em sistemas estruturais e os avanços nas normas de dimensionamento provenientes dessas pesquisas. Por outro lado, o artigo também informa pesquisadores sobre importantes estudos desenvolvidos e áreas que ainda demandam pesquisas. Os autores acharam necessário subdividir o tópico em três áreas que serão discutidas a seguir: análise estrutural, dimensionamento e análise experimental.

## 2 Análise Estrutural

Os avanços relacionados à análise estrutural de sistemas estruturais estão diretamente relacionados ao desenvolvimento do método dos elementos finitos. Nos modelos que utilizam elementos finitos de pórtico, cada elemento é discretizado em segmentos ao longo do seu comprimento, e a seção transversal também pode ser subdividida em elementos planos, para que a plastificação parcial da seção seja avaliada. Para avaliar a plastificação da seção transversal, Chen e Kim (1997) descrevem os três métodos mais utilizados: (i) método da rótula elastoplástica; (ii) método da rótula plástica refinada; e (iii) método da zona plástica. Já no âmbito do desenvolvimento da formulação do elemento finito de barra, cabe ressaltar as pesquisas publicadas em Kim et al. (2001a, b, c), que desenvolveram elementos finitos bidimensionais usando funções de estabilidade. As pesquisas publicadas em Ziemian et al. (1992a, b) também são de suma importância, já que apresentaram modelos e ferramentas para análise inelástica de segunda ordem de estruturas bi e tridimensionais.

Em Kim et al. (2001a, b, c), é apresentada a formulação para elementos finitos de barras que usam funções de estabilidade para considerar efeitos de segunda ordem associados a  $P-\delta$  e  $P-\Delta$  (relação entre força e deformação atuante na barra). A principal vantagem de se utilizarem essas funções de estabilidade é que poucos elementos são necessários para discretizar uma barra. O módulo de elasticidade tangente é utilizado para levar em conta a não linearidade do material e as tensões residuais. O modelo desenvolvido por Kim et al. (2001c) considera a rigidez parcial das rótulas plásticas. Kim et al. (2001c) também compararam o modelo desenvolvido a outras aproximações e concluíram que este é adequado para a análise e dimensionamento de sistemas estruturais. Observe-se que não é necessária a verificação isolada de cada barra do sistema estrutural, já que esta encontra-se acoplada ao modelo numérico. No entanto, as imperfeições iniciais, a instabilidade local, a instabilidade global (lateral com torção e flexo-torção), assim como o empenamento da seção transversal não foram considerados nesse modelo. Kim et al. (2001c) aplicaram o método desenvolvido para estruturas com ligações semirrígidas, porém continuaram com as mesmas restrições nos modelos.

Ziemian et al. (1992a) analisaram numericamente – análise inelástica de segunda ordem – o comportamento de diversos pórticos metálicos bidimensionais. Nas análises foram considerados a imperfeição inicial global, as instabilidades globais e o empenamento da seção transversal. Ziemian et al. (1992a) propuseram o uso da análise inelástica de segunda ordem para modelos de barras, como alternativa à verificação da resistência do sistema estrutural. Em Ziemian et al. (1992b), a mesma proposta foi estendida para o dimensionamento de pórticos tridimensionais. A metodologia de análise e verificação simultâneas do sistema estrutural foi chamada de análise avançada. Ziemian et al. (1992a, b) ressaltaram os benefícios da análise avançada assim como áreas a serem desenvolvidas para que os procedimentos normativos adotem o método.

Ziemian et al. (1992a, b) também disponibilizaram gratuitamente o software de análise estrutural chamado Mastan2, que faz análise estática incremental de pórticos bi e tridimensionais. A não linearidade geométrica é considerada pela formulação Lagrangiana na atualização da matriz de rigidez global da estrutura, enquanto a plastificação da seção transversal é avaliada pelo método das rótulas elastoplásticas. O software também possibilita a consideração de tensões residuais e imperfeição inicial global. Infelizmente, a formulação limita-se a consideração de seções duplamente simétricas, e o software não considera a instabilidade local e distorcional, dificultando o seu uso no dimensionamento de perfis formados a frio.

A maioria das pesquisas Brasileiras com enfoque em Sistemas Estruturais está relacionada a contribuições na área de Análise de Sistemas Estruturais. Lavall (1989), em sua dissertação de mestrado, foi um dos primeiros pesquisadores brasileiros a apresentar ferramentas numéricas voltadas à análise de pórticos metálicos. Lavall (1989) apresentou um tratamento matricial para a solução do problema de análise não linear geométrica, com base na teoria dos pequenos deslocamentos. A não linearidade física foi considerada pelo método da rótula elastoplástica. Já Lavall (1996), tese de doutorado, considerou as imperfeições iniciais das barras e utilizando o método das fatias, proposto em Pimenta (1986), Lavall (1996) também considerou as tensões residuais nas barras e a não linearidade física. Lavall estabeleceu-se como professor na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), e seu grupo de pesquisa continua implementado rotinas ao programa desenvolvido. Almeida (2006), orientado pelo

professor Lavall, implementou a possibilidade de analisar ligações articuladas entre as barras da estrutura, com diferentes carregamentos nodais e fatores de ponderação. Já Silva (2010) implementou a utilização de elementos de mola não lineares e as deformações por cisalhamento nas barras mediante a teoria de Timoshenko.

Simultaneamente à publicação da tese de doutorado do professor Lavall, Silveira (1995) apresentou também em sua tese de doutorado um software para análise da estabilidade de colunas, arcos e anéis com restrições unilaterais de contato. Silveira estabeleceu-se como professor na Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), e seu grupo de pesquisa continua desenvolvendo o seu programa de análise estrutural e fundamentos teóricos para utilizar nas rotinas auxiliares. A seguir, algumas publicações do grupo de pesquisa do professor Silveira são apresentadas. Em Galvão (2000), várias formulações geometricamente não lineares de elementos de pórtico foram implementadas. Em Rocha (2000), foram implementadas soluções não lineares para o traçado completo das trajetórias de equilíbrio. Em Pinheiro (2003), implementou-se a formulação para análise de sistemas estruturais rotulados e semirrígidos. Em Machado (2005), implementou-se a teoria da “seção montada” para a análise inelástica do pórtico, teoria esta que é uma simplificação do método da rótula plástica refinada, já que considera os efeitos de segunda ordem por meio de equações desacopladas, que variam de acordo com as dimensões de cada perfil. Rocha (2006) desenvolveu e implementou um elemento finito de pórtico híbrido não linear com um par de molas em cada extremidade, no qual uma das molas representa a rigidez da ligação com o próximo elemento finito e a outra representa a não linearidade física do aço. Silva (2009) dedicou-se à tarefa de compilar todas as ferramentas até então desenvolvidas na UFOP em um único programa, o Computational System for Advanced Structural Analysis (CS-ASA). Silva (2009) também adicionou ao programa para análise estática uma ferramenta para fazer a análise dinâmica da estrutura. Cabe ressaltar que anteriormente a Silva (2009), no Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, Galvão (2004) também se dedicou ao desenvolvimento de ferramentas para o estudo de vibração em estruturas e implementou métodos de integração numérica, explícitos e implícitos. Alvarenga (2005, 2010), também sobre orientação do professor Silveira, revisitou cuidadosamente vários aspectos da análise não linear e desenvolveu formulações alternativas para avaliar a influência da plastificação da seção e ligações

semirrígidas. Por último, Golçalvez (2013), com base nos softwares desenvolvidos, estudou a influência da flexão de Perfis I compactos no eixo de menor inércia.

No Departamento de Estruturas na Escola de Engenharia de São Carlos – USP, sob a orientação dos professores Coda e Paccola, várias pesquisas estão sendo conduzidas para desenvolver o método dos elementos finitos posicional (MEFP). Ronaldo et al. (2013) apresentaram a utilização do MEFP laminado para a análise avançada de pórticos. O MEFP tem uma abordagem em que a não linearidade geométrica é tratada de forma exata e o empenamento da seção transversal também pode ser considerado. A não linearidade física é considerada com base no método das zonas plásticas. Os professores Coda e Paccola já estão disponibilizando algumas ferramentas para análise estrutural. No entanto, o MEFP ainda se limita à análise de seções compactas, ou seja, não é possível considerar a influência de instabilidade local e distorcional.

Por outro lado, Baságli et al. (2013) apresentaram a teoria generalizada de vigas, adaptada para a análise de pórticos. O método leva em consideração os modos de instabilidade local, distorcional e global, e a sua influência na estabilidade do sistema estrutural. No entanto, a formulação proposta ainda não inclui a não linearidade física, e as seções e conexões analisadas são limitadas.

Veja que todos métodos e formulações descritos acima restringem-se à análise de estruturas reticuladas. Caso o engenheiro queira acoplar o efeito da laje ou estrutura de fechamento ao comportamento do sistema estrutural, é necessária uma simulação em elementos finitos de casca ou sólidos. Tal análise é de alto custo em termos de recursos computacionais e demanda bastante experiência do usuário. Recentemente, Paiva e Mendonça (2010) desenvolveram elementos de contorno capazes de simular a laje acoplada a vigas, porém a formulação divulgada limita-se a aplicações elásticas lineares. Os elementos de contorno seriam uma excelente alternativa em termos de custos computacionais em relação ao método dos elementos finitos.

### **3 Dimensionamento**

Nas últimas décadas, os engenheiros estruturais vivenciaram várias mudanças nos procedimentos de análise estrutural. O tradicional método do comprimento efetivo está sendo substituído pelo método da análise direta e até mesmo pela análise avançada. A Figura 1 compara os métodos e suas particularidades.

No método do comprimento efetivo, o comprimento das barras ( $L$ ) é multiplicado pelo coeficiente de flambagem ( $K$ ), e a verificação da resistência das barras é feita com base no comprimento efetivo da barra ( $KL$ ). O  $KL$  foi proposto em 1963 para o comitê da norma americana do AISC, e desde então foi contestado por vários pesquisadores; porém, a simplicidade do método o fez perdurar até a popularização dos computadores e a recente proposta do método da análise direta.

No método da análise direta, as deformações devidas ao momento fletor, esforço cortante e esforço axial, os efeitos de segunda ordem ( $P-\delta$  e  $P-\Delta$ ), as imperfeições geométricas, a não linearidade física (plasticidade) e as incertezas são considerados diretamente na análise estrutural, e as barras são verificadas após a análise estrutural, admitindo-se  $K$  sempre igual a 1.

Outro método em destaque é a análise avançada. Na análise avançada pressupõe-se que a resistência do sistema estrutural é verificada e acoplada à análise estrutural e, desta forma, não há necessidade de se utilizarem as equações de interação entre momento fletor, esforço axial e esforço cortante; assim, é possível considerar a redistribuição dos esforços, e as consequências do modo de colapso do sistema estrutural são evidentes durante o projeto. Alvarenga (2005) traz uma extensa lista de atributos que devem ser considerados ao se optar por realizar uma análise avançada; cabe ressaltar que os atributos devem ser levados em conta, mas não necessariamente incluídos.

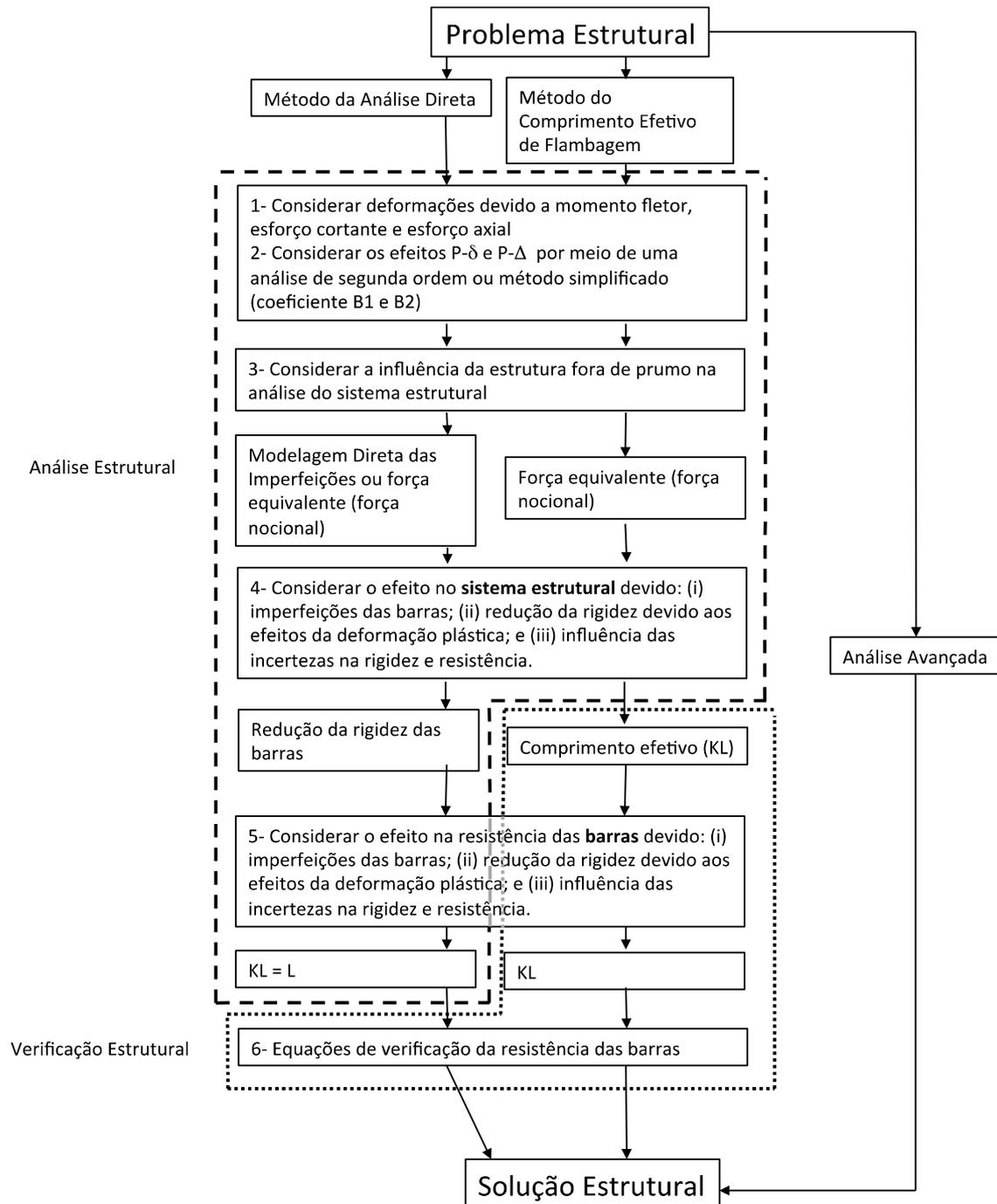


Figura 1 – Comparação entre Método da Análise Direta, Método do Comprimento Efetivo e Análise Avançada.

Dória et al. (2013) compararam os métodos propostos para a análise de estabilidade com um modelo numérico em elementos finitos (Análise Avançada) usando o software ABAQUS, que considera a não linearidade física e geométrica, a imperfeição inicial global e as tensões residuais de tal forma que os efeitos desestabilizantes são considerados diretamente. Na Figura 2, demonstra-se a comparação dos resultados da

curva de interação de cada pilar utilizando-se os métodos disponíveis para a análise de estabilidade de um edifício de cinco pavimentos. Neste estudo, comprovou-se que todos os métodos apresentam respostas similares para os casos analisados em Dória et al. (2013).

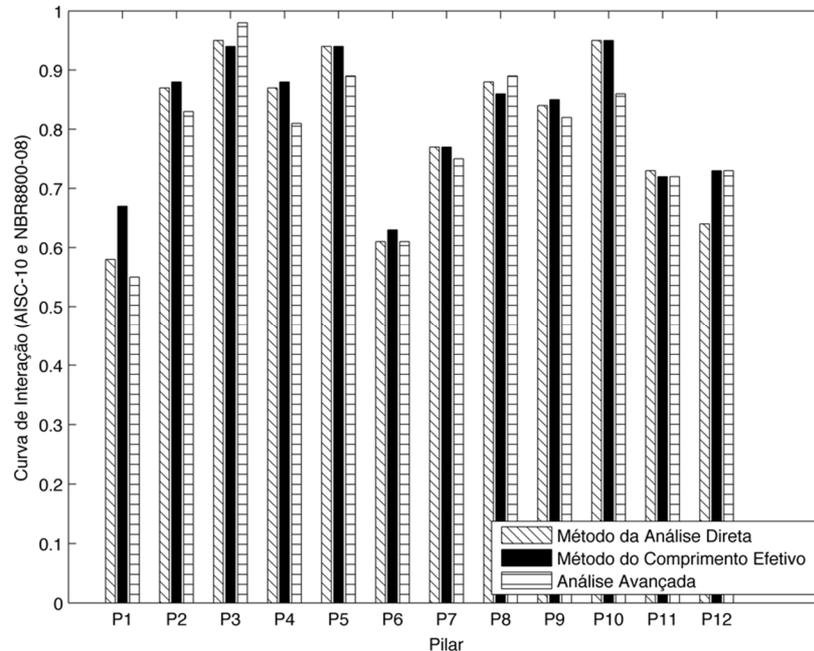


Figura 2 – Curva de interação dos pilares de um edifício de cinco pavimentos utilizando-se diferentes métodos de análise (adaptada: Dória et al. (2013))

As normas de dimensionamento apresentam diferentes requisitos para a aplicação dos métodos descritos acima. A seguir, são comentadas as normas Australiana, Americana e Brasileira. Atenção especial é dada às dificuldades que os projetistas terão para usar esses métodos. Neste artigo, os autores não se preocupam em explicar como as normas consideram cada aspecto da análise direta. O artigo de Dória et al. (2013) traz em detalhes esses aspectos normativos.

### 3.1 Norma Australiana AS-4100

Na Norma Australiana AS-4100, o projetista pode encontrar os esforços internos por meio de uma análise direta, desde que a tensão de escoamento do aço seja multiplicada por 0,9 e cada barra seja verificada pelas equações de dimensionamento da norma. Desta forma, a verificação da resistência ao escoamento da seção transversal é necessária mesmo se a análise numérica já considerar a formação de

rótulas plásticas. A análise direta só é permitida se as seções forem compactas e as barras forem todas restringidas à instabilidade por flexo-torção.

Zhang e Rasmussen (2013) comentam sobre como os coeficientes de redução da resistência que devem ser considerados em uma análise direta. A Norma Australiana AS-4100 analisa a estrutura por meio de uma análise direta com a tensão de escoamento do aço reduzida, ou seja, a rigidez não se altera, mas a superfície de escoamento é alterada. Note que barras esbeltas não são afetadas pelo coeficiente 0,9 se somente a tensão de escoamento for reduzida.

### **3.2 Norma Americana ANSI/AISC 360-10 e Norma Brasileira ABNT NBR 8800:2008**

No método da análise direta conforme o ANSI/AISC 360-10 e a ABNT NBR 8800:2008, a confiabilidade do sistema é supostamente garantida por se reduzir a rigidez do material e das ligações. O fator de redução da rigidez foi inicialmente proposto pelo grupo de Pesquisa do professor White, da Georgia Tech University (Eröz et al. (2008)) e desde então tem sido recomendado pelas duas normas. O ANSI/AISC 360-10 explica que para barras esbeltas, esse fator reduz a carga crítica de flambagem elástica, ao passo que, para barras intermediárias ou curtas, esse fator reduz a rigidez de seções que ainda não se plastificaram totalmente. Note-se que a resistência é reduzida em barras esbeltas, mas em barras curtas e intermediárias a rigidez é reduzida. Porém, não está claro quais são as implicações desses fatores na confiabilidade do sistema estrutural.

Cabe salientar que não há referência à análise de estruturas mistas aço-concreto pelo método da análise direta. Ao inserir estruturas mistas no sistema estrutural, prática comum no Brasil, a norma não especifica como o projetista deve conduzir a análise direta.

### **3.3 Métodos Alternativos à Análise Direta**

A norma americana ANSI/AISC 360-10, no apêndice 7, propõe dois métodos alternativos para a análise de estabilidade estrutural: (i) o método tradicional do comprimento efetivo de flambagem combinado com algumas recomendações

adicionais; e (ii) uma versão simplificada do método da análise direta, chamado de método de análise de primeira ordem.

Zhang e Rasmussen (2013) também propuseram outro método alternativo, mas que ainda não foi incorporado a nenhum procedimento normativo. Segundo Zhang e Rasmussen (2013), o projetista deve analisar a estrutura por meio de uma análise direta, mas a resistência do sistema estrutural deve ser reduzida pelo coeficiente 0,9. Desta forma, a rigidez das ligações também é reduzida e fica mais evidente o índice de confiabilidade do sistema estrutural. A maior dificuldade de se propor um mesmo coeficiente para todos os sistemas estruturais é a grande variedade de sistemas possíveis.

#### **4 Análise Experimental**

Avery and Mahendran (2000) afirmam que o uso de resultados experimentais de ensaios de barras isoladas não é apropriado à calibração de modelos para a verificação de sistemas estruturais, uma vez que nesses ensaios as barras isoladas falham com pouca ou nenhuma redistribuição inelástica. Ainda mais, nos ensaios de coluna isolada as condições de contorno são simplesmente apoiada ou totalmente engastada, enquanto nos ensaios de vigas isoladas o momento fletor é constante; assim sendo, essas simplificações assumidas nos ensaios não necessariamente representam os pórticos tradicionais.

Tendo em vista que pesquisadores e engenheiros deveriam ter fácil acesso a dados para conferir modelos numéricos e programas que estavam sendo desenvolvidos, resultados de ensaios de pórticos e modelos numéricos foram compilados para a América do Norte (Toma et al., 1995), Europa (Toma et al., 1992) e Japão (Toma et al., 1994). Nenhum desses ensaios ou modelos numéricos contempla sistemas estruturais compostos por seções não compactas. Seções não compactas são sujeitas a processos de instabilidade local e distorcional, o que muda consideravelmente o comportamento de um sistema estrutural. Barras não compactas são comuns em sistemas estruturais compostos por perfis formados a frio.

Avery e Mahendran (2000) conduziram três ensaios de pórticos planos com barras não compactas, Figura 3. Os ensaios realizados no estudo tiveram como objetivo verificar se o método da análise direta também se aplica a sistemas estruturais compostos por

barras que não sejam compactas. Os pórticos planos foram submetidos simultaneamente a carregamentos vertical e horizontal, e o carregamento crítico foi atingido em virtude da instabilidade local na base da coluna. O carregamento crítico de ensaio foi em média 10% maior que o carregamento crítico previsto pelo método descrito na norma australiana AS 4100.

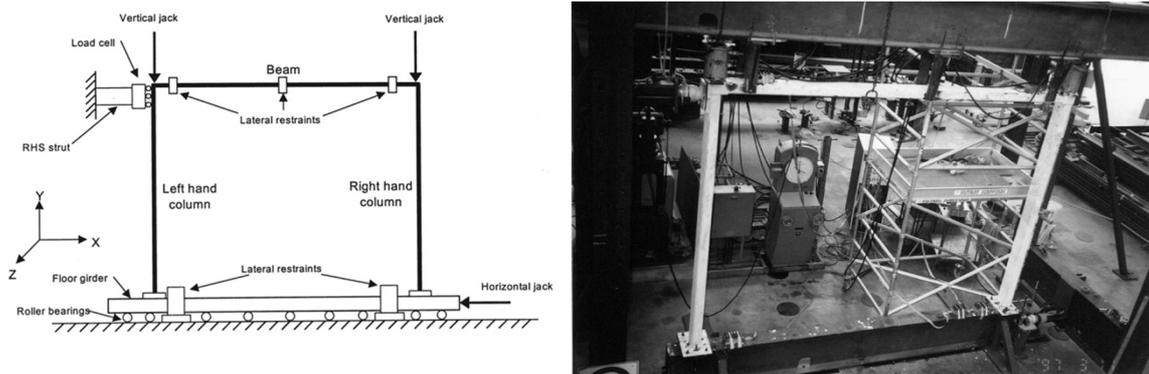


Figura 3 – Experimentos de pórtico plano, fonte: Avery e Mahendran (2000).

Kim and Kang (2003) ensaiaram pórticos metálicos tridimensionais de dois pavimentos não contraventados com carregamento vertical e horizontal e seções compactas, Figura 4. Os resultados desse estudo demonstraram que o carregamento crítico encontrado pelo procedimento da norma americana AISC-LRFD vigente em 2003 é em média 25% maior que o encontrado nos ensaios experimentais. Kim and Kang (2003) também atribuíram essa diferença ao fato de a norma americana não considerar a redistribuição inelástica. Note que a atual norma americana AISC 360-10 permite considerar a redistribuição inelástica.

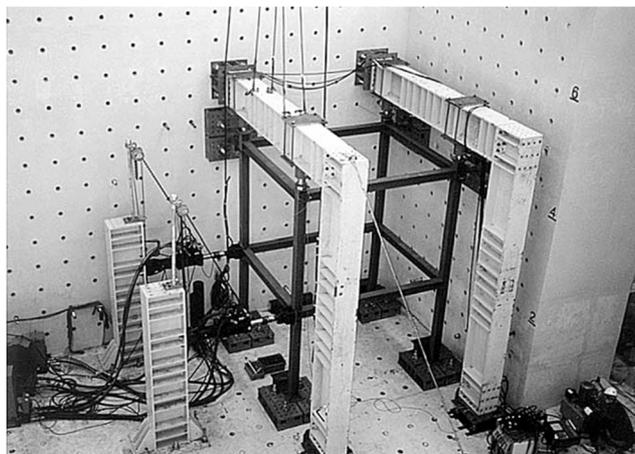


Figura 4 – Experimentos de pórtico tridimensional com cargas axiais e laterais (seções compactas), fonte: Kim and Kang (2003).

Kim and Kang (2004) ensaiaram pórticos similares aos reportados em 2003, porém com seções não compactas, permitindo assim instabilidade local das seções, Figura 5. Desta vez, na comparação com os valores de carga crítica previstos na norma americana de 2003, foram encontrados valores de 13 a 21% superiores aos resultados experimentais. Os autores novamente atribuíram essa diferença ao fato de a norma não levar em conta a redistribuição inelástica.



Figura 5 – Experimentos de pórticos tridimensionais (seções não compactas), fonte: Kim and Kang (2004).

Li et al. (1996a, b) foram os primeiros pesquisadores que ensaiaram pórticos tridimensionais com laje *steel-deck* e ligações semirrígidas. Os autores analisaram a influência das ligações semirrígidas na distribuição de momentos fletores no sistema estrutural e compararam os resultados com ensaios isolados de ligações semirrígidas. Demonstrou-se que os ensaios de vigas isoladas não representam satisfatoriamente o comportamento das vigas do sistema estrutural; também demonstrou-se que é necessário levar em consideração a redistribuição dos momentos fletores na análise dessas vigas. Os autores propuseram o método de análise quase plástica como alternativa à análise completa do sistema estrutural. Por outro lado, a resistência das vigas mistas foi similar à resistência prevista na norma de dimensionamento AISC-LRFD vigente no período da pesquisa. Os ensaios descritos em Li et al. (1996a, b) servem de base para pesquisadores aferirem modelos numéricos e procedimentos de dimensionamento de sistemas estruturais.

Apesar do foco de estudo ter sido a viga mista de um pavimento, Higaki (2009) ensaiou um pórtico tridimensional com laje de vigotas pré-moldadas e lajotas cerâmicas,

Figura 6. O carregamento máximo foi limitado à fissuração da laje; o autor ressalta a importância de considerar uma faixa de laje maciça na região da largura efetiva sobre as vigas, porém o comportamento e a resistência do sistema estrutural não são analisados como um todo: laje e pórtico metálico.



Figura 6 – Experimento de pórtico espacial com laje mista, fonte: Higaki (2009).

Wang and Li (2007) ensaiaram dois pórticos tridimensionais de dois pavimentos e dois vãos com seções compactas, laje *steel-deck* e ligações semirrígidas, Figura 7. Nesse estudo foi dada uma atenção especial à influência das ligações semirrígidas e da laje *steel-deck* na performance do sistema estrutural ensaiado. Também foi considerado o efeito de um carregamento não simétrico. Os autores ressaltam a importância de que a laje e a flexibilidade das conexões devem ser levadas em consideração durante a análise e dimensionamento da estrutura.

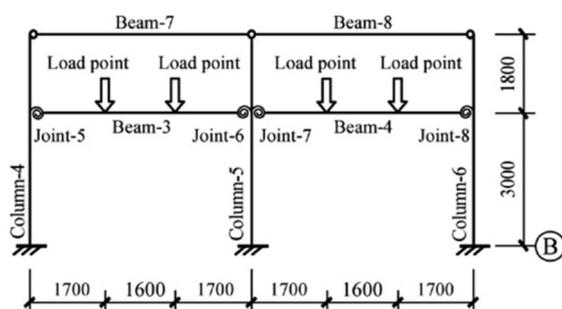


Figura 7 – Experimento de pórtico espacial com enfoque nas ligações semirrígidas, fonte: Wang and Li (2007).

Vieira e Schafer (2013) demonstraram que é extremamente vantajoso o dimensionamento de estruturas compostas por *steel-frame* como um sistema estrutural, em vez do dimensionamento individual de cada barra. As placas de fechamento garantem a redistribuição dos esforços e estabilizam as colunas, assim como as lajes restringem as vigas e garantem a continuidade do sistema. É importante ressaltar que o *steel-frame* é composto de perfis formados a frio de elevada esbeltez local, conectados a lajes e placas de fechamento de gesso cartonado ou OSB e, portanto, podem ter comportamento diferente dos estudos descritos acima. Depois de Vieira e Schafer (2013) terem analisado o comportamento de subsistemas estruturais em *steel-frame*, o grupo de pesquisas do professor Benjamin Schafer, da Johns Hopkins University, está pesquisando a performance de sistemas estruturais em *steel-frame* com carregamento dinâmico, Figura 8.



Figura 8 – Ensaio dinâmico de sistemas estruturais steel-frame recentemente disponibilizado em: <[www.ce.jhu.edu/schafer](http://www.ce.jhu.edu/schafer)>. Acesso em: out. 2013.

## 5 Conclusões

O artigo aborda alguns estudos e avanços na área de sistemas estruturais; são enfatizados os avanços nos métodos de análise numérica, as barreiras encontradas nos procedimentos de dimensionamento e os principais ensaios experimentais utilizados para calibrar os procedimentos normativos e verificar os modelos numéricos.

No decorrer do artigo, várias sugestões são feitas em relação às áreas que ainda necessitam de pesquisa. Cabe ressaltar: (i) para métodos numéricos alternativos aos elementos finitos, a fim de que se possa conduzir facilmente uma análise avançada, foi dada como sugestão a inclusão da não linearidade física a teoria generalizada de vigas, bem como a inclusão de elementos de contorno para simular a laje e/ou fechamento à análise de sistema reticulados; (ii) a necessidade de uma definição mais clara dos procedimentos normativos com relação aos fatores de redução a serem atribuídos na análise direta e uma maior preocupação com o índice de confiabilidade dos sistemas estruturais; e (iii) a relevância de se realizarem ensaios quasi-estáticos de sistemas estruturais com perfis de alta esbeltez local, que levem em conta a interação das vigas e colunas com a laje e as placas de fechamento. Apesar da análise direta representar uma excelente alternativa à análise de estabilidade de estruturas, os tópicos discutidos ainda limitam sua utilização e demonstram a necessidade de mais pesquisas na área.

## 6 Referências bibliográficas

Almeida, E.C.B. Análise inelástica de pórticos planos considerando a plasticidade distribuída e o efeito das tensões residuais nos perfis estruturais de aço. Dissertação de Mestrado, **Universidade Federal de Minas Gerais**, Belo Horizonte, MG, Brasil, 2006.

Alvarenga, A.R. Aspectos Importantes na análise avançada com zona plástica de portais planos de aço. Dissertação de Mestrado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2005.

American Institute of Steel Construction. **AISC 360-10**: Specification for structural steel buildings. Chicago, Illinois, USA, 2010.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

Australian Standard. **AS 4100**: Steel structures, Sydney, Australia, 1998.

Basaglia, C. ; Camotim, D.; Silvestre, N. Post-buckling analysis of thin-walled steel frames using generalised beam theory (GBT). **Thin-Walled Structures**, 62:229–242, January 2013.

Chan, S-L.; Chui, P.P.T. A generalized design-based elasto-plastic analysis of steel frames by sections assemblage concept. **Journal of Engineering Structures**, vol. 19(8), pp. 628-636, 1997.

Dória, A. S.; Malite, M.; Vieira Jr, L. C. M. On frame stability analysis. In **Proceedings of the Annual Stability Conference, St. Louis, Missouri, USA, April 2013**. Structural Stability Research Council.

Eröz, M.; White, D.; DesRoches, R. Direct analysis and design of steel frames accounting for partially restrained column base conditions. **Journal of Structural Engineering**, 134(9):1508–1517, 2008.

Galvão, A.S. Formulações não-lineares de elementos finitos para análise de sistemas estruturais metálicos reticulados planos. Dissertação de Mestrado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2000.

Galvão, A.S.. Instabilidade estática e dinâmica de pórticos planos com ligações semi-rígidas. Tese de Doutorado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2004.

Gonçalves, G.A. Modelagem do comportamento inelástico de estruturas de aço: membros sob flexão em torno do eixo de menor inércia. Dissertação de Mestrado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2013.

Higaki, B.E. Análise teórica e experimental de vigas mistas de aço e concreto e laje com vigotas pré-moldadas e lajotas cerâmicas em um pavimento tipo. Dissertação de Mestrado, **Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos**, São Carlos, SP, Brasil, 2009.

Kim, S., Park, M.; Choi, S. Direct design of three-dimensional frames using practical advanced analysis. **Engineering Structures**, 23(11):1491–1502, November 2001.

Kim, S.; Choi, S. Practical advanced analysis for semi-rigid space frames. **International Journal of Solids and Structures**, 38(50–51):9111–9131, December 2001.

Kim, S.; Kang, K. Large-scale testing of 3-d steel frame accounting for local buckling. **International Journal of Solids and Structures**, 41(18–19):5003–5022, September 2004.

Kim, S.; Kang, K.; Lee, D. Full-scale testing of space steel frame subjected to proportional loads. **Engineering Structures**, 25(1):69–79, January 2003.

Kim, S.; Kim, Y.; Choi, S. Nonlinear analysis of 3-d steel frames. **Thin-Walled Structures**, 39(6):445–461, June 2001.

Lavall, A.C.C. Análise elástica em segunda-ordem de pórticos planos metálicos. Dissertação de Mestrado, **Universidade Federal de Minas Gerais**, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1989.

Lavall, A.C.C. Uma formulação consistente para análise não-linear de pórticos planos de aço considerando imperfeições iniciais e tensões residuais. Tese de Doutorado, **Universidade Federal de Minas Gerais**, Belo Horizonte, MG, Brasil, 1996.

Li, T.Q.; Moore, D.B.; Nethercot, D.A.; Choo, B.S. The experimental behaviour of a full-scale, semi-rigidly connected composite frame: Detailed appraisal. **Journal of Constructional Steel Research**, 39(3):193–220, September 1996.

Li, T.Q.; Moore, D.B.; Nethercot, D.A.; Choo, B.S. The experimental behaviour of a full-scale, semi-rigidly connected composite frame: Overall considerations. **Journal of Constructional Steel Research**, 39(3):167–191, September 1996.

Liew, J.Y.R. Advanced analysis for frame design. Ph.D. Thesis, **Purdue University**, West Lafayette, IN, USA, 1992.

Machado, F.C.S. Análise inelástica de segunda ordem de sistemas estruturais metálicos. Dissertação de Mestrado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2005.

Paiva, J.B.; Mendonça, A.V. A coupled boundary element/differential equation method formula- tion for plate–beam interaction analysis. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, 34(5):456– 462, May 2010.

Avery, P.; Mahendran, M. Large-scale testing of steel frame structures comprising non-compact sections. **Engineering Structures**, 22(8):920–936, June 2000.

Pimenta, P.M. Análise Não-Linear de Pórticos Planos. **Boletim Técnico, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações**, EPUSP, São Paulo, 1986.

Pinheiro, L. Análises não-lineares de sistemas estruturais metálicos rotulados e semi-rígidos. Dissertação de Mestrado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2003.

Rigobello, R.; Coda, H.B.; Munaiar Neto, J. Inelastic analysis of steel frames with a solid-like finite element. *Journal of Constructional Steel Research* 86 (2013): 140-152, 2013.

Rocha, G. Estratégias numéricas para análise de elementos estruturais esbeltos metálicos. Dissertação de Mestrado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2000.

Rocha, P.A.S. Análise inelástica de segunda ordem de estruturas metálicas com ligações semi-rígidas. Dissertação de Mestrado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2006.

Silva, A.R.D. Sistema computacional para análise Avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas. Tese de Doutorado, **Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, MG, Brasil, 2009.

Silva, R.G.L. Análise inelástica avançada de pórticos planos de aço considerando as influências do cisalhamento e de ligações semirrígidas. Tese de Doutorado, **Universidade Federal de Minas Gerais**, Belo Horizonte, MG, Brasil, 2010.

Silveira, R.A.M. Análise de elementos estruturais esbeltos com restrições unilaterais de contato. Tese de Doutorado, **Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Unniversidade Católica do Rio de Janeiro**, Rio de Janeiro, Brasil, 1995.

Toma, S.; Chen, W. Calibration frames for second-order inelastic analysis in Japan. *Journal of Constructional Steel Research*, 28(1):51–77, 1994.

Toma, S.; Chen, W. European calibration frames for second-order inelastic analysis. **Engineering Structures**, 14(1):7–14, 1992.

Toma, S.; Chen, W.; White, D.W. A selection of calibration frames in north america for second-order inelastic analysis. **Engineering Structures**, 17(2):104–112, February 1995.

Vieira Jr, L. C. M.; Schafer, B. W. Behavior and design of sheathed cold-formed steel stud walls under compression. **Journal of Structural Engineering**, 139(5):772–786, 2013.

Wang, J; Li, G. Testing of semi-rigid steel–concrete composite frames subjected to vertical loads. **Engineering Structures**, 29(8):1903–1916, August 2007.

Zhang, H.; Rasmussen, K.J.R. System-based design for steel scaffold structures using advanced analysis. **Journal of Constructional Steel Research**, 89:1–8, October 2013.

Ziemian, R. D.; McGuire, W.; Deierlein, G. G. Inelastic limit states design. part I: Planar frame studies. **Journal of Structural Engineering**, 118(9):2532–2549, September 1992.

Ziemian, R. D.; McGuire, W.; Deierlein, G. G. Inelastic limit states design part II: Three-Dimensional frame study. **Journal of Structural Engineering**, 118(9):2550–2568, September 1992.

## Estudo paramétrico do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas

Alex Sander Clemente de Souza<sup>1\*</sup>, Anna Carolina Haiduk Nelsen<sup>2</sup>  
Wanderson Fernando Maia<sup>1</sup>, Silvana De Nardin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Prof. Dr. do Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos, alex@ufscar.br

<sup>2</sup> Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos

### PARAMETRIC STUDY OF THE BEHAVIOR OF PRESTRESSED STEEL- CONCRETE COMPOSITE BEAMS

#### **Resumo**

O presente trabalho discorre sobre o comportamento estrutural, procedimentos de análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas externamente. foram desenvolvidos, e sistematizados no pacote computacional MATHCAD, procedimentos de dimensionamento e verificação quanto ao momento fletor positivo. Além disso, desenvolveu-se um estudo paramétrico a fim de analisar a influência da variação do nível de protensão, da excentricidade dos cabos e da metodologia construtiva (pré-tração e pós-tração) no comportamento e na capacidade resistente de vigas mista de aço e concreto protendidas. O estudo mostrou diferenças nos modos de falha e na força de protensão final em função da metodologia construtiva e que a variável com maior influência na capacidade resistente da viga mista protendida é a excentricidade do cabo.

**Palavras-chave:** viga mista, protensão, estruturas mistas

#### **Abstract**

This report investigates the structural behavior, procedures to analysis and design of prestressed steel-concrete composite beams. Design Procedures for positive bending moment were developed and systematized in software MATHCAD. A parametric study were developed in order to analyze the influence of parameters as prestressing level, eccentricity of tendons and constructive methodology (pre-tensioning or post-tensioning) on the behavior and bending capacity of steel beams and steel-concrete composite beams. The results showed the constructive methodology can modify the failure mode and the prestressing force. Besides, the parametric study showed the eccentricity of the tendons is the parameter with major influence on the behavior of prestressed steel-concrete composite beams.

**Keywords:** composite beam, prestressed structures, composite structures

## 1 Introdução

A técnica de protensão já vem sendo aplicada com sucesso e alto nível de desenvolvimento técnico nas estruturas de concreto armado e nos elementos em concreto pré-fabricado, há muito tempo, sobretudo com o objetivo de vencer grandes vãos. Essa técnica também pode ser aplicada, com sucesso, nas estruturas de aço e nas estruturas mistas de aço e concreto resultando elementos de grande eficiência estrutural. Assim como acontece com as estruturas em concreto armado, no caso das estruturas em aço e mistas de aço e concreto, também é possível vencer grandes vãos, resistindo a carregamentos elevados com peso reduzido ou seja, com redução das dimensões da seção transversal, facilidade construtiva e, conseqüentemente, economia em todo o processo construtivo. Uma particularidade em relação às estruturas de aço e mistas de aço e concreto é que, na maioria dos casos, os cabos de protensão são externos, ao contrário do que ocorre nas estruturas em concreto; este fato resulta em facilidade na colocação e manutenção dos cabos e dos níveis de protensão. Portanto, dentre as vantagens da protensão externa estão a facilidade de inspeção e manutenção durante e após a protensão.

Apenas no início da década de 1950 se registram as primeiras publicações de artigos técnico-científicos mais expressivos sobre o comportamento e o projeto de estruturas metálicas e mistas protendidas; embora o conceito da protensão aplicada a estruturas de aço, segundo Troitsky (1990), venha sendo utilizado desde 1837. E, os primeiros ensaios experimentais datam do início da década de 1930, conduzidos por F. Dischinger na Alemanha, Gustave Magnel na Bélgica, entre outros espalhados pela Europa.

O interesse por este sistema construtivo vem sendo incrementado gerando pesquisas teóricas e experimentais no sentido de entender o comportamento estrutural de vigas metálicas e vigas mistas de aço e concreto com protensão externa. Neste contexto, o presente estudo pretende contribuir para a sistematização dos procedimentos de projeto e identificação das principais variáveis que interferem diretamente no projeto de vigas mistas protendidas externamente, dando ênfase para a região de momento fletor positivo.

Entre as pesquisas mais recentes à cerca do comportamento de vigas metálicas e mistas protendidas destacam-se os seguintes autores: Brandford (1991); Nunziata (1999); Nunziata (2003); Nunziata (2004); Belletti & Gasperi (2010), Safan & Kohoutková (2001), Chen (2005) e Chen & Jia (2010).

No Brasil, têm-se registros de alguns estudos sobre protensão em vigas de aço como, por exemplo, os trabalhos de Sampaio Júnior (1976) e de Gonçalves (1992) que desenvolveram procedimentos analíticos para dimensionamento e aplicação no reforço de pontes. Mais recentemente, Ferreira (2007) e Rezende (2007) analisaram via modelagem numérica o comportamento estrutural de vigas metálicas com seção transversal tipo I protendidas externamente. Com relação ao uso da protensão em vigas mistas de aço e concreto não foram encontrados registros de estudos no Brasil.

## 2 Detalhes construtivos e critérios para dimensionamento/verificação

As seções transversais das vigas mistas protendidas são constituídas por perfis de aço associados a elementos de concreto estrutural; esse concreto pode ser a própria laje ou estar revestindo, total ou parcialmente, a seção de aço. Os cabos de protensão podem ser posicionados fora da seção transversal ou no interior da mesma. A Figura 1 apresenta os componentes mais comuns de uma viga mista protendida e algumas alternativas de seções transversais mais corriqueiras.

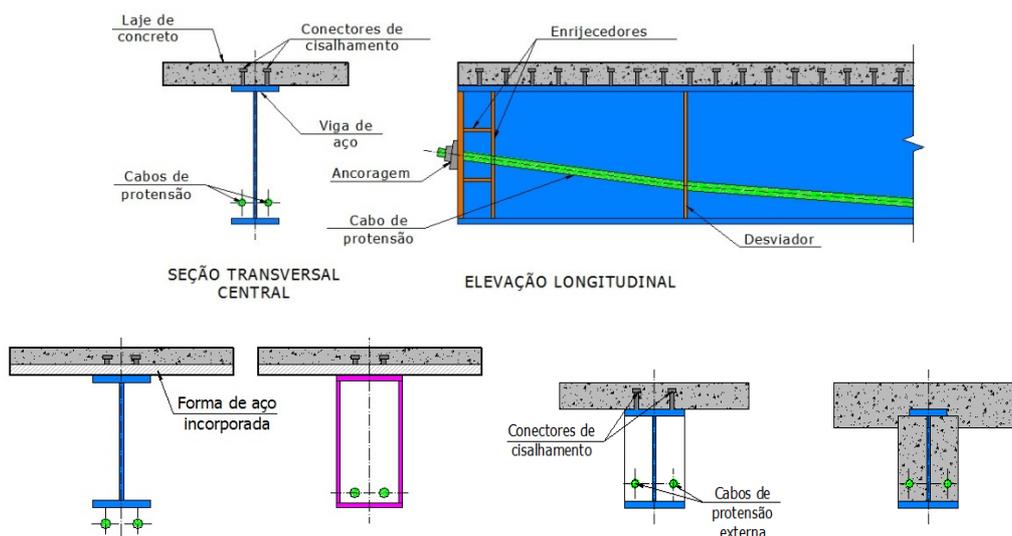


Figura 1 – Viga mista de aço e concreto protendida: croqui esquemático e possíveis seções transversais

Os cabos e acessórios para a protensão são os mesmos utilizados nas estruturas de concreto armado, naturalmente com detalhes adequados de ancoragem (Figura 2) e desviadores (Figura 3) adaptados à viga mista de aço e concreto.

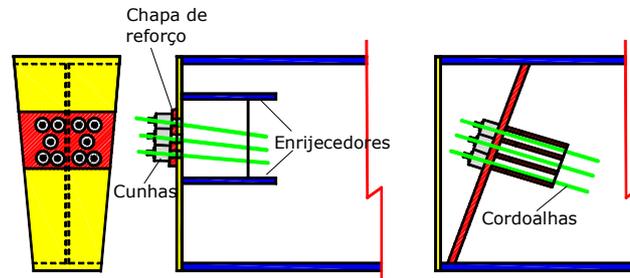


Figura 2 - Detalhes de ancoragem

A função dos desviadores é manter o traçado pré-definido do cabo enquanto as ancoragens são utilizadas para manter e transferir a força de protensão; os desviadores podem ser constituídos por chapas ou pinos, soldados no perfil de aço. Alguns detalhes esquemáticos de desviadores são mostrados na Figura 3.

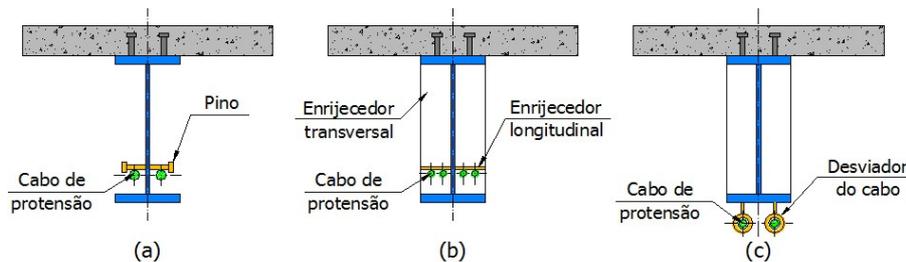


Figura 3 – Tipos de desviadores: (a) Pino; (b) Enrijecedor; (c) Outro

O posicionamento e o traçado dos cabos, que pode ser retilíneo ou poligonal, devem ser definidos em função dos esforços atuantes, mas sem perder de vista os condicionantes construtivos. Algumas possibilidades de traçados dos cabos estão ilustradas na Figura 4.

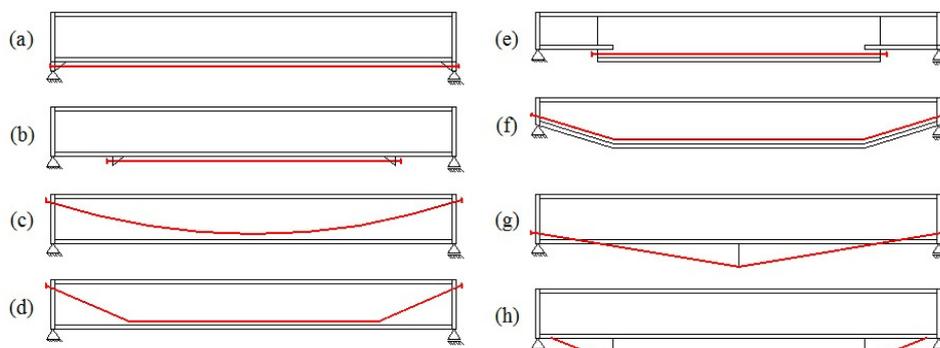


Figura 4 – Possíveis traçados do cabo de protensão

Cabos com traçado reto são mais comuns nas situações em que a viga está sujeita a momentos fletores uniformes e, neste caso, os cabos devem ser posicionados abaixo da linha neutra para maximizar a excentricidade. No caso dos cabos com traçado poligonal ou parabólico (Figura 4d e Figura 4c respectivamente) a força de protensão tem maior valor no ponto de inflexão do cabo e este ponto deve coincidir com a seção mais solicitada. A configuração com traçado poligonal é mais complicada pois exige maior número de desviadores, além de detalhes construtivos específicos, e implica em maior consumo de material pois é necessário um comprimento maior de cabo. Os cabos posicionados fora da seção (Figura 4g, Figura 4h) apresentam maior eficiência para a protensão e melhor comportamento quando solicitados, porém, apresentam alguns inconvenientes com o transporte e manuseio do elemento e a necessidade de proteção do cabo contra corrosão.

## **2.1 Critérios para dimensionamento/verificação**

O comportamento e o procedimento de projeto de vigas mistas protendidas dependem da sequência construtiva. As variações principais são a utilização ou não de escoramento durante a concretagem da laje ou da capa de concreto e o instante de aplicação da protensão. Muitas vezes é vantajoso ou conveniente eliminar os escoramentos; isto pode ser feito desde que o perfil de aço isolado seja verificado para a situação transitória de construção na qual ele deve resistir sozinho a todos os esforços.

Em relação à aplicação da protensão pode-se ter três situações distintas: (i) protensão no perfil de aço antes da concretagem da laje; (ii) protensão no perfil de aço durante a concretagem da laje e; (iii) protensão na viga mista após a cura do concreto. Em função disto, as vigas mistas podem ser classificadas em: pré-tracionada (ou pré-tração) ou pós-tracionada (ou pós-tração). Entende-se como pré-tração a aplicação da protensão externa ao perfil de aço antes do lançamento do concreto da laje e, como pós-tração, a situação em que a protensão é realizada após a cura do concreto, quando já há o comportamento misto aço-concreto. No Quadro 1 apresenta-se um resumo comparativo dos estágios de carregamento em vigas mistas protendidas aplicando-se as técnicas de pré-tração ou pós-tração.

Quadro 1 - Comparativo dos estágios de carregamento na viga mista protendida

Estágio de carregamento	Pré-tracionada	Pós-tracionada
1	Peso próprio do perfil de aço	Peso próprio do perfil de aço
2	Aplicação da protensão	Peso próprio do concreto da laje
3	Peso próprio do concreto da laje	Aplicação da protensão
4	Incremento na força de protensão	Carregamento permanente
5	Carregamento permanente	Carregamento de serviço
6	Carregamento de serviço	Incremento na força de protensão
7	Incremento na força de protensão	-

A diferença no somatório de tensões para as situações de pré ou pós-tração varia muito pouco, porém, a sequência de verificações é bem diferente. Estudos recentes demonstram maior economia e facilidade construtiva com o uso da pré-tração (Nouraeyan, 1987; Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub, 1989; Troitsky, Zielinski & Nouraeyan, 1989). Visando auxiliar na escolha da pré ou pós-tração, no Quadro 2 apresenta-se um comparativo qualitativo entre as duas técnicas construtivas.

Quadro 2 - Comparativo qualitativo entre as técnicas construtivas

Região analisada	Pré-tração	Pós-tração
Região de momento positivo	Por razões econômicas, a recomendação é que o perfil de aço seja protendido antes do lançamento do concreto.	O valor da força de protensão deve ser verificado de maneira a evitar a fissuração da laje de concreto, causada pelo momento negativo gerado pela força de protensão. A força de protensão não afeta significativamente as tensões na fibra superior do perfil de aço, uma vez que a posição da linha neutra da seção mista está próxima à mesa superior do perfil.
Região de momento negativo	Primeiro o perfil de aço deve ser protendido e, para compor a seção mista, conectam-se painéis pré-fabricados de concreto protendido ao perfil. A protensão da laje de concreto na região de momento negativo previne fissuração para as cargas de serviço e aumenta a rigidez da viga.	Quando aplicada a protensão à seção mista após a cura do concreto, as tensões resultantes não são tão favoráveis se comparadas à protensão isoalada da viga e da laje de concreto, depois sendo feita a conexão para composição da seção mista. Ainda, quando a protensão é executada separadamente, evita-se a fissuração da laje sob as cargas de utilização.

A seguir, são apresentados, de forma sintética, os procedimentos para determinação da capacidade resistente à flexão de vigas mistas protendidas na região de momento fletor positivo. A formulação apresentada aqui aplica-se a vigas mistas com interação

total, não escoradas, com perfis de aço de seção tipo I compactas, cabos com traçados retilíneos e materiais de resistência usual. Além destas restrições, continuam válidas as demais restrições apresentadas pela ABNT NBR 8800:2008 para vigas mistas de aço e concreto. Aqui cabe ressaltar que as vigas mistas de aço e concreto protendidas não são abordadas pela referida norma brasileira.

Com base nestas premissas admite-se como estado limite último a plastificação total da seção (Figura 5), porém impondo que o cabo de protensão permaneça em regime elástico. No Quadro 3 é apresentada a formulação para o caso de vigas mistas com pós-tração.

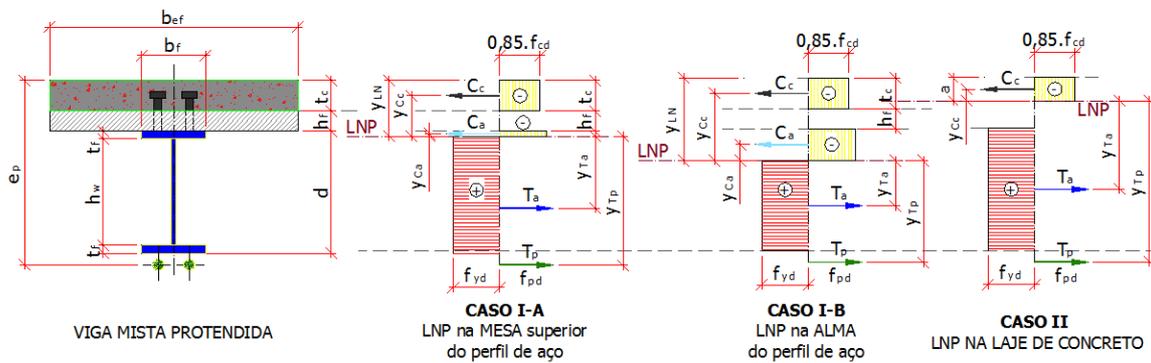


Figura 5 - Distribuição de tensões em vigas mistas sob momento positivo

Quadro 3 – Formulação para determinação do momento fletor positivo resistente de cálculo

	Posição da LNP		
	CASO I-A Mesa do perfil de aço	CASO I-B Alma do perfil de aço	CASO II Mesa de concreto
Condição	$C_a \leq A_f f_{yd}$	$C_a > A_f f_{yd}$	$C_c > T_a + T_p$
$T_a$	$(2A_f + A_w) f_{yd}$	$(2A_f + A_w) f_{yd}$	$(2A_f + A_w) f_{yd}$
$T_p$	$A_p f_{pd}$	$A_p f_{pd}$	$A_p f_{pd}$
$C_c$	$0,85 f_{cd} b_{ef} t_c$	$0,85 f_{cd} b_{ef} t_c$	$0,85 f_{cd} b_{ef} t_c$
$C_a$	$0,5(T_a + T_p - C_c)$	$0,5(T_a + T_p - C_c)$	-
$a$	-	-	$\frac{(T_a + T_p)}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef}}$
$y_{LN}$	$t_c + h_f + \frac{C_a}{b_f f_{yd}}$	$t_c + t_f + h_f + \frac{(C_a - A_f f_{yd})}{t_w f_{yd}}$	-
$y_{Ta}$	$0,5 \times (t_c + h_f + d - y_{LN})$	$0,5 \times (t_c + h_f + d - y_{LN})$	$0,5 \times d + t_c + h_f - a$
$y_{Tp}$	$e_p - y_{LN}$	$e_p - y_{LN}$	$e_p - a$

	Posição da LNP		
	CASO I-A Mesa do perfil de aço	CASO I-B Alma do perfil de aço	CASO II Mesa de concreto
$y_{Cc}$	$y_{LN} - 0,5 \times t_c$	$y_{LN} - 0,5 \times t_c$	$0,5 \times a$
$y_{Ca}$	$0,5 \times (y_{LN} - t_c - h_f)$	$0,5 \times (y_{LN} - t_c - h_f)$	-
$M_{Rd}$	$T_a y_{Ta} + T_p y_{Tp} + C_c y_{Cc}$ $+ C_a y_{Ca}$	$T_a y_{Ta} + T_p y_{Tp} + C_c y_{Cc}$ $+ C_a y_{Ca}$	$T_a y_{Ta} + T_p y_{Tp} + C_c y_{Cc}$

Onde:  $f_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto à compressão;  $b_{ef}$  representa a largura efetiva da laje de concreto;  $t_c$  é a espessura da laje de concreto;  $b_f$  é a largura da mesa do perfil de aço;  $t_f$  e  $t_w$  são as espessuras da mesa e da alma do perfil de aço, respectivamente.  $A_f$ ,  $A_w$  e  $A_p$  são, respectivamente, as áreas da seção transversal da mesa e da alma do perfil de aço, e do cabo de protensão;  $f_{yd}$  e  $f_{pd}$  são as resistências ao escoamento, valor de cálculo, do aço estrutural e do aço de protensão, respectivamente;  $h_f$  é a altura da forma de aço incorporada, quando existir;  $C_c$  e  $C_a$  são as forças de compressão na laje de concreto e no perfil de aço, respectivamente;  $T_a$  e  $T_p$  são as forças resultantes de tração no perfil de aço e no cabo de protensão, respectivamente.

A força de protensão total no cabo será dada por  $P = P_0 + \Delta P_g + \Delta P_q$ , onde  $P_0$  representa a força de protensão inicial,  $\Delta P_g$  são os incrementos da força de protensão devido ao peso próprio e  $\Delta P_q$  os incrementos da força de protensão devido à sobrecarga de utilização. Essas parcelas de incremento na força de protensão variam conforme a sequência construtiva adotada. A força de protensão inicial  $P_0$  é limitada pela resistência ao escoamento do aço do perfil – Quadro 4.

Quadro 4 – Determinação da força de protensão

Força de protensão inicial - $P_0$	Incremento na força de protensão
$P_0 = \frac{f_{yd} + \frac{M_g}{W}}{\frac{\beta \times \gamma_p}{A_a} + \frac{\beta \times \gamma_p \times e}{W}}$	$\Delta P = \frac{e}{l} \int_0^l M(x) dx$ $e^2 + \frac{E_a I}{E_p A_p} + \frac{I}{A}$
Onde: $M_g$ é o valor do momento fletor máximo referente ao peso próprio da viga considerando o coeficiente de segurança; $W$ é o módulo de resistência elástico; $e$ é a excentricidade do cabo; $A_a$ é a área do perfil de aço; $\gamma_p$ é o coeficiente de segurança aplicado à força de protensão; $\beta$ é o coeficiente que leva em conta as perdas de protensão.	Onde: $M$ é o momento aplicado após a protensão; $e$ é a excentricidade do cabo; $E_p$ é o módulo de elasticidade do aço do cabo de protensão; $l$ é o comprimento do cabo; $I$ é o momento de inércia da viga; $A$ e $A_p$ são as áreas das seções transversais da viga e do cabo.

Adicionalmente, deve ser verificada a possibilidade de flambagem distorcional no perfil de aço, instabilidade esta provocada pelo acréscimo nas tensões de compressão na viga devido à protensão. A instabilidade distorcional pode constituir um limitante

para a força de protensão e, conseqüentemente, para a capacidade resistente da viga; é possível analisar esse fenômeno seguindo as recomendações da ABNT NBR 8800:2008.

Não se pode esquecer das perdas de protensão (representada pelo parâmetro  $\beta$ ); estas perdas podem ocorrer pela fluência e retração do concreto, por atrito e pela variação de temperatura. Na falta de processos mais rigorosos para estimativas das perdas de protensão, Troitsky (1990) propõe que seja utilizado 85% da protensão inicial. Já Nunziata (2004) recomenda um acréscimo de 10% na protensão inicial para considerar tais perdas.

### **3 Estudo Paramétrico**

Uma vez descrito todo o procedimento para verificação da viga mista de aço e concreto com protensão externa submetida a momentos fletores positivos, foi estudado o comportamento estrutural destas vigas mistas avaliando a influência dos seguintes parâmetros:

- Nível de protensão;
- Excentricidade dos cabos;
- Metodologia construtiva: pré-tração ou pós-tração.

As vigas estudadas aqui são biapoiadas com vãos de 12m e seção transversal constituída por um perfil I soldado e laje maciça de concreto, conectados entre si por número suficiente de conectores de cisalhamento tipo pino com cabeça, garantindo a interação completa entre os componentes de aço e concreto. Estas vigas são protendidas com cabos de aço de traçado retilíneo. Com a finalidade de evitar instabilidades locais foram adotados perfis I com seção transversal compacta. Além disso, foram previstos travamentos laterais entre as vigas em quantidade suficiente para impedir possíveis instabilidades globais. Para o perfil de aço foi adotado aço tipo ASTM A36, aço tipo CP-190 RB para o cabos de proteção e concreto C25 para a laje maciça de concreto com largura efetiva de 1500mm.

Os modelos estudados foram divididos em dois grupos de acordo com a metodologia construtiva empregada, sendo seis modelos considerando a pré-tração e outros seis

com pós-tração. Para ambos os grupos, foram avaliados seis valores de excentricidade ( $e_p$ ) para o cabo de protensão; excentricidades estas variando entre 510 mm e 830 mm (medidas em relação ao topo da laje). Já a força de proteção no cabo foi variada desde zero (viga mista convencional) até o limite de resistência ao escoamento do cabo. Na Figura 6 são apresentadas a seção transversal estudada e as respectivas excentricidades avaliadas no presente estudo.

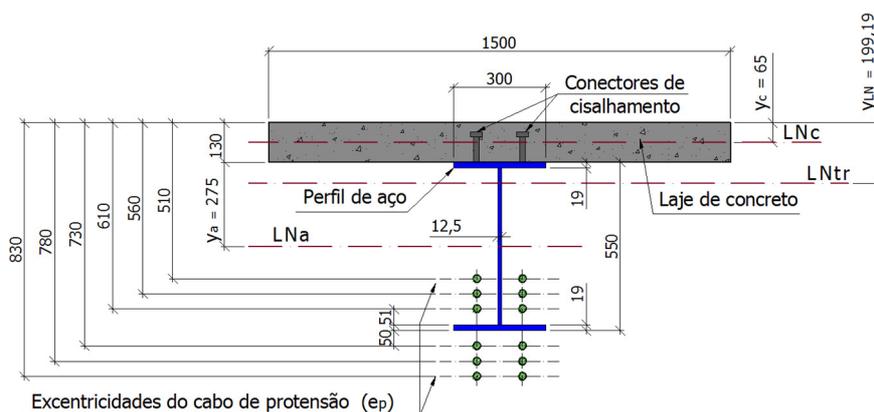


Figura 6 – Seção transversal da viga mista protendida no meio do vão (unidades: mm)

Os modelos foram nomeados de acordo com a metodologia executiva adotada para a protensão do perfil de aço (pré-tração ou pós-tração), denominados, respectivamente, pelas siglas Pré\_ e Pós\_, seguido do valor da excentricidade do cabo. Assim, Pré\_510 e Pós\_830 representam, respectivamente, viga pré-tracionada e cabo com 510mm de excentricidade e viga pós-tracionada e cabo com excentricidade igual a 830mm.

Em todos os modelos foram aplicados os mesmos carregamentos: i) Peso próprio do perfil de aço ( $g_a$ ): 1,37 kN/m; ii) Peso próprio da laje de concreto ( $g_c$ ): 16,25 kN/m; iii) Sobrecarga construtiva ( $q_g$ ): 10 kN/m, iv) Sobrecarga de utilização ( $q_{sc}$ ): 25 kN/m. As combinações de ações foram as recomendadas pela ABNT NBR 8800:2008 respeitando as hipóteses construtivas. Porém, as etapas de carregamento e verificação diferem para as situações de pré-tração e pós-tração e são apresentadas no Quadro 5.

Quadro 5 – Etapas de carregamento / verificação

	<b>Viga pré-tracionada</b>	<b>Viga pós-tracionada</b>
1ª ETAPA	Verificação da seção de aço considerando seu peso próprio e a força de protensão.	Verificação do perfil de aço para os carregamentos de peso próprio do perfil e da laje de concreto.
2ª ETAPA	Verificação da seção de aço protendida para peso próprio do concreto e incremento na força de protensão devido ao peso próprio da laje.	Verificação da seção mista considerando peso próprio e força de protensão.
3ª ETAPA	Verificação da seção mista protendida para todas as ações atuantes mais os incrementos na força de protensão nos cabos.	Verificação da seção mista protendida para todas as ações atuantes mais os incrementos na força de protensão nos cabos.

Inicialmente, a seção mista foi dimensionada sem a aplicação da protensão externa e sem a utilização de escoramentos temporários, resultando momento fletor solicitante de cálculo igual a 1370,71 kN.m e momento fletor resistente de cálculo de 1314,51 kN.m. Além disso, o deslocamento máximo em serviço foi de 39,7 mm superando o deslocamento limite que era 34,3 mm. Portanto, sem protensão os estados limites últimos e de serviço não são atendidos.

Em seguida, a força de protensão foi aplicada progressivamente às vigas, com valor inicial de 50 kN, posteriormente 100 kN e sucessivos incrementos de 100 kN até atingir a força de protensão máxima, definida em função das seguintes condicionantes e adotando a situação que acontecer primeiro:

- Se o valor do deslocamento no meio do vão da viga, na etapa final de aplicação dos carregamentos de utilização da estrutura, for igual ou próximo a zero, sem que nas etapas anteriores de construção tenha ocorrido algum tipo de instabilidade na viga; ou
- Se em alguma das etapas de construção ocorra alguma instabilidade local ou global que comprometa o adequado desempenho da estrutura ou, caso o momento fletor solicitante resultante seja superior ao momento fletor resistente, aplicado também para qualquer uma das etapas de construção.

Para a etapa final de solicitação da viga foram observados os efeitos do acréscimo gradativo da força de protensão, os valores de deslocamento e de momento fletor solicitante no meio do vão da viga e no apoio da mesma. Além de avaliado o valor do

incremento da força de protensão e o momento fletor resistente em função da aplicação da força de protensão máxima à viga, sem extrapolar qualquer uma das condicionantes expostas anteriormente. A seguir, são exibidos e discutidos os resultados obtidos com os doze modelos analisados.

#### 4 Análise dos Resultados

Com relação aos modos de colapso, foi possível observar que nas vigas pré-tracionadas, quando o cabo de protensão está posicionado acima da mesa inferior do perfil de aço, o modo de falha condicionante foi o esgotamento da capacidade resistente do perfil à flexo-compressão, decorrente da 2ª Etapa de carregamento.

Já nas vigas mistas pós-tracionadas o modo de colapso também ocorreu na 2ª Etapa de carregamento, porém ocorreu em função do momento fletor solicitante na região dos apoios, gerado pela protensão.

A aplicação da protensão gerou reduções nos deslocamentos no meio do vão das vigas (Figura 7).

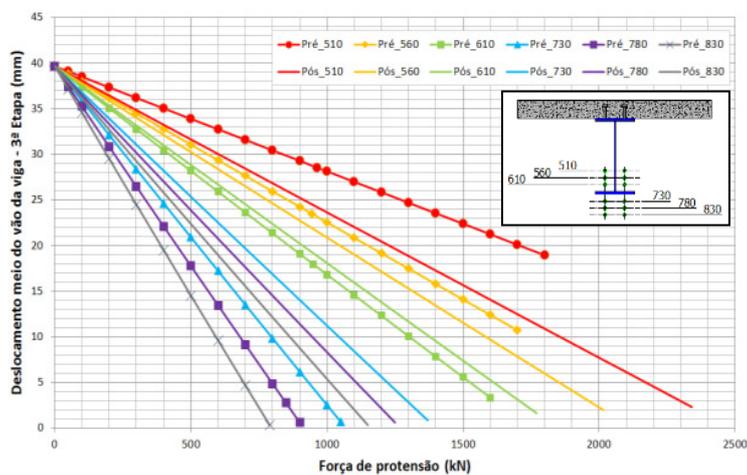


Figura 7 – Força de protensão vs. deslocamento no meio do vão - 3ª Etapa

Nota-se que as vigas mistas pós-tracionadas apresentam deslocamentos menores quando o cabo de protensão é posicionado mais próximo da linha neutra (Figura 8).

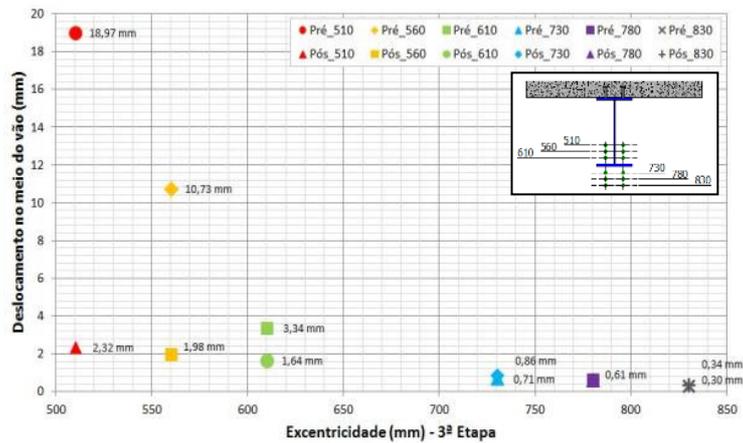


Figura 8 – Excentricidade vs. deslocamento no meio do vão - 3ª Etapa

Já para as vigas pré-tracionadas a situação se inverte, ou seja, os deslocamentos diminuem à medida que o cabo se afasta da linha neutra. De modo geral os deslocamentos são maiores para as vigas pré-tracionadas (Figura 8).

Quanto à força de protensão máxima, resultaram valores maiores para as vigas mistas pós-tracionadas (Figura 9).

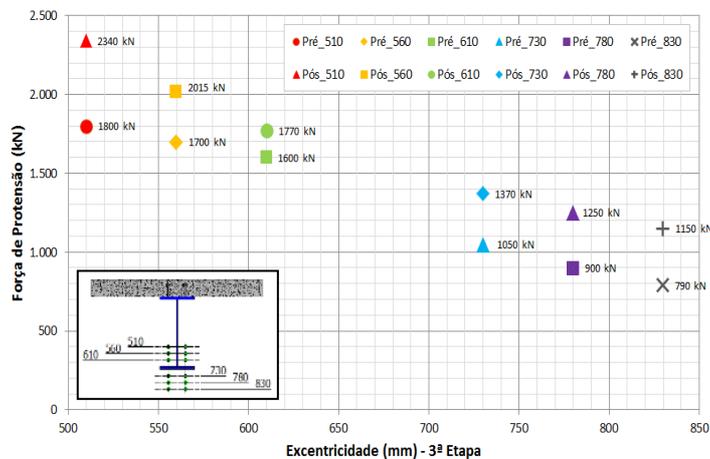


Figura 9 – Gráfico de excentricidade versus força de protensão – 3ª Etapa

Analisando os valores de momento fletor resistente em função da força de protensão para as duas metodologias construtivas, verifica-se que, independente da ordem de aplicação da protensão e considerando a mesma excentricidade do cabo, a capacidade resistente final é a mesma (Figura 10). No entanto, na pós-tração é possível aplicar maiores forças de protensão nos cabos o que eleva o momento resistente final para essa metodologia (Tabela 1).

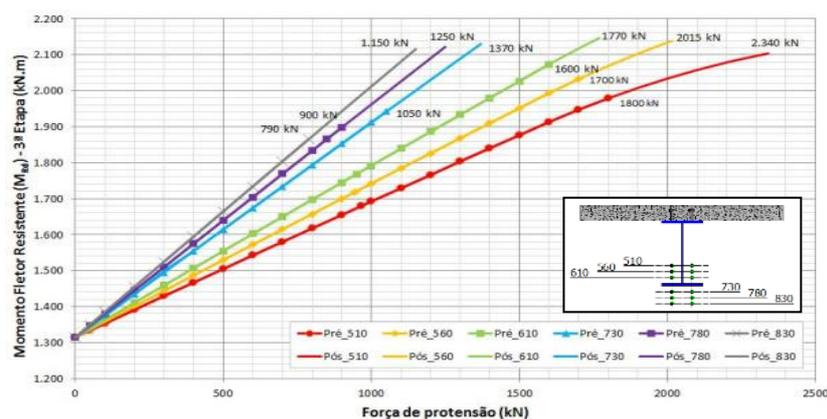


Figura 10 – Variação do momento fletor resistente em função do acréscimo na força de protensão

Os resultados também mostraram que, para a mesma força de protensão inicial o momento resistente cresce com o aumento da excentricidade (Figura 10).

Tabela 1 – Protensão final e momento fletor resistente para a 3ª Etapa de construção

Excentricidade (mm)	Força de protensão final (kN)			M <sub>Rd</sub> (kN.m)		
	Pré-tração	Pós-tração	Pós / Pré	Pré-tração	Pós-tração	Pós / Pré
510	1800	2340	1,30	1979	2103	1,06
560	1700	2015	1,19	2032	2138	1,05
610	1600	1770	1,11	2073	2147	1,04
730	1050	1370	1,30	1941	2130	1,10
780	900	1250	1,39	1898	2122	1,12
830	790	1150	1,46	1866	2116	1,13

Com a aplicação da protensão houve redução no momento fletor solicitante em função da posição do cabo na seção transversal da viga. Esse resultado já era esperado, uma vez que a tensão de tração a que os cabos estão submetidos compensa as tensões de compressão da viga, provocando assim um momento fletor adicional na distribuição interna das forças e este momento alivia o momento fletor causado pelo carregamento externo.

Nas Figuras 11 e 12 são apresentados os gráficos dos momentos fletores solicitantes na 3ª Etapa para as duas metodologias construtivas, para o meio do vão da viga e nos apoios. Foram observadas reduções maiores nos valores dos momentos fletores

solicitantes para as vigas mistas pós-tracionadas em relação àquelas pré-tracionadas. Isto ocorre porque a parcela de momento fletor solicitante gerada pela aplicação da força de protensão inicial na pós-tração é maior pois a resultante da multiplicação pela excentricidade do cabo é tomada em relação à linha neutra da seção mista transformada, enquanto que na pré-tração a referência é a linha neutra do perfil de aço.

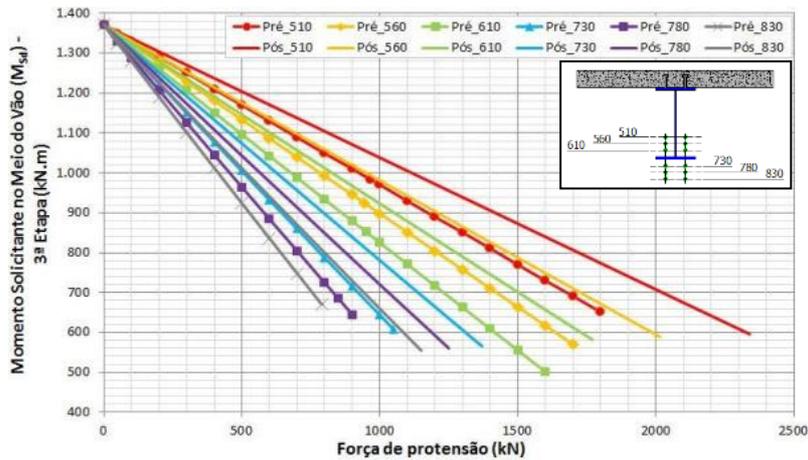


Figura 11 – Momento solicitante no meio do vão versus força de protensão

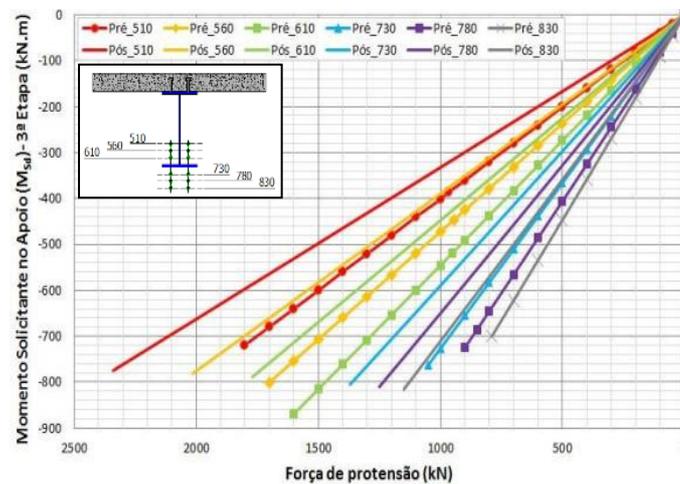


Figura 12 – Momento solicitante no apoio versus força de protensão

Na Tabela 2 são apresentados os valores dos máximos momentos resistentes e solicitantes na região dos apoios. Com o cabo de protensão ancorado nos pontos extremos da viga, o momento fletor solicitante próximo ao apoio pode resultar maior que no meio do vão da viga. Por isso, recomenda-se interromper o cabo antes do apoio, evitando assim esse estado de tensão indesejável nesta região. Nota-se que no caso da pré-tração quanto mais afastado o cabo estiver da linha neutra da viga menor

a diferença entre os momentos fletores solicitantes nos apoio e no meio do vão da viga, porém, na pós-tração essa situação se inverte.

Tabela 2 – Comparação entre momentos fletores solicitante e resistente no apoio

Excentricidade (mm)	Pré-tração			Pós-tração		
	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd} / M_{Rd}$	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd} / M_{Rd}$
510	-720	1979	0,36	-775	2103	0,37
560	-800	2032	0,39	-782	2138	0,37
610	-869	2073	0,42	-789	2147	0,37
730	-763	1941	0,39	-805	2130	0,38
780	-725	1898	0,38	-810	2122	0,38
830	-701	1866	0,38	-816	2116	0,39

Como já comentado anteriormente comprova-se, com o gráfico da Figura 13, que o valor resultante do incremento da força de protensão é maior para o caso de pré-tração em comparação com a situação de pós-tração.

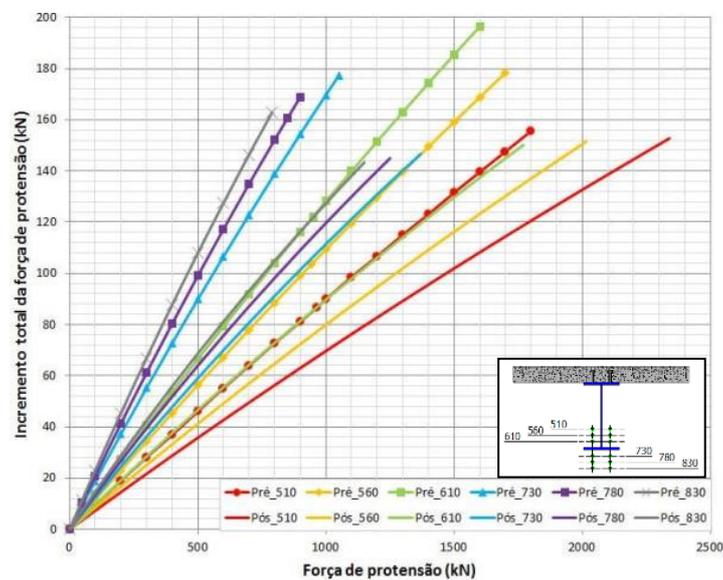


Figura 13– Gráfico de incremento total da força de protensão versus a força de protensão máxima

Os gráficos que relacionam o acréscimo da força de protensão com as tensões nos apoios nas mesas superior e inferior são apresentados nas Figuras 14 e 15. Em ambos

os gráficos se comprova a recomendação de não ancorar os cabos nas extremidades da viga ou ancorá-los o mais próximo possível da linha neutra da seção transversal mista pois, para a solução adotada, além das tensões devidas aos carregamentos externo há também o somatório das tensões provenientes da força de protensão.

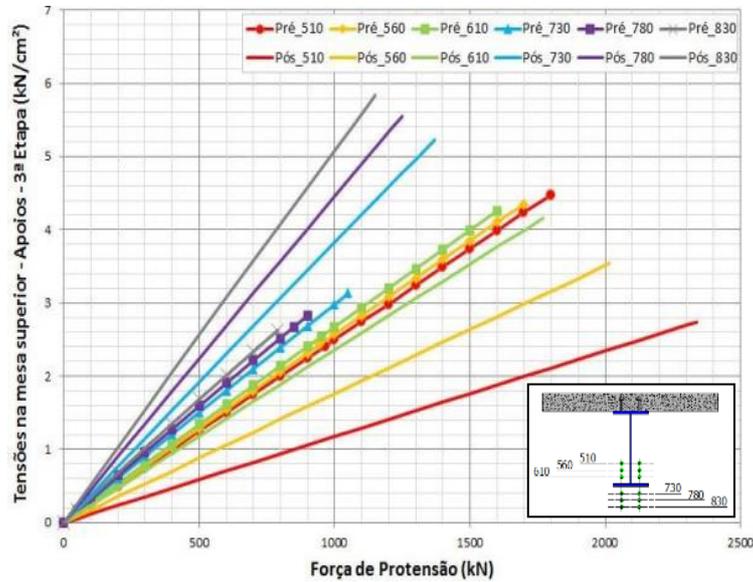


Figura 15 – Distribuição de tensões na mesa superior do perfil de aço – apoios

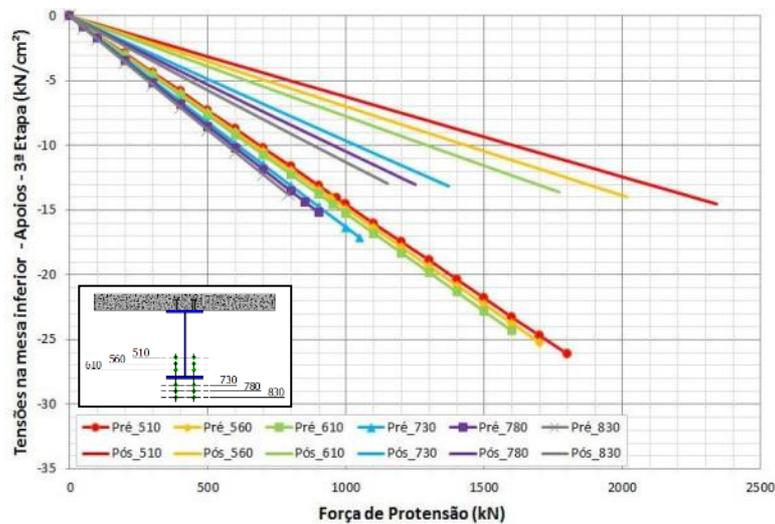


Figura 16 – Distribuição de tensões na mesa inferior do perfil de aço – apoios  
 Para os cabos posicionados acima da mesa inferior do perfil, as tensões superior e inferior no meio do vão da viga têm valores próximos, ao contrário dos cabos localizados abaixo da mesa inferior, que apresentaram tensão na porção inferior, em média, 60% maior do que na mesa superior.

O efeito da pré ou pós-tração também pode ser observado nos apoios onde se verifica que as máximas tensões na mesa inferior do perfil de aço são maiores na pré-tração (Figura 17). Como as vigas analisadas são biapoiadas, a tensão resultante nos apoios é devida à parcela da força de protensão em função da ancoragem dos cabos nas extremidades. No entanto, no meio do vão da viga essa situação se inverte, sendo que os modelos com pós-tração apresentam maiores tensões (Figura 17).

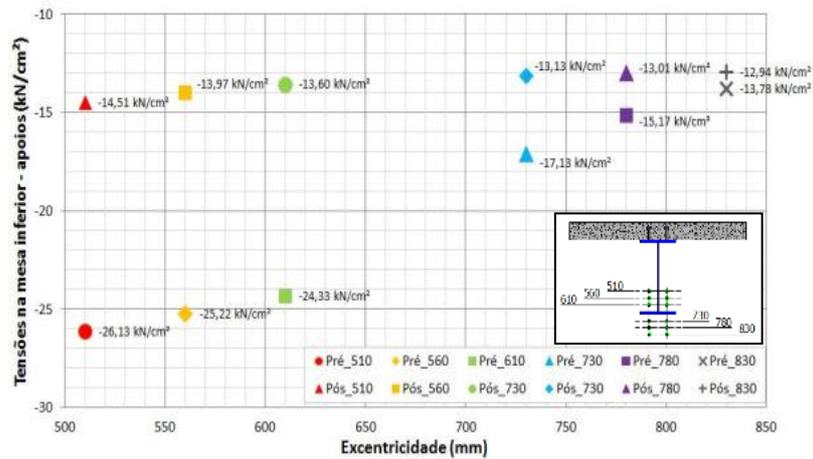


Figura 16 – Máximas tensões na mesa inferior do perfil de aço (apoios) – 3ª Etapa

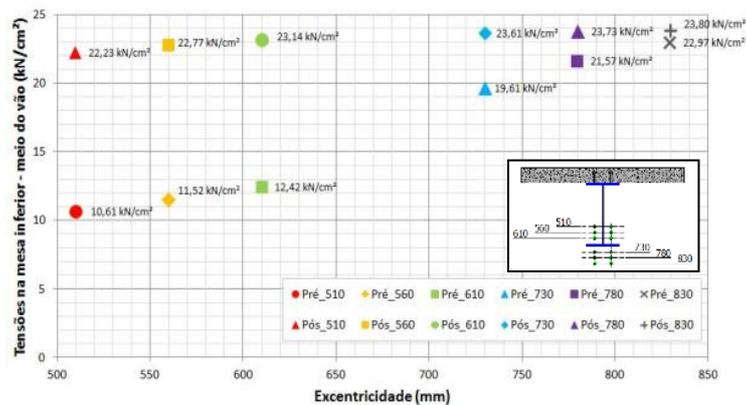


Figura 17 – Tensões máximas na mesa inferior do perfil de aço (meio do vão) – 3ª Etapa

A diferença entre as máximas tensões para as duas metodologias construtivas, tanto nos apoios quanto no meio do vão, é reduzida, proporcionalmente em relação à excentricidade do cabo, como evidenciado nas Figuras 16 e 17.

## 5 Conclusões

Com o estudo paramétrico foi possível verificar que a metodologia executiva empregada na protensão da viga, a variação da força de protensão e a excentricidade

do cabo em relação à viga influenciam o comportamento estrutural e a capacidade resistente da viga mista protendida.

Devido às premissas e condições adotadas nesse estudo, observou-se que nos modelos com aplicação da pré-tração a força de protensão máxima aplicada à viga é menor que nos modelos com pós-tração. Contudo, os deslocamentos no meio da viga, correspondentes à força de protensão máxima, quando o cabo está posicionado acima da mesa inferior do perfil de aço foram maiores na situação de pré-tração.

Com a análise dos modelos e independente do instante de aplicação da protensão foram confirmadas as seguintes proposições: 1) maiores excentricidades resultam em maior capacidade resistente para a viga mista de aço e concreto protendida; 2) cabo de protensão com traçado ao longo de todo o comprimento da viga e ancorado nas extremidades provoca tensões adicionais na região dos apoios.

Além disso, maiores excentricidades resultam em maior capacidade resistente da viga mista. Por isso, é aconselhável posicionar o cabo de protensão no meio do vão da viga o mais afastado possível da linha neutra da seção, de preferência abaixo da mesa inferior do perfil de aço que está tracionado o que levaria à adoção de cabos com traçados poligonais. Porém, nos apoios a recomendação é ancorar o cabo afastado das extremidades da viga. Caso não seja possível, o cabo deve ser ancorado o mais próximo possível da linha neutra da seção mista a fim de reduzir ao máximo, ou eliminar por completo, a excentricidade do cabo nos apoios e, conseqüentemente, a tensão indesejada provocada pela força de protensão.

## 6 Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP pelo suporte financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa.

## 7 Referências bibliográficas

BELLETTI, B.; GASPERI, A. Behavior of prestressed steel beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 136, no. 9, p. 1131-1139, Sept. 2010.

BRADFORD, M. A. Buckling of prestressed steel girders. **Engineering Journal, American Institute of Steel Constructions**, [S.I.], v. 34, p. 98-101, 1991.

CHEN, S. Experimental study of prestressed steel–concrete composite beams with external tendons for negative moments. **Journal of Constructional Steel Research**, [S.I.], v. 61, n. 12, p. 1613-1630, Dec. 2005.

CHEN, S.; JIA, Y. Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons. **Thin-Walled Structures**, [S.I.], v. 48, p. 233-242, Nov. 2010.

FERREIRA, A. C. **Vigas metálicas protendidas: análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos**. 2007. 276 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GONÇALVES, R. M. **Alguns aspectos relativos à inspeção e recuperação de pontes de aço: ênfase em pontes ferroviárias**. 1992. 309 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1992.

NOURAEYAN, A. **Analytical and experimental study on the behaviour of prestressed and poststressed composite girders**. 1987. 70 p. Thesis (Degree of Master of Engineering) - Concordia University, Montréal, Québec, Canada, 1987.

NUNZIATA, Vincenzo. **Prestressed steel structures. Structure in acciaio precompresso**. In. CONGRESSO C.T.A., XVII, 1999. Napoli. Proceedings... Napoli: [s.n.], 1999. p. 6.

NUNZIATA, Vincenzo. **Prestressed steel structures design a new frontier for structural engineering**. In: ISCE-02 Second International Structural Engineering and Construction Conference, 2nd, 2003. Roma. Proceedings... Roma: [s.n.].

REZENDE, C. R. **Análise estrutural de vigas metálicas protendidas**. 2007. 119 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2007.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Guidelines for flexural design of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 11, p. 2944-2961, Nov. 1989-c.

SAFAN, M.; KOHOUTKOVÁ, A. **Experiments with externally prestressed continuous composite girders**. Acta Polytechnica, Czech Technical University Publishing House, v. 41, n. 3/2001, p. 65-73, 2001.

SAMPAIO JR., C. F. **Dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço**. 1976. 133 f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1976.

TROITSKY, M. S. **Prestressed steel bridges: theory and design**. 16th ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 386 p.

TROITSKY, M. S.; ZIELINSKI, Z. A. & NOURAEYAN, A. Pre-tensioned and posttensioned composite girders. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 12, p. 3142-3153, Dec. 1989.

## Sobre as regiões nodais das estruturas de aço formadas por barras

### Nodal regions of framed steel structures

Gílson Queiroz<sup>1</sup>, Hermes Carvalho<sup>2</sup>, Paula Vilela e Letícia Balabram Leão Garcia

<sup>1</sup> Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Antônio Carlos, 6627 – Bloco 1 – 4º Andar, Belo Horizonte/MG, gilson@dees.com.br

<sup>2</sup> Doutorando do Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, hermes2000@yahoo.com.br

#### Resumo

Tradicionalmente, as estruturas de aço formadas por barras são analisadas no regime elástico, considerando-se que as barras se interceptam em pontos (nós), aos quais são ligadas rigidamente ou por meio de rótulas. Para casos particulares existem orientações em normas, para a simulação de situações intermediárias (semirrígidas) em que as hipóteses de rigidez absoluta ou rótula sejam inadequadas. A inclusão de uma região nodal genérica semirrígida na análise da estrutura como um todo também é possível, mas ainda pouco prática. O objetivo deste artigo é apresentar sugestões de procedimentos para verificação da região nodal, utilizando primeiramente prescrições normativas e em segundo lugar o método dos elementos finitos. São também apresentadas sugestões de procedimentos para inclusão da região nodal no modelo completo da estrutura, quando isso for necessário.

**Palavras-chave:** região nodal, ligações semirrígidas, capacidade de rotação, elementos finitos

#### Abstract

Usually, framed steel structures are analyzed in the elastic domain, assuming that the intersections of the members are points (nodes), and that the connections of the members to these points are either rigid or pinned. There are prescriptions in the codes for the simulation of intermediate (semi rigid) situations, but restricted to particular cases. It is possible, but still not much practical, to include generic nodal regions in the complete structural model. The purpose of this paper is to present suggestions for the design of nodal regions, based on code prescriptions and additionally on the finite element method. Procedure proposals for including nodal regions in the complete structural model are also presented, for situations where this is necessary.

**Keywords:** nodal region, semi rigid connections, rotation capacity, finite element modelling

## 1 Introdução

Conforme Queiroz e Vilela (2012):

**Meios de ligação** são parafusos, soldas, pinos e rebites; **Elementos de ligação** são chapas ou outros tipos de perfis necessários para a instalação (execução, no caso das soldas) dos meios de ligação; **Ligação** é o conjunto dos meios e elementos de ligação cuja função é unir uma barra a outra(s) barra(s) ou a um elemento de concreto ou a um dispositivo qualquer; **Região nodal** é o conjunto de todas as ligações de barras que se interceptam, mais as regiões dessas barras afetadas pelas ligações, mais eventuais reforços (por exemplo, enrijecedores), mais a região de eventual elemento de concreto afetada pelas ligações.

As respostas de uma estrutura dependem, além das barras, também das regiões nodais, em maior ou menor escala. Um exemplo simples pode ilustrar esse fato. Na Figura 1 mostra-se uma estrutura plana, com ligações soldadas rígidas, onde apenas as barras, sem inclusão das regiões nodais, foram consideradas na análise (elástica, de primeira ordem).

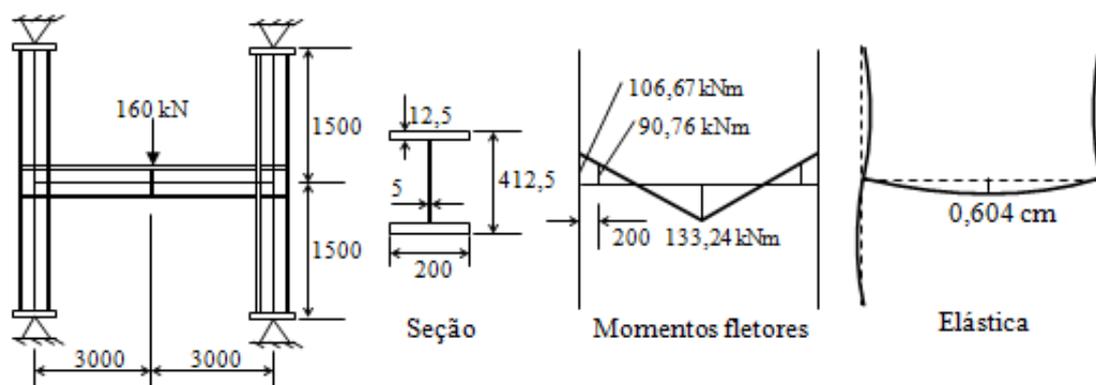


Figura 1: Regiões nodais não incluídas na análise

Na Figura 2 as regiões nodais são incluídas na análise, por meio de um modelo similar ao sugerido por Tschermmernegg e Queiroz (1996). Percebe-se que, apesar da ligação entre a viga e o pilar ser rígida (totalmente soldada com enrijecedores dando continuidade às mesas da viga), a deformação da região nodal devida às tensões de cisalhamento introduzidas na alma do pilar pelas mesas da viga, provocou alterações importantes nos resultados da análise.

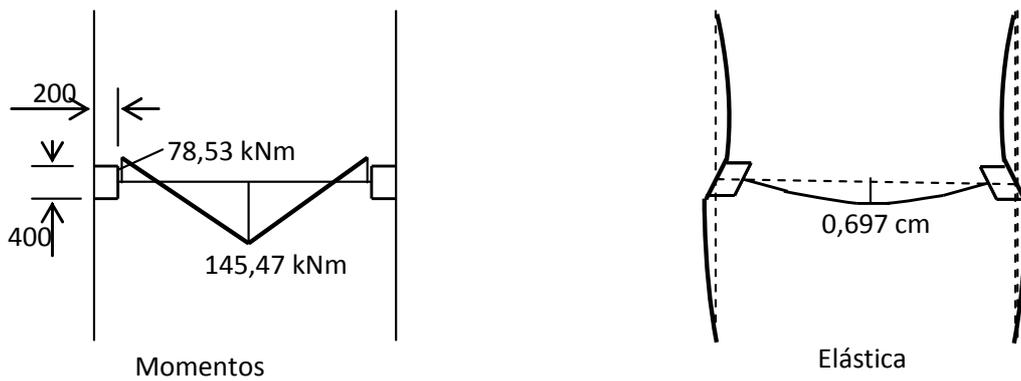


Figura 2: Regiões nodais não incluídas na análise

Como já mencionado em Tschermmerneegg e Queiroz (1996), esse tipo de deformação da região nodal não pode ser modelado por uma mola entre a extremidade da viga e o pilar, porque essa mola resultaria em mudança local do ângulo reto no nó de interseção do eixo da viga com o eixo do pilar, que não é o fenômeno observado. Na verdade, quando há duas vigas ligadas às mesas do pilar, essa deformação depende dos momentos introduzidos no pilar pelas duas vigas. Para se ter uma idéia da influência desse tipo de deformação nas respostas da estrutura, observa-se que ela causa uma rotação da extremidade da viga de valor igual à deformação angular do painel, dada por:

$$\theta = \gamma = \frac{\tau}{G}$$

onde  $G$  é o módulo transversal de elasticidade e  $\tau$  é a tensão de cisalhamento no painel.

Assim, caso a viga fosse bi engastada, a rotação produziria um momento na mesma extremidade igual a:

$$M = \frac{4EI\theta}{L} = \frac{4EI\tau}{GL}$$

onde  $E$ ,  $I$ ,  $L$  são o módulo de elasticidade, o momento de inércia e o vão da viga, respectivamente.

Esse momento pode, então, ser comparado com o momento obtido desconsiderando a deformação da região nodal.

## **2 Análise elástica inicial**

Na análise inicial é conveniente considerar apenas as barras, interligando-as rigidamente ou por meio de rótulas, nos nós, de acordo com as ligações pretendidas entre elas. Se necessário devem ser usados “*off sets*”. Este é, na verdade, o procedimento utilizado na grande maioria das análises estruturais. Com os resultados das análises (todas as combinações), pode-se fazer a verificação de todas as regiões nodais, com base em prescrições normativas ou por meio de modelos de elementos finitos. Em ambos os casos é fundamental a consideração de todos os estados limites últimos na verificação, bem como a avaliação das hipóteses de ligações rígidas e de rótulas. No caso de ligações rígidas, deve-se verificar se a rigidez é suficientemente alta (levando em conta deformações da região nodal, inclusive). No caso de rótulas, deve ser verificada a capacidade de rotação, isto é, se as rotações a que as rótulas hipotéticas são sujeitas não produzem solicitações que possam comprometer as resistências dos materiais envolvidos. Todas essas verificações podem ser automatizadas, como se mostra neste artigo, levando em conta a influência da região nodal inteira. Caso as hipóteses de ligações rígidas ou de rótulas sejam confirmadas, para a situação final de detalhamento das regiões nodais, não é necessário reanalisar a estrutura devido à influência dessas regiões. Caso contrário, a análise deve ser refeita, introduzindo complementos no modelo original para simulação das regiões nodais.

## **3 Reanálise com inclusão de regiões nodais – situações tradicionais**

Muitos trabalhos anteriores abordam procedimentos para a consideração de ligações semirrígidas, por meio de molas e outros recursos. Em todos eles, entretanto, são tratadas situações particulares de tipos de perfis e ligações. Alguns destes trabalhos são resumidos abaixo.

KRAWINKLER (1975): Apresenta procedimento para avaliar a influência de deformações por cisalhamento da região nodal e da solicitação axial de pilares na resistência dessa região ao cisalhamento. Considera estruturas planas com vigas e pilares em perfil I, carregados no plano da alma.

CUNNINGHAM (1990): Associou a rigidez da ligação a uma mola entre a extremidade da viga e o pilar. Considerou estruturas planas e não levou em conta a deformação por cisalhamento da região nodal.

TSCHERMMERNEGG e QUEIROZ (1996): A rigidez das ligações e a influência da deformação por cisalhamento da região nodal são consideradas em um modelo de barras, como mostrado na Figura 3 e descrição correspondente. Considera estruturas planas com vigas e pilares em perfil I, carregados no plano da alma. Esse modelo foi implementado em uma dissertação de mestrado por MONTEIRO (1997).

Uma vez definida a região nodal, após as verificações mencionadas no item 2, pode ser gerado o modelo dessa região a ser implementado na análise. Para as situações já previstas na bibliografia mencionada, o modelo é simples e formado basicamente por barras adicionais e/ou molas. Salienta-se outra vez que modelos limitados a molas nas extremidades das vigas não são convenientes por não cobrirem adequadamente as deformações por cisalhamento do pilar entre as mesas das vigas.

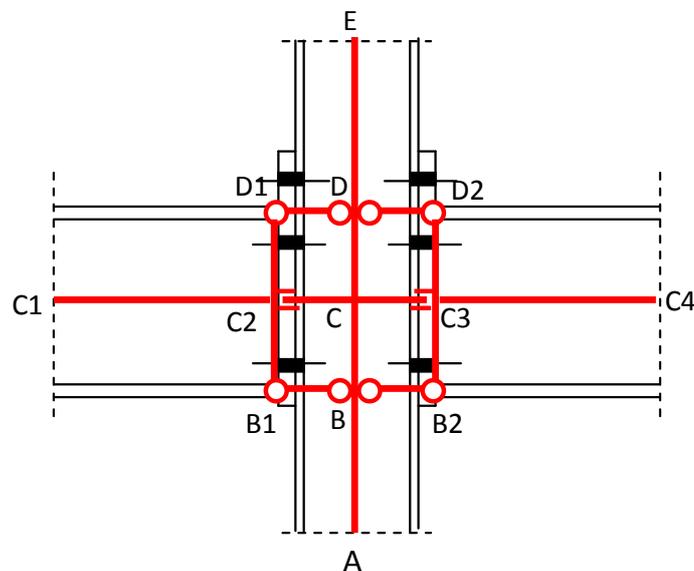


Figura 3 – Região nodal real e modelo desenvolvido por Tschermmernegg e Queiroz.

Com o modelo reticulado plano mostrado na figura 3 em linhas vermelhas, as deformações nodais causadas por flexão do eixo do pilar e por distorção da alma do pilar são obtidas simplesmente utilizando-se as propriedades corretas da seção do pilar (momento de inércia, área da seção transversal e área de cisalhamento), nas linhas A-B, B-C, C-D e D-E. As propriedades de seção das vigas são utilizadas nas linhas

C1-C2 e C3-C4. Nos pontos C2 e C3 (lados internos) somente são transmitidas forças verticais (forças cortantes das vigas), utilizando-se vínculos que permitem rotação e movimento horizontal relativos entre as partes ligadas. Para consideração das flexibilidades associadas à introdução de forças horizontais de tração ou de compressão das mesas das vigas ver o artigo original.

Após a reanálise com a inclusão das regiões nodais, novamente as regiões nodais são verificadas quanto aos estados limites últimos e capacidade de rotação das ligações ainda modeladas como rotuladas. Efeitos de rotações relativas nas regiões nodais incluídas na análise global alteram as solicitações prévias e isso deve ser considerado nas verificações de estados limites últimos. As novas verificações das regiões nodais enfatizam a importância de automatizar os cálculos. Havendo alterações no detalhamento da região nodal pode ser necessário refazer o modelo da região e a análise global, devido à possibilidade de alterações não desprezíveis das solicitações das barras e das regiões nodais.

#### **4 Reanálise com inclusão de regiões nodais – situações não tradicionais**

Para situações não previstas na bibliografia, incluindo geometrias e soluções construtivas não tradicionais, a região nodal correspondente deve ser modelada por meio de elementos finitos e inserida na estrutura completa quando a reanálise é necessária. Nesse caso as junções entre as barras e os elementos usados para modelar a região nodal merecem atenção especial. No caso de modelagem dos eixos das barras, sem levar em conta a torção não uniforme (proveniente de restrições ao empenamento das seções), a solução mais simples seria modelar a região nodal incluindo trechos das barras modelados com elementos finitos simulando a seção transversal real, conforme exemplo da Figura 4. Nas extremidades desses trechos deve ser prevista uma região plana rígida para solicitações no plano e fora do plano. O eixo da barra é ligado à região plana rígida, na posição correspondente ao centro de gravidade da seção. Os trechos de barras modelados com elementos de casca devem ter comprimentos da ordem de duas vezes a maior dimensão da seção transversal da barra, para que a região rígida de transição fique adequadamente afastada do nó e, conseqüentemente, das perturbações locais de tensões na seção transversal.

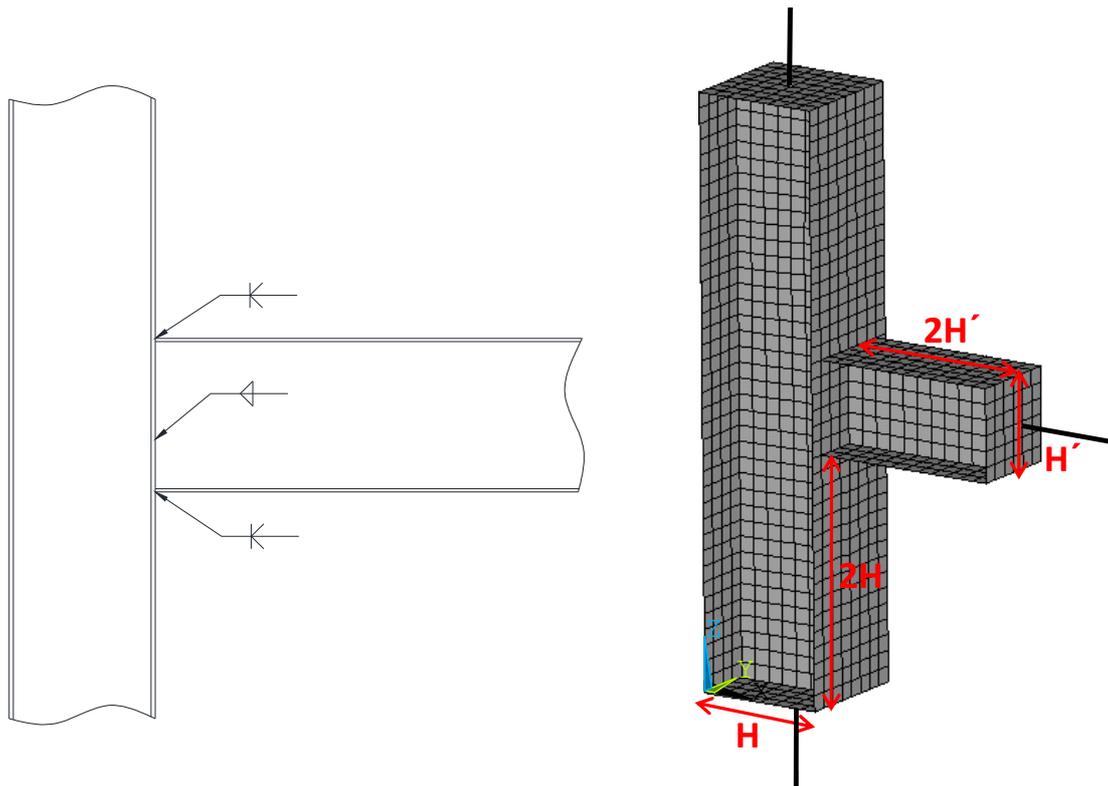


Figura 4 – Exemplo de modelo com barras sem torção não uniforme.

Quando a torção não uniforme das barras é levada em conta na análise, o uso da região plana rígida elimina a possibilidade de empenamento da seção correspondente. Nesse caso, uma das soluções é modelar a barra inteira por meio de elementos finitos, que se ligam aos elementos das regiões nodais da forma projetada, conforme exemplo da Figura 5.

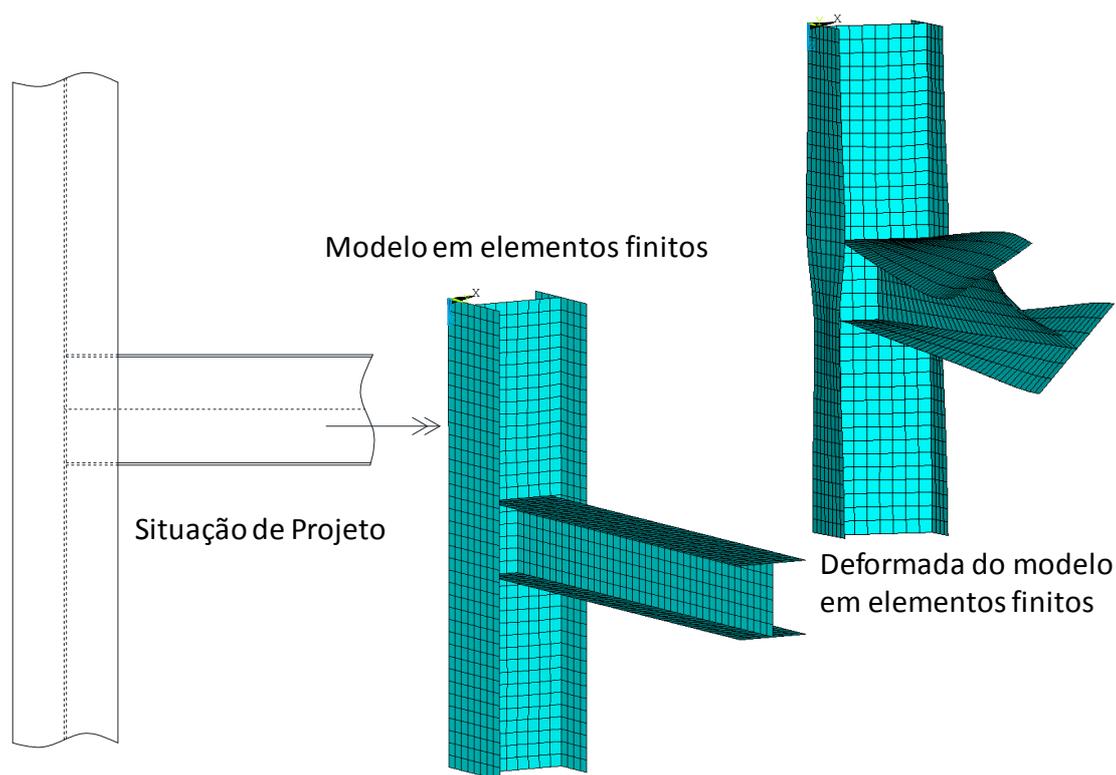


Figura 5 – Exemplo de modelo com barras com torção não uniforme.

Mesmo a região nodal modelada com elementos finitos fazendo parte do modelo completo para análise, é necessário verificar os estados limites últimos dessa região nodal após a reanálise, incluindo os possíveis casos de flambagem local. Havendo alterações no detalhamento da região nodal, pode ser necessário refazer o modelo da mesma e a análise global, devido à possibilidade de alterações não desprezíveis das solicitações das barras e das regiões nodais.

## 5 Planilhas para verificação de regiões nodais com base em prescrições normativas

A idéia básica é criar situações típicas de regiões nodais, com previsão para todas as barras que podem concorrer em cada uma delas. Em Queiroz e Vilela (2012) há alguns exemplos de regiões nodais comuns. Vários parâmetros tais como dimensões de seções, espessuras, diâmetros e quantidades de parafusos, distâncias entre furos, tamanhos de cordões de solda, materiais etc. devem ser deixados em aberto para serem especificados pelo usuário. Todas as combinações da análise (ou reanálise) estrutural elástica devem ser utilizadas para verificar cada região nodal. A inexistência de alguma barra considerada ligada à região nodal pode ser compensada

especificando-se solicitações nulas na mesma e, se necessário, anulando-se a espessura de algum enrijecedor dispensável na ausência da regerida barra. Uma planilha simples de computador pode ser criada para a definição dos parâmetros, realização das verificações para todas as combinações de ações e apresentação dos resultados. Nos casos de violação de estados limites últimos, as devidas alterações da região nodal são realizadas até que uma situação final aceitável seja obtida. A planilha deve incluir a verificação de estados limites associados à rotação de ligações consideradas rotuladas, quando necessário (por exemplo, no caso de ligações não tradicionais). A planilha deve também incluir a determinação de flexibilidades das ligações (com a influência da região nodal), para que essas possam ser classificadas como rígidas ou semirrígidas.

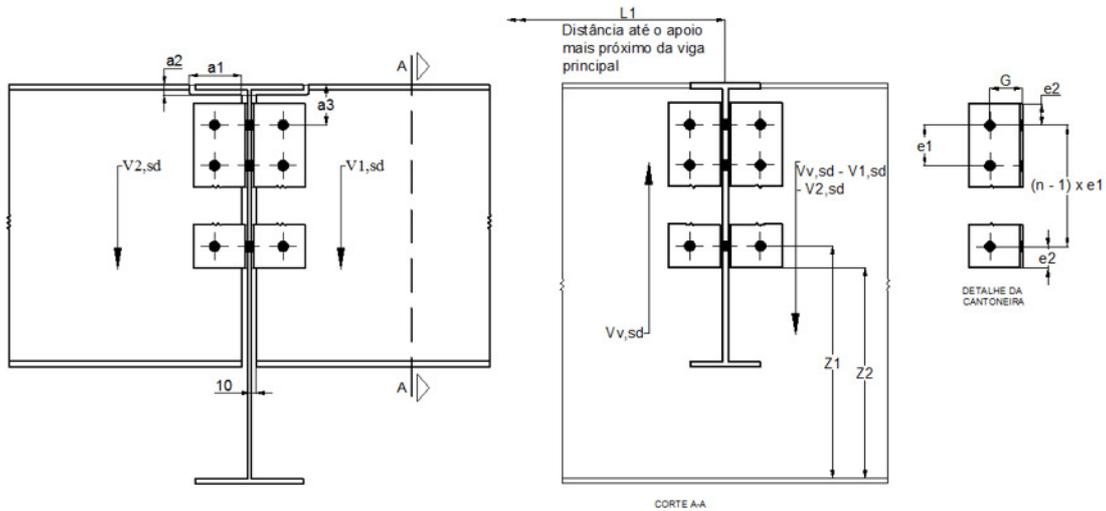
Na Figura 6 apresenta-se uma forma possível de planilha para o caso de região nodal onde duas vigas secundárias iguais apoiam-se em uma viga principal. Os cálculos foram feitos com base no exemplo 5.3 de Queiroz e Vilela (2012).

## **6 Modelagem de regiões nodais por elementos finitos**

Uma região nodal de estrutura de aço é normalmente modelada com elementos de casca, complementados por elementos de contato e elementos sólidos em ligações parafusadas e, eventualmente, por elementos sólidos em ligações soldadas. A dificuldade principal consiste na modelagem das ligações parafusadas, devido a vários problemas: geometria dos parafusos, regiões de contato entre os componentes dos parafusos e as chapas, regiões de contato entre as chapas parafusadas, protensão dos parafusos, atrito etc. Na verificação de estados limites últimos da região nodal, o modelo de elementos finitos pode ser analisado plasticamente, e devem ser impostas imperfeições geométricas adequadas ao modelo para provocar os casos necessários de flambagem local. Por outro lado, quando o modelo for inserido na estrutura completa para reanálise elástica, por coerência, ele também deve ser analisado elasticamente.

VERIFICAÇÃO DE DADOS DE LIGAÇÕES E REGIÕES NODAIS DE ESTRUTURAS DE AÇO

REGIÃO NODAL DE LIGAÇÃO ENTRE VIGAS SECUNDÁRIAS E VIGA PRINCIPAL



ENTRADA DE DADOS		Observações: <b>1) DIMENSÕES EM MILÍMETROS</b> <b>2) TENSÕES EM Mpa</b> <b>3) FORÇAS EM kN</b>				
VIGA PRINCIPAL	Perfil		d <sub>p</sub> = 500	PARA PERFIL SOLDADO (SOLDA DE COMPOSIÇÃO)		
	Aço	f <sub>yp</sub> = 250	b <sub>fp</sub> = 200	Eletrodo AWS 1.1 E (*) =		
		f <sub>up</sub> = 400	t <sub>fp</sub> = 9,5	f <sub>uE</sub> = 485		
	Comprimento Destravado		l = 2000	Dois filetes (*) b = 5		
	Momento Solicitante de Cálculo		M <sub>Sd</sub> =	em kNm (na seção onde se apoiam as vigas secundárias)		
Rotação da Mesa Superior		K <sub>R</sub> = 2	(K <sub>R</sub> = 2, se houver duas vigas secundárias; K <sub>R</sub> = 1, se houver somente uma viga secundária)			
VIGAS SECUNDÁRIAS	L1	600	d <sub>s</sub> = 353	PARA PERFIL SOLDADO (SOLDA DE COMPOSIÇÃO)		
	Perfil		b <sub>fs</sub> = 128	Eletrodo AWS 1.1 E (*) =		
	Aço	f <sub>ys</sub> = 345	t <sub>fs</sub> = 10,7	f <sub>uE</sub> =		
f <sub>us</sub> = 450		t <sub>vs</sub> = 6,5	Dois filetes (*) b =			
CANTONEIRAS	L		b <sub>L</sub> = 102	PARAFUSOS ASTM A325	a <sub>1</sub> = 100	
	Aço	f <sub>yL</sub> = 250	G = 60	Diâmetro d <sub>b</sub> = 19	a <sub>2</sub> = 23	
		f <sub>uL</sub> = 400	t <sub>L</sub> = 6,4	f <sub>ub</sub> = 825	a <sub>3</sub> = 75	n = 3
FORÇAS CORTANTES	V <sub>V,Sd</sub>	165	No caso de apenas uma viga secundária, basta definir a força cortante de cálculo correspondente como 0 (zero).			
	V <sub>1,Sd</sub>	180				
	V <sub>2,Sd</sub>	150				
VERIFICAÇÕES		Comparações de solicitações de cálculo com resistência de cálculo				
<b>1 - Problemas locais na alma da viga principal</b>						
1.1 - Enrugamento	F <sub>Sd</sub>	154,71	≤	F <sub>Rd</sub>	546,14	OK
<i>Observação:</i> depende da altura da alma da viga principal abaixo das cantoneiras de ligação						
1.2 - Cisalhamento	V <sub>Sd</sub>	145,7	≤	V <sub>Rd</sub>	210,22	OK
	F <sub>Sd</sub>	5,7018	≤	F <sub>Rd</sub>	15,24	OK
1.3 - Flambagem Lateral	F <sub>Sd</sub>	330	≤	F <sub>Rd</sub>	OK	OK

Figura 6 - Exemplo de planilha de cálculo

2- Parafusos						
2.1 - Corte	$F_{v,Sd}$	46,861	$\leq$	$F_{v,Rd}$	69,307	OK
2.2 - Pressão de contato nos furos						
2.2.1 - Cantoneiras	$F_{c,Sd}$	46,861	$\leq$	$F_{c,Rd}$	65,308	OK
2.2.2 - Alma das vigas secundárias	$F_{c,Sd}$	93,72	$\leq$	$F_{c,Rd}$	100,62	OK
2.2.3 - Alma da viga principal	$F_{c,Sd}$	85,913	$>$	$F_{c,Rd}$	85,12	NÃO OK
3- Aba das cantoneiras parafusadas na viga secundária						
3.1 - escoamento	Equação de interação	0,378	$\leq$	Limitação	1,0	OK
3.2 - Flambagem local	$G/t_L$	9,375	$\leq$	$\frac{1,1 \times (1,2E/f_{yL})}{}$	34,082	OK
3.3 - Ruptura	Equação de interação	0,425	$\leq$	Limitação	1,0	OK
3.4 - Colapso por rasgamento	$F_{r,Sd}$	90	$\leq$	$F_{r,Rd}$	193,33	OK
4- Aba das cantoneiras parafusadas na viga principal						
4.1 - Capacidade de rotação da ligação	$t_L$	6,4	$\leq$	$0,5 d_b$	9,5	OK
	$2 d_b$	38	$\leq$	$b_L - G$	42	OK
5- Problemas locais na alma da viga secundária						
5.1 - escoamento	Equação de interação	0,539	$\leq$	Limitação	1,0	OK
5.2 - Flambagem local (medidas em milímetros)	Limitação	0,6	$\leq$	$h_L/d_s$	0,652	OK
	Limitação	50	$\leq$	$a_3$	75	OK
	$a_3$	75	$\leq$	Limitação	120	OK
	$a_3 - e_2$	35	$\leq$	$0,2d_s$	70,6	OK
	$a_2$	23	$\leq$	$0,2d_s$	70,6	OK
	$a_1 + 10$	110	$\leq$	Limitação	242,4	OK
<b>Observação:</b> Quando a mesa comprimida tiver contenções laterais somente nos apoios, a distância entre pontos de contenção deve ser alterada conforme apresentado no livro-texto.						
5.3 - Ruptura da seção que passa pelos furos	Equação de interação	0,429	$\leq$	Limitação	1,0	OK
5.4 - Colapso por rasgamento	$F_{r,Sd}$	180	$\leq$	$F_{r,Rd}$	273	OK

Figura 6 - Exemplo de planilha de cálculo – continuação

## 7 Conclusões

Com base no exposto conclui-se que ainda é difícil considerar de forma adequada a influência das regiões nodais nas respostas de uma estrutura completa, principalmente quando as deformações internas dessas regiões não podem ser desprezadas, como ilustrado no exemplo dado no item 1. Para o caso particular de vigas de perfil I ligadas às mesas de pilares também de perfil I, a inclusão das regiões nodais na análise pode ser feita, por exemplo, pelo procedimento indicado em Tschermmernegg e Queiroz (1996), já implantado em programa desenvolvido por Monteiro (1997). Para regiões

nodais não convencionais podem ser estudadas soluções semelhantes às desenvolvidas para os perfis I, a partir de ensaios e de modelos de elementos finitos. Evidentemente que em estruturas espaciais onde aparecem todos os esforços solicitantes nas barras (momento fletor e força cortante em dois planos principais, força normal, torção uniforme e não uniforme), recai-se na necessidade de utilizar modelos de elementos finitos para verificar os estados limites últimos das regiões nodais, suas flexibilidades e capacidades de deformação. A situação atinge o auge da complexidade quando se constata que hipóteses iniciais de ligações rígidas não se aplicam, sendo necessário incluir os modelos de elementos finitos das regiões nodais na análise da estrutura completa. Na modelagem, o principal obstáculo é captar adequadamente o comportamento de ligações parafusadas.

## **8 Referências bibliográficas**

CUNNINGHAM, R. Some aspects of semi-rigid connections in structural steelwork. **The Structural Engineer**, v.68, 1990.

KRAWINKLER, Helmut; et al. Shear behavior of steel frame joints. **Journal of Strctural Division**, v. ST11, 1975.

MONTEIRO, Rodrigo. **Análises de estruturas de aço com ligações semirrígidas**. Dissertação de mestrado, UFMG, Brasil, 1997.

QUEIROZ, Gilson; VILELA, Paula. **Ligações, regiões nodais e fadiga de estruturas de aço**. 1 ed. Belo Horizonte, Minas Gerais, 2012.

TSCHERMMERNEGG, F.; QUEIROZ, G. Mechanical modeling of semi-rigid joints for the analysis framed steel and composite structures. **Connections in Steel Structures III**, 1996.